www.nismath.org

И.П. Рустюмова
С.Т. Рустюмова

МАТЕМАТИКАДАН БІРЫҢҒАЙ ҰЛТТЫҚ ТЕСТІЛЕУГЕ (БҰТ) ДАЙЫНДАЛУҒА АРНАЛҒАН ТРЕНАЖЕР

Бірінші басылым

Алматы
2013

www.nismath.org

ББК 22.1я7
Р88

АУДАРҒАН: ***ДЖУМАДИЛЬДАЕВА Асия Серкуловна*** – Алматы қаласының Әуезов ауданына қарасты №126-шы мектеп-лицейінің математика пәнінің жоғарғы категориялы мұғалімі

(Тараулар: 5 – 9)

ПІКІР ЖАЗҒАН: ***ДЖУМАДИЛЬДАЕВА Асия Серкуловна*** – Алматы қаласының Әуезов ауданына қарасты №126-шы мектеп-лицейінің математика пәнінің жоғарғы категориялы мұғалімі

Рустюмова И.П., Рустюмова С.Т.

Р88 Математикадан бірыңғай ұлттық тестілеуге (БҰТ) дайындалуға арналған тренажер. Бірінші басылым. – Алматы, 2013. - 492 б.

ISBN 9965-07-369-4

«Математикадан бірыңғай ұлттық тестілеуге (БҰТ) дайындалуға арналған тренажер» жинағында **үш мыңнан астам есептер** ұсынылған. 2000-2013 жылдар аралығында БҰТ тапсырмаларын құруда осы жинақ негізге алынған. Тапсырмалардың күрделілігінің деңгейлері (А, В, С) әртүрлі және олар алгебра курсы мен математикалық анализ бастамаларының негізгі мазмұнды кезеңдерін қамтиды. Мектеп бітіру кезіндегі емтихан, БҰТ тапсыру және ЖОО түсу емтихандарына дайындалу үшін бетімен дайындалуға немесе топпен және жеке оқыту кезінде тренажерды қолдануға болады.

Талапкерлерге, жоғары сыныптарда оқитындарға, мұғалімдер мен репетиторларға арналған.

Барлық құқық қорғалған. Осы кітаптың ешқандай бөлігі, авторлық құқық иелерінің жазбаша рұқсатынсыз, қандай да бір түрде, басып шығарылуы мүмкін болып табылмайды.

Р $\frac{1602000000}{407(05)-05}$

ББК 22.1я7

ISBN 9965-07-369-4

© Рустюмова И.П.
Рустюмова С.Т.
2009

www.nismath.org

АЛҒЫ СӨЗ

Сіздің назарыңызға ұсынылатын «Математиканың тренажеры», бірыңғай ұлттық тестілеуден табысты өту үшін, орта мектептің бағдарламасының көлеміндегі математикалық талдаудың басы және алгебраны оқитын талапкерлерге арналған. Сонымен қатар, 11 сыныпта оқитындарды бітіруші емтиханға дайындауға ұйымдастыру кезінде, мұғалімдерге және репетиторларға және ЖОО түсуге, осы оқу құралы пайдасын келтіреді.

Жинақтың негізгі мазмұны, тақырыптары бойынша іріктеліп және күрделілік деңгейі мен шешу әдістері бойынша жүйеленіп, өз бетімен шешуге арналған үш мыңнан астам есептерден тұрады.

Жинақтың ішіндегі барлық есептердің жауаптары болғандықтан, «тренажер» оқытушының басшылығымен жұмыс жасау үшін қолданылумен қатар, алгебраның курсын және математикалық талдаудың басын өз бетінше оқу үшін қолданылады, бұған қоса осыған И.П. Рустюмованың, С.Т. Рустюмованың «Математикадан бірыңғай ұлттық тестілеуге (БҰТ) дайындау үшін оқу құралдарындағы» тапсырмалардың ұқсас түрлерінің талданған шешімдері және теориялық түсіндірмелері септігін тигізеді.

Жинақта теориялық мәліметтер мен керекті формулалар келтірілмейді; оларды оқырман, БҰТ дайындауға арналған жоғарыда аталған оқу-әдістемелік құралының тиісті бөлімдерінде табады деп болжанған болатын.

Авторлар барлық ескертулерге алғыстарын білдіреді, оларды келесі мекен жай бойынша жіберулеріңізді өтінеміз:

svrustjumova@mail.ru

www.nismath.org

§1. САНДЫҚ ӨРНЕКТЕРДІ ТЕПЕ-ТЕҢ ТҮРЛЕНДІРУ

1-тобы. Есептеңіз:

1.1.1

А

1) $3,7-(1,133:1,1-1,2):(-0,02)\cdot 0,2$

2) $\dfrac{(4,3-0,64:1,6)\cdot 0,25}{\frac{25}{16}:2,5+0,375\cdot\frac{1}{3}}$

3) $2\frac{2}{3}:1\frac{7}{9}+\frac{55}{84}:\left(\frac{43}{63}-\frac{23}{36}\right)$

4) $5\frac{5}{7}:\frac{8}{21}+1\frac{8}{13}\cdot\left(\frac{43}{56}-\frac{11}{24}\right)$

5) $\left(\frac{41}{18}-\frac{17}{36}\right)\cdot\frac{18}{65}+\left(\frac{8}{7}-\frac{23}{49}\right):\frac{99}{49}+\frac{7}{6}$

6) $\left(\frac{1}{2}+0,125-\frac{1}{6}\right)\cdot\left(6,4:\frac{80}{3}\right)+\frac{1}{8}$

7) $\left(6\frac{2}{3}+2\frac{4}{15}+5\frac{1}{2}\right):\frac{1}{15}-30:\frac{5}{28}$

8) $\left(3\frac{13}{15}-12\frac{3}{20}-5\frac{4}{45}-0,85\right)\cdot 3$

9) $-7,8-1,3\cdot(19,6:1,4-20)$

10) $\left(3,24:\frac{9}{7}-3\frac{1}{5}:1\frac{1}{3}\right):0,9$

11) Өрнектің мәніне кері санды табыңдар: $\frac{5}{14}:\frac{25}{72}\cdot\frac{7}{12}:\frac{5}{36}\cdot 2\frac{1}{12}$.

12) Мына жай бөлшекті периодты ондық бөлшекке келтіріңіз: $\frac{53}{22}$.

13) Мына санды жай бөлшекке келтіріңіз: $3,5(72)$.

14) ЕҮОБ $(42;140;882)$ табыңыз.

15) ЕКОЕ $(54;81;135;189)$ табыңыз.

16) ЕКОЕ $(156;195;1950)$ табыңыз.

www.nismath.org

В

17) $80-\left(\left(\frac{4}{5}\cdot 7+0,64\right)\cdot\left(1,25\cdot 7-\frac{4}{5}\cdot 1,25\right)+31,64\right)$

18) $\left(22,385:3,7-2,9\cdot 1\frac{2}{3}\right):9\frac{11}{15}$

19) $\dfrac{45\frac{10}{63}-44\frac{25}{84}}{\frac{3}{4}-\left(2\frac{1}{3}-1\frac{1}{9}\right):4}:31$

20) $\dfrac{12\frac{4}{5}\cdot 3\frac{3}{4}-4\frac{4}{11}\cdot 4,125}{2\frac{4}{7}:\frac{3}{35}}$

21) $71\cdot 72\cdot 73\cdot\ldots\cdot 79$ көбейтіндісі қандай цифрмен аяқталады?

22) Пропорциядан x - ті табыңыз: $\dfrac{3,2}{0,(4)}=\dfrac{x}{2,1(6)}$.

23) Пропорциядан x - ті табыңыз: $\dfrac{0,875}{0,(7)}=\dfrac{x}{3,1(6)}$.

24) Пропорциядан x - ті табыңыз: $\dfrac{0,(7)}{3,(1)}=\dfrac{1,875}{x}$.

25) Есептеңіз: $\dfrac{\left(\frac{2}{3}+0,(3)\right):0,25}{0,12(3):0,0925}$.

26) m -санының 72%-ын табыңыз: $m=\dfrac{\left(13\frac{1}{4}-2\frac{5}{27}-10\frac{5}{6}\right)\cdot 230,04+46,75}{0,01}$.

27) Пропорциядан x - ті табыңыз: $\dfrac{3,6}{14-15\frac{1}{8}:2,2}=\dfrac{x}{1,5+2\frac{2}{3}+3,75}$.

www.nismath.org

28) 3,6%-ы $\dfrac{3+4,2:0,1}{\left(1:0,3-2\frac{1}{3}\right)\cdot 0,3125}$ өрнегінің мәніне тең санды табыңыз.

29) ЕҮОБ$(38;b)=2$, ЕКОЕ$(38;b)=1\,216$. b-ны табыңыз.

30) ЕҮОБ$(68;b)=4$, ЕКОЕ$(68;b)=1\,292$. b-ны табыңыз.

ЖАУАПТАРЫ

1) 2	**2)** 1,3	**3)** 16,5	**4)** 15,5	**5)** 2
6) 0,235	**7)** 48,5	**8)** $-42\frac{2}{3}$	**9)** 0	**10)** $\frac{2}{15}$
11) $\frac{1}{9}$	**12)** $2,4(09)$	**13)** $3\frac{63}{110}$	**14)** 14	**15)** 5 670
16) 3 900	**17)** 0	**18)** 0,125	**19)** $\frac{1}{16}$	**20)** 1
21) 0	**22)** 15,6	**23)** $3\frac{9}{16}$	**24)** 7,5	**25)** 3
26) 7 200	**27)** 4	**28)** 4 000	**29)** 64	**30)** 76

2-тобы. Қысқаша көбейту формулаларын пайдаланып, есептеңіз:

1.1.2

А

1) $\dfrac{41^2-17^2}{37^2-21^2}-\dfrac{39^2-27^2}{45^2-21^2}$

2) $\left(5\frac{1}{3}+\frac{3}{16}\right)^2-\left(5\frac{1}{3}-\frac{3}{16}\right)^2+\left(7\frac{3}{5}+\frac{5}{38}\right)^2-\left(7\frac{3}{5}-\frac{5}{38}\right)^2$

3) $\dfrac{52^2-37^2}{57^2-32^2}+\dfrac{39^2-36^2}{45^2-30^2}$

www.nismath.org

4) $\dfrac{7,4^2-2,6^2}{11,2^2-8,8^2}$

5) $\dfrac{3,88^2+3,12^2}{2}+3,88\cdot 3,12$

6) $2,85^2+7,15^2+\dfrac{2,85\cdot 7,15}{0,5}$

7) $\left(\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{5}\right)\left(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{25}\right)$

8) $\left(5+17^{\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{1}{3}}:\left(5-\sqrt{17}\right)^{\frac{1}{3}}$

9) $\sqrt{\dfrac{\sqrt{56^2-46^2}}{0,25\cdot\sqrt{10}}}$

10) $\dfrac{7\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2}{20\left(2+\sqrt[4]{15}\right)\left(2-\sqrt[4]{15}\right)}$

11) $\sqrt[4]{\sqrt{23}-\sqrt{7}}\cdot\sqrt[4]{\sqrt{23}+\sqrt{7}}$

B

12) $0,507^3+0,493^3-0,507\cdot 0,493$

13) $\dfrac{\dfrac{57^3+63^3}{120}-57\cdot 63}{18,5^2-17,5^2}$

14) $\dfrac{\dfrac{15,1^3-10,5^3}{4,6}+15,1\cdot 10,5}{32^2-19,2^2}$

15) $\left(9^{-0,25}+\left(2\sqrt{2}\right)^{-\frac{2}{3}}\right)\left(9^{-0,25}-\left(2\sqrt{2}\right)^{-\frac{2}{3}}\right)$

www.nismath.org

16) $\sqrt{\frac{\left(\sqrt{13}\right)^3+\left(\sqrt{3}\right)^3}{\sqrt{13}+\sqrt{3}}-\sqrt{39}}\cdot\left(\sqrt{13}+\sqrt{3}\right)$

17) $\frac{6\left(\sqrt{2}-1\right)^3}{1-5\left(\sqrt{2}-1\right)^2}$

18) $\frac{25}{198}\cdot\sqrt{\frac{101^2-20^2}{125}}-\frac{1}{45}\cdot\sqrt{115^2-110^2}$

19) $\left(3^2+1\right)\left(3^4+1\right)\left(3^8+1\right)\left(3^{16}+1\right)\left(3^{32}+1\right)-\frac{1}{8}\cdot 3^{64}$

20) $\left(2^2+1\right)\left(2^4+1\right)\left(2^8+1\right)\left(2^{16}+1\right)\left(2^{32}+1\right)\left(2^{64}+1\right)-\frac{1}{3}\cdot 2^{128}$

ЖАУАПТАРЫ

1) 1	2) 8	3) 0,8	4) 1	5) 24,5
6) 100	7) -3	8) 0,5	9) $2\cdot\sqrt[4]{102}$	10) 0,7
11) 2	12) 0,000196	13) 1	14) 1	15) $\frac{1}{12}$
16) 10	17) 3	18) $\frac{\sqrt{5}}{6}$	19) $-\frac{1}{8}$	20) $-\frac{1}{3}$

3-тобы. Бөлшекті қысқартыңыз:

1.1.3

А

1) $\frac{7^8\cdot 49^{-2}\cdot 5^4+49\cdot 125\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}}{(7\cdot 5)^4\cdot 7^{-3}}$

2) $\frac{\left(3\cdot 2^{20}+7\cdot 2^{19}\right)\cdot 52}{\left(13\cdot 8^4\right)^2}$

3) $\frac{\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[4]{9}\cdot\sqrt[6]{81}}{\sqrt{3}}$.

4) $\frac{\sqrt[8]{27}\cdot\sqrt[3]{40}\cdot\sqrt[4]{4}\cdot\sqrt[8]{3^5}}{\sqrt[6]{25}\cdot\sqrt{2}}$

www.nismath.org

5) $\dfrac{\left(8+\sqrt{56}\right)(1{,}5+0{,}25)}{\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{7}+\sqrt{8}\right)}$

6) $\dfrac{\left(\sqrt{45}-\sqrt{20}\right)\left(\sqrt{12}+\sqrt{75}\right)\cdot 7\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{180}}$

7) $\dfrac{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}{\left(3-2\cdot\sqrt[4]{5}\right)\left(3+2\cdot\sqrt[4]{5}\right)}$

8) $\dfrac{1-2\cdot\sqrt[4]{5}+\sqrt{5}}{\left(\sqrt{3}-\sqrt[4]{45}\right)^2}$

B

9) $\dfrac{\left(\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{9}\right)\left(\sqrt{32}-\sqrt{8}\right)^2}{\sqrt[3]{40}-\sqrt[3]{72}}$

10) $\dfrac{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{72}}{3\left(2\sqrt{6}-\sqrt{16}\right)\left(\sqrt[3]{64}+1\right)}$

11) $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{3}-\sqrt{2}-1}{\sqrt{6}+2\sqrt{3}-\sqrt{2}-2}$

12) $\dfrac{\left(\sqrt{5}-\sqrt{11}\right)\left(\sqrt{33}+\sqrt{15}-\sqrt{22}-\sqrt{10}\right)}{\sqrt{75}-\sqrt{50}}$

13) $\dfrac{\left(\sqrt[3]{9}+\sqrt{3}\right)^2}{\sqrt[3]{3}+2\cdot\sqrt[6]{3}+1}$

14) $\dfrac{25^{k+1}-25^k}{\left(5^k+5^{k-1}\right)^2}$

15) $\dfrac{\left(-3^k-3^{k-1}\right)^2}{9^{k-1}}$

ЖАУАПТАРЫ

1) 350 **2)** $\frac{1}{8}$ **3)** 3 **4)** 6 **5)** 3,5

6) 21 **7)** 1 **8)** $\frac{1}{3}$ **9)** 4 **10)** 0,2

11) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **12)** $-1{,}2$ **13)** 3 **14)** $16\frac{2}{3}$ **15)** 16

www.nismath.org

4-тобы. Бөлшектің бөліміндегі иррационалдықтан құтылыңыз:

11.4

A

1) $\frac{4}{3-\sqrt{3}}$ 2) $\frac{6}{3\sqrt{2}+4}$ 3) $\frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

4) $\frac{17}{3\sqrt{5}-2\sqrt{7}}$ 5) $\frac{7}{\sqrt{5-\sqrt{11}}}$ 6) $\frac{3}{\sqrt{4-\sqrt{7}}}$

7) $\frac{11}{3\sqrt{5}+2\sqrt{7}}$ 8) $\frac{2}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$ 9) $\frac{1}{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{5}}$

10) $\frac{1}{\sqrt[3]{3}-1}$ 11) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}+1}$ 12) $\frac{1}{\sqrt[3]{49}-\sqrt[3]{35}+\sqrt[3]{25}}$

13) $\frac{4}{2-3\cdot\sqrt[3]{2}}$ 14) $\frac{1}{\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}}$

B

15) $\frac{1}{\sqrt[4]{3}+\sqrt[4]{2}}$ 16) $\frac{1}{\sqrt[4]{2}-1}$ 17) $\frac{6}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$

18) $\left(\frac{2}{\sqrt{3}-1}+\frac{3}{\sqrt{3}-2}+\frac{6}{3-\sqrt{3}}-3\right)\cdot\frac{2}{\sqrt{3}+5}$

19) $\left(\frac{2}{\sqrt{19}+\sqrt{17}}+\frac{2}{\sqrt{17}+\sqrt{15}}+\sqrt{15}\right)\cdot\sqrt{19}$

20) $\left(\frac{12}{\sqrt{7}-1}\cdot\frac{18}{\sqrt{7}+5}-4\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{7}+1\right)$

21) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}-\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$

22) $\frac{9}{5-\sqrt{7}}\cdot\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}+\frac{22}{7+\sqrt{5}}$

www.nismath.org

23) $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$

24) $\dfrac{\sqrt[3]{\left(6-\sqrt{35}\right)^2}}{\sqrt[3]{6+\sqrt{35}}}+\sqrt{35}$

25) $\dfrac{\sqrt[3]{\left(8-\sqrt{63}\right)^2}}{\sqrt[3]{8+\sqrt{63}}}+\sqrt{63}+2\,005$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\dfrac{6+2\sqrt{3}}{3}$ **2)** $9\sqrt{2}-12$ **3)** $\sqrt{7}+\sqrt{3}$

4) $3\sqrt{5}+2\sqrt{7}$ **5)** $\dfrac{\sqrt{14\left(5+\sqrt{11}\right)}}{2}$ **6)** $\sqrt{4+\sqrt{7}}$

7) $\dfrac{11\left(3\sqrt{5}-2\sqrt{7}\right)}{17}$ **8)** $2\sqrt{2+\sqrt{3}}$ **9)** $\dfrac{1}{8}\left(\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{15}+\sqrt[3]{25}\right)$

10) $\dfrac{1}{2}\left(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{3}+1\right)$ **11)** $\dfrac{1}{3}\left(\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1\right)$ **12)** $\dfrac{\sqrt[3]{7}+\sqrt[3]{5}}{12}$

13) $\dfrac{-2\left(4+6\cdot\sqrt[3]{2}+9\cdot\sqrt[3]{4}\right)}{23}$ **14)** $\dfrac{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}}{5}$ **15)** $\left(\sqrt[4]{3}-\sqrt[4]{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$

16) $\left(\sqrt[4]{2}+1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)$ **17)** $\dfrac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}-\sqrt{30}}{2}$ **18)** -2

19) 19 **20)** 24 **21)** $2\sqrt{3}$

22) 6 **23)** $\dfrac{13-\sqrt{5}}{2}$ **24)** 6

25) 2 013

1.1.5
www.nismath.org

5-тобы. Радикал астындағы радикал өрнектерді түрлендіріп, амалдарды орындаңыз:

А

1) $\left(3-\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{11+6\sqrt{2}}$

2) $\left(3-\sqrt{5}\right)\cdot\sqrt{14+6\sqrt{5}}$

3) $\left(\sqrt{7+\sqrt{33}}+\sqrt{7-\sqrt{33}}\right)^2$

4) $\sqrt{3-2\sqrt{2}}\cdot\sqrt[4]{17+12\sqrt{2}}$

5) $\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}$

6) $\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}+\sqrt{\left(3-\sqrt{5}\right)^2}$

7) $\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}-\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}+\sqrt{3}$

В

8) $\sqrt[6]{4-2\sqrt{3}}\cdot\sqrt[3]{1+\sqrt{3}}\cdot\sqrt[3]{4}$

9) $\sqrt[6]{\left(-\sqrt{14}+2\right)^6}+2\sqrt{14}-8$

10) $\dfrac{\sqrt{25}+8\sqrt{5}}{8+\sqrt{5}}\cdot\sqrt{9-4\sqrt{5}}$

11) $\sqrt[3]{2-\sqrt{3}}\cdot\sqrt[6]{7+4\sqrt{3}}$

12) $\left(\sqrt{3}+1\right)^2+\left(\sqrt{3}-2\right)^2+\sqrt{27}+\sqrt{4+2\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}$

13) $\left(\sqrt{2}+3\right)^2+\left(\sqrt{2}-1\right)^2+\sqrt{8}+\sqrt{3+2\sqrt{2}}+\sqrt{11-6\sqrt{2}}$

14) $\sqrt{17-4\sqrt{9+4\sqrt{5}}}$

15) $\sqrt{15-4\sqrt{7+4\sqrt{3}}}$

ЖАУАПТАРЫ

1) 7	2) 4	3) 22	4) 1	5) 1
6) 1	7) $3-\sqrt{3}$	8) 2	9) $3\sqrt{14}-10$	10) $5-2\sqrt{5}$
11) 1	12) $14+\sqrt{3}$	13) $18+6\sqrt{2}$	14) $\sqrt{5}-2$	15) $2-\sqrt{3}$

www.nismath.org

6 - тобы. Құрамында радикалдары бар сандық өрнектерді түрлендіріп, амалдарды орындаңыз:

1.1.6

А

1) $\sqrt{252}-\sqrt{700}+\sqrt{1008}-\sqrt{448}$

2) $\sqrt{28}-\sqrt{1,75}-\sqrt{15,75}$

3) $2\sqrt{18}+3\sqrt{8}+3\sqrt{32}-\sqrt{50}$

4) $\sqrt{49}+\left(\sqrt{66}\right)^2-\sqrt{(-5)^2}$

В

5) $3\cdot\sqrt{\frac{1}{27}}-\frac{5}{6}\cdot\sqrt{27}-0,1\cdot\sqrt{75}+2\cdot\sqrt{\frac{1}{3}}$

6) $3\cdot\sqrt{1,44}-\left(0,3\cdot\sqrt{7}\right)^2$

7) $\left(10\sqrt{48}-6\sqrt{27}+4\sqrt{12}\right):\sqrt{3}$

8) $\left(15\sqrt{50}+5\sqrt{200}-3\sqrt{450}\right):\sqrt{10}$

9) $2\sqrt{40\sqrt{12}}+3\sqrt{5\sqrt{48}}-2\cdot\sqrt[4]{75}-4\sqrt{15\sqrt{27}}$

10) $\frac{3}{2}\cdot\sqrt{\frac{2}{3}}-3\cdot\sqrt{\frac{1}{6}}-1,7\cdot\sqrt{6}-4\cdot\sqrt{1,5}+3,7\cdot\sqrt{6}$

ЖАУАПТАРЫ

1) 0 **2)** 0 **3)** $19\sqrt{2}$ **4)** 68 **5)** $-2\sqrt{3}$

6) 2,97 **7)** 30 **8)** $16\sqrt{5}$ **9)** 0 **10)** 0

www.nismath.org

2-тапсырма. Қуаттың қасиеттерін қолданып, өрнектердің мәндерін табыңдар және сандық өрнектердің мәндерін салыстырыңдар:

1.1.7

A

1) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{3}:\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{-7}$

2) $\left(\left(\frac{2^3}{5}\right)^{-1}-3\cdot(-2)^{-3}+\left(\frac{7}{8}\right)^{0}\right)^{-1}$

3) $\dfrac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}\cdot(3{,}375)^{-1}}{(2{,}25)^{-2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}}$

4) $\dfrac{(0{,}4)^{-2}\cdot(2{,}5)^{-4}}{(0{,}16)^{-5}\cdot\left((6{,}25)^{-3}\right)^{2}}$

5) $(-2{,}2)^{5}\cdot\left(2\frac{3}{11}\right)^{4}$

B

6) $\left(20\cdot2^4-12\cdot2^3-48\cdot2^2\right)^2:(-8)^3$

7) $\left(75\cdot5^2+35\cdot5^3\right):(20\cdot25\cdot125-625\cdot75)$

8) $\dfrac{\left(\frac{3}{2^3}\right)^{-1}\cdot(1{,}5)^3+\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}}{(0{,}2)^{-1}+(-2{,}3)^{0}}$

9) $\dfrac{(-1{,}2)^{0}+(0{,}5)^{-1}}{\left(\frac{2^3}{5}\right)^{-1}-3\cdot(-2)^{-3}-(0{,}2)^{-2}}$

10) $\left(6-4\cdot\left(\frac{5}{16}\right)^{0}\right)^{-2}+\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}-\frac{3}{2\sqrt{2}}\cdot\cos\frac{3\pi}{4}$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) 9 **2)** 0,5 **3)** $\frac{8}{27}$ **4)** 1 **5)** –1375

6) –2 **7)** $\frac{2}{5}$ **8)** 1 **9)** –0,125 **10)** 2,5

8-тобы. Құрамында рационал көрсеткішті дәрежелері бар сандық өрнектерді түрлендіріп, амалдарды орындаңыз:

1.1.8

А

1) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}+3\cdot 0,0081^{-\frac{1}{4}}+\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75}$

2) $1000^{-\frac{2}{3}}+\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{4}{3}}-625^{-0,75}$

3) $81^{0,75}\cdot 32^{-0,4}-8^{-\frac{2}{3}}\cdot 27^{\frac{1}{3}}+256^{0,5}$

4) $\sqrt[3]{-5}\cdot\sqrt{8}\cdot\sqrt[3]{25}\cdot\sqrt{32}+\frac{\sqrt[5]{-729}}{\sqrt[5]{3}}$

5) $4\cdot(0,0025)^{-0,5}\cdot\sqrt[3]{0,001}$

6) $5\cdot\sqrt{0,0004}\cdot 0,216^{-\frac{1}{3}}$

7) $64^{\frac{1}{2}}\cdot\left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}\cdot\sqrt{324}$

В

8) Егер $\frac{\left(\sqrt[3]{2}\right)^{6}\cdot 2^{-6}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\cdot 8^{-\frac{2}{3}}}=x\cdot\left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^{9}$ өрнегі берілсе, x - ті табыңыз.

9) Есептеңіз: $\frac{4^{-0,5}+\left(\sqrt{8}\right)^{\frac{2}{3}}+2\frac{1}{3}:1\frac{5}{9}}{\left(4,8\cdot 6\frac{2}{3}-31,75\right)^{-0,5}}$.

www.nismath.org

10) 10%-ті $32^{\frac{2}{5}} \cdot 0,5 - \left(\sqrt{25}\right)^{0} + \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{3}$ өрнегінің мәніне тең болатын санды табыңыз.

11) $3^{0,3} : \frac{3^{-0,2}}{1-3^{0,5}} + \frac{2}{1-\sqrt{3}}$

12) $16^{-0,75} \cdot 25^{0,5} + 64^{-\frac{1}{2}} \cdot 9^{1,5} - \left(\frac{1}{100}\right)^{-0,5}$

13) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$

14) $0,027^{-\frac{1}{3}} - \left(-\frac{1}{6}\right)^{-2} + 256^{0,75} - 3^{-1} + 10^{0}$

15) $2 \cdot \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{250} + 2 \cdot \sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{128}$

ЖАУАПТАРЫ

1) 26	**2)** 81,002	**3)** 22	**4)** −83	**5)** 8
6) $\frac{1}{6}$	**7)** 64	**8)** 8	**9)** 2	**10)** 275
11) −4	**12)** −6	**13)** $\sqrt[8]{2^{7}}$	**14)** 32	**15)** $6-\sqrt[3]{2}$

2-нұсқа. Есептеңіз:

1.1.9

C

1) $\left(4\sqrt{6}+\sqrt{39}+2\sqrt{26}+6\right)\left(4\sqrt{6}+\sqrt{39}-2\sqrt{26}-6\right)$

2) $\left(\sqrt{28}-\sqrt{12}\right)\cdot\sqrt{10+\sqrt{84}}$

3) $\frac{\sqrt{97-56\sqrt{3}}+4\sqrt{3}}{\sqrt{52-30\sqrt{3}}-3\sqrt{3}}\left(\sqrt{3+2\sqrt{2}}+\sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)$

www.nismath.org

4) $\left(15\cdot 4^{-2}+\dfrac{2^{-4}\cdot\sqrt{11}}{121^{0,25}}\right)\cdot\left(\dfrac{\left(1+9^{0,25}\right)\cdot\left(\sqrt{3}-1\right)}{4}\right)^{-1}$

5) $\left(2\sqrt{6}-5\right)^2-10\sqrt{49-20\sqrt{6}}+1$

6) $\sqrt{6}+\sqrt{5}-\dfrac{1}{\sqrt{11-2\sqrt{30}}}$

7) $\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}\cdot\sqrt{3+2\sqrt{2}}$

8) $\dfrac{\sqrt{21+8\sqrt{5}}}{4+\sqrt{5}}\cdot\sqrt{9-4\sqrt{5}}$

9) $\dfrac{\sqrt{6,3\cdot 1,7}\cdot\left(\sqrt{\dfrac{6,3}{1,7}}-\sqrt{\dfrac{1,7}{6,3}}\right)}{\sqrt{(6,3+1,7)^2-4\cdot 6,3\cdot 1,7}}$

10) $\left(\dfrac{\sqrt{561^2-459^2}}{4\dfrac{2}{7}\cdot 0,15+4\dfrac{2}{7}:\dfrac{20}{3}}+4\sqrt{10}\right):\dfrac{\sqrt{40}}{3}$

11) $\left(\dfrac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}+\dfrac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}\right)^{-2}:\left(1+\sqrt{3,5}\right)^{-2}$

12) $\left(\sqrt[6]{9+4\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}\right)\cdot\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$

13) $\left(1+2^{0,5}\right)^2+\left(3+2\sqrt{2}\right)^{-1}$

14) $\left(\left(\sqrt[4]{3}-\sqrt[4]{27}\right)^2+7\right)\cdot\left(\left(\sqrt[4]{3}+\sqrt[4]{27}\right)^2-7\right)$

15) $\sqrt{13+30\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}}$

www.nismath.org

16) $\sqrt[3]{\sqrt{5}+\sqrt[4]{52}}\cdot\sqrt[3]{5+2\sqrt{13}}\cdot\sqrt[3]{\sqrt[4]{52}-\sqrt{5}}$

17) $\dfrac{\sqrt{12-2\sqrt{11}}}{\sqrt{17-12\sqrt{2}}}-\dfrac{\sqrt{12+2\sqrt{11}}}{\sqrt{17+12\sqrt{2}}}$

18) $7\,521^2-7\,522\cdot7\,520$

19) $\sqrt[4]{\left(\sqrt{5}-3\right)^4}-3\sqrt{5}+7$

20) $\dfrac{1}{2\cdot5}+\dfrac{1}{5\cdot8}+\dfrac{1}{8\cdot11}+\dfrac{1}{11\cdot14}+\dfrac{1}{14\cdot17}$

ЖАУАПТАРЫ

1) -5	**2)** 8	**3)** $-\dfrac{14\sqrt{2}}{5}$	**4)** 2	**5)** 0
6) 0	**7)** 1	**8)** $\sqrt{5}-2$	**9)** 1	**10)** 125
11) $\dfrac{1}{2}$	**12)** 2	**13)** 6	**14)** 47	**15)** $5+3\sqrt{2}$
16) 3	**17)** $4\sqrt{22}-6$	**18)** 1	**19)** $10-4\sqrt{5}$	**20)** $\dfrac{5}{34}$

www.nismath.org

§ 2. РАЦИОНАЛ АЛГЕБРАЛЫҚ ӨРНЕКТЕРДІ ТЕҢБЕ-ТЕҢ ТҮРЛЕНДІРУ

1-тобы. Көбейткіштерге жіктеңіз:

1.2.1

А

1) $x^3+x^2y+xy^2+y^3$

2) $x^3-2x^2y+y^2x-2y^3$

3) $x^4y^2+2x^4+x^2y^2+2x^2$

4) $2x^2+7x-4$

5) $4x^2+y-2x-y^2$

6) $x^2-9x+9y-y^2$

7) $3ax-2-x+6a$

8) $4xy-3-2y+6x$

9) $4x^2+5x-9x^2+15x$

10) $2x^2-7x+5$

11) $6x^2-11x-30$

12) $4x^2-4y^2+3x+3y$

13) $10x^2-3x-4$

14) $2x+y+y^2-4x^2$

В

15) $5x^2y-4xy^2-y^3$

16) $x^2y-4xy^2-5y^3$

17) $a^3+6a^2+12a+8$

18) $4a^2-12ab+5b^2$

19) $b^6+b^4c^2-b^2-c^2$

20) $9x^2+6xy+y^2-z^2$

21) $(x+1)^3-3(x+1)^2+3(x+1)-1$

22) $a-3b+9b^2-a^2$

23) $x^2+y^2+4+2xy+4x+4y$

24) $2a^4+30a^3+150a^2+250a$

25) $64(2-5a)^2-25(6a-5)^2$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $(x^2+y^2)(x+y)$

2) $(x^2+y^2)(x-2y)$

3) $x^2(x^2+1)(y^2+2)$

4) $(x+4)(2x-1)$

5) $(2x-y)(2x+y-1)$

6) $(x-y)(x+y-9)$

7) $(x+2)(3a-1)$

8) $(2x-1)(2y+3)$

9) $5x(4-x)$

10) $(x-1)(2x-5)$

11) $(3x-10)(2x+3)$

12) $(x+y)(4x-4y+3)$

13) $(2x+1)(5x-4)$

14) $(2x+y)(1+y-2x)$

15) $y(x-y)(5x+y)$

16) $y(x+y)(x-5y)$

17) $(a+2)^3$

18) $(2a-b)(2a-5b)$

19) $(b^2+c^2)(b^2+1)(b+1)(b-1)$

20) $(3x+y+z)(3x+y-z)$

21) x^3

22) $(1-3b-a)(a-3b)$

23) $(x+y+2)^2$

24) $2a(a+5)^3$

25) $(10a+9)(70a-41)$

2-тобы. Болшекті жыскартыңыз:

1.2.2

А

1) $\dfrac{x^2-x-2}{3x^2-5x-2}$

2) $\dfrac{x^3+4x^2-9x-36}{x^2+x-12}$

3) $\dfrac{5x^2-7x-5xy+7y}{x-y}$

4) $\dfrac{a^4-1}{1-a^8}$

www.nismath.org

5) $\frac{x^4+a^3x}{x^3-ax^2+a^2x}$

6) $\frac{1+ab-a-b}{1-2a+a^2}$

7) $\frac{xy-y+2x-2}{xy+3x-y-3}$

8) $\frac{x^2-9x+14}{x^2-10x+16}$

9) $\frac{7x^2y^4+7x^4y^2}{x^6+y^6}$

в

10) $\frac{x^4+x^2+1}{x^2+x+1}$

11) $\frac{a^{36}-a^3}{a^{26}+a^{15}+a^4}$

12) $\frac{a^2+b^2-c^2-2ab}{a^2-b^2+c^2+2ac}$

13) $\frac{x^6-1}{3x^3-3x}$

14) $\frac{m^2-n^2-2np-p^2}{m^2-2mn+n^2-p^2}$

15) $\frac{a^3-2a^2+4a-3}{a^2-7a+6}$

16) $\frac{x+y+x^2-y^2}{x-y+x^2-2xy+y^2}$

17) $\frac{ab+b+az+z}{a^3+3a^2+3a+1}$

18) $\frac{x^3+2x^2+4x+3}{x^2+7x+6}$

19) $\frac{x^4+x^2y^2+y^4}{x^2-xy+y^2}$

20) $\frac{x^4+x^2y^2+y^4}{(x-y)(x^3-y^3)}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\frac{x+1}{3x+1}$

2) $x+3$

3) $5x-7$

4) $-\frac{1}{1+a^4}$

5) $x+a$

6) $\frac{1-b}{1-a}$

www.nismath.org

7) $\frac{y+2}{y+3}$ 8) $\frac{x-7}{x-8}$ 9) $\frac{7x^2y^2}{x^4-x^2y^2+y^4}$

10) x^2-x+1 11) $\frac{a^{11}-1}{a}$ 12) $\frac{a-b-c}{a+b+c}$

13) $\frac{x^4+x^2+1}{3x}$ 14) $\frac{m+n+p}{m-n+p}$ 15) $\frac{a^2-a+3}{a-6}$

16) $\frac{x+y}{x-y}$ 17) $\frac{b+z}{(a+1)^2}$ 18) $\frac{x^2+x+3}{x+6}$

19) x^2+xy+y^2 20) $\frac{x^2-xy+y^2}{(x-y)^2}$

3-түрлі әрекетті өрнектер

1.2.3

А

1) $\frac{m^4-49}{m^2+7}-\frac{m^6-343}{m^4+7m^2+49}$

2) $\left(\frac{1+n}{n^2-mn}-\frac{1-m}{m^2-mn}\right)\cdot\left(\frac{m+n}{m^2n-n^2m}\right)^{-1}$

3) $\left(\frac{ab}{a-b}+a\right)\left(\frac{ab}{a+b}-a\right):\frac{a^2b^2}{b^2-a^2}$

4) Егер $b=-0,5$ болса, $\frac{(a+b)^2-(ab+1)^2}{a^2-1}:0,75$ есептеңіз.

5) $\left(\frac{2ab}{a^2-b^2}+\frac{a-b}{2(a+b)}\right)\cdot\frac{2a}{a+b}-\frac{b}{a-b}$

6) Егер $x=3$ болса, $\frac{3x+2}{2x+3}-\frac{4x-1}{2x+3}+\frac{2x^2+3x}{4x^2+12x+9}$ есептеңіз.

www.nismath.org

7) Егер $x=4$ болса, $\dfrac{6}{7(x-3)}-\dfrac{1}{x^2-6x+9}+\dfrac{1}{x^2-9}$ есептеңіз.

8) $\dfrac{3a-4}{a+1}+\dfrac{a}{a+1}:\dfrac{a}{a^2-1}+\dfrac{5-2a}{a+1}$

9) $\left(\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}-\dfrac{1}{ab}\right):\left(\dfrac{a^2}{b}+\dfrac{b^2}{a}\right)$

10) $\left(\dfrac{m^3+n^3}{m^2-n^2}-\dfrac{m^2-n^2}{m+n}\right)\cdot(mn)^{-1}$

11) $\left(\dfrac{6}{a-3}-\dfrac{3}{a-1}-\dfrac{a+1}{a^2-4a+3}\right)\cdot\left(\dfrac{a+1}{a-3}\right)^{-1}$

12) $\dfrac{3a^2+2ax-x^2}{(3x+a)(a+x)}+10\cdot\dfrac{ax-3x^2}{a^2-9x^2}$

13) $\dfrac{(a+b)^2-3ab}{a^3+a^2b+ab^2+b^3}\cdot\dfrac{a^4-b^4}{a^3+b^3}$

14) $\dfrac{m^2-9}{m^2-1}:\dfrac{m^2+4m+3}{m^2-4m+3}$

15) $\dfrac{x}{x^2+y^2}-\dfrac{y(x-y)^2}{x^4-y^4}$

16) Егер $a=2,71;\ b=1,29$ болса, $\dfrac{a^4-b^4}{(a+b)^2-2ab}$ есептеңіз.

17) $\dfrac{x^4-4}{x^2+2}+2\left(x+\dfrac{3}{2}\right)$

18) $\left(a+1+\dfrac{1}{a-1}\right):\dfrac{a^2}{1-2a+a^2}$

19) $\left(\dfrac{b}{a^2-ab}-\dfrac{1}{a-b}\right):\left(\dfrac{a+b}{a^2-ab}-\dfrac{b}{ab-b^2}\right)$

www.nismath.org

20) $\frac{x}{x-y}+\frac{x^2+y^2}{y^2-x^2}+\frac{x}{x+y}$

21) $\left(\frac{m-2}{m+2}-\frac{m+2}{m-2}\right):\frac{8m}{m^2-4}$

22) $(a+b)\cdot\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right):\frac{a^2-b^2}{a^2b^2}$

23) $\left(\frac{ab}{a^2-b^2}-\frac{b}{2a-2b}\right):\frac{2b}{a^2-b^2}$

B

24) $\left(\frac{1}{2-6a}+\frac{1}{27a^3-1}:\frac{1+3a}{1+3a+9a^2}\right)\cdot\frac{2+6a}{a}$

25) $\frac{8-n^3}{2+n}:\left(2+\frac{n^2}{2+n}\right)-\frac{n^2}{n-2}\cdot\frac{4-n^2}{n^2+2n}$

26) $\left(\frac{12}{5a^2+a-4}-\frac{a+1}{3(5a-4)}\right)\cdot\left(\frac{15a-12}{a+7}\right)$

27) $\left(\frac{x+5}{(x-9)(x+9)}+\frac{x+7}{(x-9)^2}\right)\cdot\left(\frac{x-9}{x+3}\right)^2+\frac{7+x}{9+x}$

28) Егер $a=-2{,}5$; $b=0{,}5$ болса, $\left(\frac{a^2}{a+b}-\frac{a^3}{a^2+2ab+b^2}\right):\left(\frac{a}{a+b}-\frac{a^2}{a^2-b^2}\right)$ есептеңіз.

29) $\left(\frac{49}{a^3+27}-\frac{a+3}{a^2+9-3a}\right)\cdot\frac{a(a^3+27)}{16-a^2}+\frac{4-9a-a^2}{a+4}$

30) $(x+1)\cdot\left(\frac{1}{x+1}+\frac{4}{x^2-4x}-\frac{5}{x^2-3x-4}\right):\left(1-\frac{1}{x}\right)$

31) Егер $a=\sqrt[3]{163}$ болса, $\left(\frac{2}{a}-\frac{a}{4}-\frac{3}{2a}+\frac{1}{2a}\right):\frac{2-a}{4}-\left(1+\frac{2}{a}\right)$ есептеңіз.

www.nismath.org

32) $\left(\frac{8}{2a^2-8a}-\frac{3a+32}{a^3-64}\right):\frac{a-8}{a^3+4a^2+16a}-\frac{4}{4-a}$

33) $\frac{4a^2-1}{a^2-1}:\left(\frac{a}{a^2-2a+1}+\frac{a}{a^2-1}-\frac{2}{a+1}\right)$

34) $\frac{\left(x^2+5\right)^2+4\left(x^2+5\right)+4}{x^2-10x+21}\cdot\frac{2x^2-18}{\left(x^2+7\right)^2}$

35) $\frac{y^2+18y+77}{y^2-49}\cdot\frac{5y-35}{(y+8)^2+6(y+8)+9}$

36) $\left(\frac{1}{(2-a)^2}-\frac{2}{a^2-4}+\frac{1}{(2+a)^2}\right)\cdot\left(a^2-4\right)^2$

37) $\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-c)(b-a)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}$

38) $\left(x^2-y^2-z^2+2yz\right):\frac{x+y-z}{x+y+z}$

39) $\left(\frac{2x+1}{x+2}-\frac{4x+2}{4-x^2}\right):\frac{2x+1}{x-2}+\frac{2}{x+2}$

40) $\left(\frac{9}{x^2-9}+\frac{3}{(3-x)^2}\right):\frac{6}{(x-3)^2}+\frac{1-2x}{3+x}$

ЖАУАПТАРЫ

1) 0 **2)** -1 **3)** $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ **4)** 1

5) 1 **6)** $\frac{1}{3}$ **7)** 0 **8)** a

9) $\frac{1}{ab(a+b)}$ **10)** $\frac{1}{m-n}$ **11)** $\frac{2}{a-1}$ **12)** 3

www.nismath.org

13) $\frac{a-b}{a+b}$ 14) $\left(\frac{m-3}{m+1}\right)^2$ 15) $\frac{1}{x+y}$ 16) 5,68

17) $(x+1)^2$ 18) $a-1$ 19) $\frac{b-a}{b}$ 20) 1

21) -1 22) $-ab$ 23) $\frac{a-b}{4}$ 24) $-\frac{1}{a}$

25) 2 26) $\frac{5-a}{a+1}$ 27) 1 28) 3,75

29) 1 30) 1 31) 0 32) 1

33) $\frac{(2a+1)(a-1)}{2}$ 34) $\frac{2x+6}{x-7}$ 35) $\frac{5}{y+11}$ 36) 16

37) 0 38) $(x+z)^2-y^2$ 39) 1 40) $-\frac{2}{x+3}$

4-тобы. Модуль таңбасы бар өрнектердің өзгеруін орындаңыз:

1.2.4

A

1) Егер $x \geq 2$ болса, $f(x)=|x-2|+7-x$ табыңыз.

2) Егер $a \in (-\infty; 0)$ болса, $\frac{a^2-4}{|a|+2}$ ықшамдаңыз.

B

3) Егер $x > \frac{3}{4}$ болса, $f(x)=|3x+1|+|4x-3|-7x$ табыңыз.

4) Егер $-\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{3}{4}$ болса, $f(x)=|3x+1|+|4x-3|-7x$ табыңыз.

5) Егер $0 < x < 2$ болса, $f(x)=|x|+|2-x|+3\cdot|x-3|$ табыңыз.

6) $f(x)=|x-2|$ функциясы берілген. $f(-3)$ табыңыз.

www.nismath.org

7) Егер $a \in (-\infty; -2)$ болса, $\dfrac{a^3+a^2-2a}{a\cdot|a+2|-a^2+4}$ ықшамдаңыз.

8) Қысқартыңыз: $\dfrac{x\cdot|x-3|}{x^2-x-6}$.

9) $y=|x-2|+|x-3|$ функциясының ең кіші мәнін табыңыз.

10) $y=|x|+|x-2|$ функциясының ең кіші мәнін табыңыз.

ЖАУАПТАРЫ

1) 5 2) $-a-2$ 3) -2 4) $-8x+4$ 5) $11-3x$ 6) 5 7) $-\dfrac{a}{2}$

8) $\begin{cases} \dfrac{x}{x+2}, & \text{егер } x>3 \\ \dfrac{-x}{x+2}, & \text{егер } x<3,\ x\neq -2 \end{cases}$

9) 1 10) 2

5 - тобы. Құрамында бүтін көрсеткішті дәрежелері бар өрнектерді ықшамдаңыз:

1.2.5

А

1) $(a+b)^{-1}\cdot\dfrac{a^{-2}+b^{-2}}{a^{-1}+b^{-1}}:\left(\dfrac{ab}{a^2+b^2}\right)^{-1}\cdot\left(\dfrac{2ab}{a+b}\right)^{-1}$

2) $\left(a^{-2}-b^{-2}\right)\cdot\left(b^{-1}-a^{-1}\right)^{-1}$

3) $\dfrac{x^{-2}-y^{-2}}{x^{-1}+y^{-1}}:\dfrac{x^{-1}\cdot y^{-1}}{(y-x)^{-1}}$

4) $\dfrac{a^3b^{-1}-a^{-1}b^3}{ab^{-1}+a^{-1}b}\cdot\left(\dfrac{a^2-b^2}{ab}\right)^{-1}$

www.nismath.org

5) $\dfrac{a^{-2}b^3-a}{\dfrac{1}{a^3b^{-2}}+a^{-2}b+a^{-1}}$

В

6) $\left(\dfrac{a^{-1}-b^{-1}}{a^{-3}+b^{-3}}:\dfrac{a^2b^2}{(a+b)^2-3ab}+1\right)^{-1}-0,5$

7) Егер $m=0,003$; $n=0,007$ болса,

$\dfrac{m^{-2}n^{-1}-m^{-1}n^{-2}}{m^{-2}-n^{-2}}-\dfrac{1}{m}\left(mn^{-1}+2+m^{-1}n\right)^{-1}$ есептеңіз.

8) $\left(\dfrac{a^{-1}-b^{-1}}{a^{-1}+b^{-1}}-\dfrac{a^{-1}+b^{-1}}{a^{-1}-b^{-1}}\right)\cdot\left(\dfrac{4ab}{b^2-a^2}\right)^{-1}$

9) $\left(x^2-a^{-1}x+a^{-2}\right)\cdot\left(x^{-1}+a\right)-x\cdot(ax)^{-2}$

10) $\dfrac{a^{-1}-x^{-1}}{a^{-3}+x^{-3}}:\left(\dfrac{xa^{-2}+ax^{-2}}{x-a}\right)^{-1}$

11) Егер $x=0,24$; $y=\dfrac{5}{12}$ болса, $\dfrac{\left(xy^{-1}+yx^{-1}+1\right)\cdot\left(x^{-1}-y^{-1}\right)^2}{x^2y^{-2}+y^2x^{-2}-xy^{-1}-yx^{-1}}$ есептеңіз.

12) $\dfrac{\left(ab^{-3}-a^{-3}b\right)^{-1}\cdot\left(a^{-2}+b^{-2}\right)}{\left(b^{-2}-a^{-2}\right)^{-1}}$

13) Егер $a=-10$; $b=2$ болса, $\dfrac{\left(a^{-1}b^2+a^3b^{-4}\right)^2}{b^3a^{-4}+2b^{-3}+a^4b^{-9}}$ есептеңіз.

14) Егер $b=-4$; $a=\dfrac{2}{3}$ болса, $\dfrac{a^{-1}-27b^3a^{-4}}{a^{-1}+3a^{-2}b+9a^{-3}b^2}$ есептеңіз.

www.nismath.org

15) Егер $a=b=\sqrt{2}$ болса, $\left(2a^{-3}-b^{-2}\right)\cdot\left(\frac{a^{-3}}{2^{-1}}+\frac{1}{b^2}\right)\cdot\left(\frac{1}{b^4}+4a^{-6}\right)$ есептеңіз.

ЖАУАПТАРЫ

1) $\frac{1}{2ab(a+b)}$ **2)** $-\frac{a+b}{ab}$ **3)** 1 **4)** ab **5)** $a(b-a)$

6) $\frac{a}{2b}$ **7)** 30 **8)** -1 **9)** ax^2 **10)** 1

11) 10 **12)** $\frac{1}{ab}$ **13)** 200 **14)** 19 **15)** $\frac{3}{16}$

6 - тобы. Өрнекті ықшамдаңыз:

1.2.6

С

1) $\left(\frac{x}{x-2}-\frac{x^2}{x^3+8}\cdot\frac{x^2-2x+4}{x-2}\right):\frac{8}{(x+2)^2-8x}-\frac{x^2+x+6}{4x+8}$

2) $a^{-5}\cdot\left(\frac{25-4a^{-4}}{5a^{-1}+2a^{-3}}-\frac{1-1,5a^{-2}-a^{-4}}{a^{-1}+0,5a^{-3}}\right)^5$

3) $\frac{x^2+x-56}{0,5x+4}-\frac{3x^2-x-14}{x+2}-\frac{6+7x-5x^2}{5x+3}$

4) $\frac{x^2+x-20}{x-4}-\frac{2x^2-5x+3}{2x-3}-\frac{4-8x-5x^2}{x+2}$

5) $\frac{(x^2-x-5)(x^2-x-2)+2}{(x^2-x-5)(x^2-x-1)+4}$

6) Егер $x=\frac{\sqrt{5}-3}{2}$ болса, $\frac{x(x+1)(x+2)(x+3)}{(x-1)(x+4)}$ есептеңіз.

www.nismath.org

7) Егер $x=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$ болса, $\dfrac{(1-x)(x+2)}{x^2(x+1)^2}$ есептеңіз.

8) $\dfrac{6x+7}{2x+3}-\dfrac{2x+8}{3x+7}\cdot\left(\dfrac{x+4}{2x^2+x-3}-\dfrac{2x+3}{x^2+3x-4}\right)$

9) Егер $\dfrac{1}{2}<a<3$, $\dfrac{\sqrt{a^4-6a^3+9a^2}+\sqrt{4a^4-4a^3+a^2}}{\sqrt{a^2+4a+4}}$ есептеңіз.

10) $\left(\dfrac{1+6ac}{8c^3-a^3}-\dfrac{1}{2c-a}\right)\cdot\left(\dfrac{1}{a^3-8c^3}-\dfrac{1}{a^2+2ac+4c^2}\right)^{-1}$

11) $\left(\dfrac{x^2-2x+4}{4x^2-1}\cdot\dfrac{2x^2+x}{x^3+8}-\dfrac{x+2}{2x^2-x}\right)\cdot\left(\dfrac{4(x+1)}{x^2+2x}\right)^{-1}-\dfrac{6-6x}{3-6x}$

12) $\dfrac{x^4-(x-1)^2}{(x^2+1)^2-x^2}+\dfrac{x^2-(x^2-1)^2}{x^2(x+1)^2-1}+\dfrac{x^2(x-1)^2-1}{x^4-(x+1)^2}$

13) $\left(\dfrac{x^2}{y^2}-2+\dfrac{y^2}{x^2}\right)\cdot\dfrac{x^4y^4}{xy+y^2}\cdot\dfrac{\dfrac{x}{y}-1+\dfrac{y}{x}}{x^3-2x^2y+xy^2}$

14) Егер $0<a<b$ болса, $\dfrac{\sqrt{a^2-2ab+b^2}}{\sqrt{a^2+2ab+b^2}}+\dfrac{2a}{a+b}$ есептеңіз.

15) $\dfrac{1}{x(x+1)}+\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}+\dfrac{1}{(x+2)(x+3)}+\dfrac{1}{(x+3)(x+4)}$

16) $\dfrac{x^4-3x^2+1}{x^3-27}:\dfrac{x^2+x-1}{x^2+3x+9}$

17) $\left(\dfrac{3}{a+2}+\dfrac{a+1}{a^2-9}-\dfrac{a-1}{a^2+5a+6}\right):\dfrac{3a^2+7a-28}{a^2+5a+6}$

www.nismath.org

18) $\left(\frac{9}{(x+3)^2}+\frac{18}{x^2-9}+\frac{9}{(x-3)^2}\right)\cdot\left(\frac{x}{3}-\frac{3}{x}\right)^2$

19) Өрнектің ең кіші мәнін табыңыз:

$$(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)+10.$$

20) Өрнектің ең үлкен мәнін табыңыз:

$$(x-1)(x-3)(x-4)(x-6)+10.$$

ЖАУАПТАРЫ

1) $-\frac{3}{4}$ **2)** 1 024 **3)** -9 **4)** $5x+4$

5) $\frac{x^2-x-4}{x^2-x-3}$ **6)** 0,2 **7)** 6 **8)** 3

9) a **10)** $2c-a-1$ **11)** -1 **12)** 1

13) x^3+y^3 **14)** 1 **15)** $\frac{4}{x^2+4x}$ **16)** $\frac{x^2-x-1}{x-3}$

17) $\frac{1}{a-3}$ **18)** 4 **19)** 9 **20)** 1

www.nismath.org

§ 3. РАЦИОНАЛ АЛГЕБРАЛЫҚ ТЕҢДЕУЛЕРДІ ШЕШУ

1-тобы. Рационал теңдеулерді шешіңіз:

1.3.1

А

1) $(x-5)^2+(3-x)^2-4(x+5)(3-x)-48=(x+1)^2$

2) $\left(1-\frac{1}{x-1}\right)(1-x)=0$

3) $\frac{x}{2}+\frac{2}{x}=\frac{x}{3}+\frac{3}{x}$

4) $\frac{(x^2-4x+4)(2x+5)}{12-3x^2}=0$

5) $\frac{5x^2+9}{6}-\frac{4x^2-9}{5}=3$

6) $(3x-8)^2-(4x-6)^2+(5x-2)(5x+2)=96$

7) $\frac{x^2+3x}{2}=\frac{x+7}{4}$

8) $\frac{x^2-3x}{7}+x=1$

9) $(3x-5)^2-(2x-1)^2=24$

10) $(3x-8)(7x+5)=(3x-8)^2$

11) $\frac{4x^2-7x-2}{x^2-5x+6}=0$

12) $\frac{(2x+1)^2}{8}-\frac{4x-1}{5}=1$

13) $\frac{x^2-8x+16}{x^2-x-12}=0$

www.nismath.org

14) $y=x^2-4$ және $y=x+1$ функциялары графиктерінің қанша ортақ нүктелері бар.

В

15) $(x-4)(x^2+4x+16)=-189$

16) $6(x+1)^2+2(x-1)(x^2+x+1)-2(x+1)^3=32$

17) $(x+2)(x^2-2x+4)-x(x-3)(x+3)=26$

18) $3x^4+x^3-12x^2-4x=0$

19) $2x^4+3x^3-8x^2-12x=0$

20) $x^5-2x^4+x^3-2x^2+x-2=0$

21) $x^5+x^4-6x^3-6x^2+8x+8=0$

22) $2x^3+7x^2+7x+2=0$

23) $x^3-5x^2-5x+1=0$

24) $(x-1)^3=x(x+2)^2-9$

25) k-ның қандай теріс мәнінде $10x^2+kx+40$ үшмүшелігі толық квадрат болып табылады?

ЖАУАПТАРЫ

1) $-3;\ 5$ **2)** 2 **3)** $\pm\sqrt{6}$

4) $-2,5$ **5)** $x\in\varnothing$ **6)** ± 2

7) $-3,5;\ 1$ **8)** $-2\pm\sqrt{11}$ **9)** $0;\ 5,2$

10) $-3\frac{1}{4};\ 2\frac{2}{3}$ **11)** $-\frac{1}{4}$ **12)** $-0,9;\ 1,5$

13) $x\in\varnothing$ **14)** 2 **15)** -5

www.nismath.org

16) 5 **17)** 2 **18)** $-\frac{1}{3}$; 0; ± 2

19) $-1,5$; ± 2; 0 **20)** 2 **21)** -1; ± 2; $\pm\sqrt{2}$

22) -2; -1; $-\frac{1}{2}$ **23)** -1; $3\pm 2\sqrt{2}$ **24)** $-\frac{8}{7}$; 1

25) $k=-40$

2-тобы. Бөлшек-рационал теңдеулерді шешіңіз:

1.3.2

A

1) $\frac{1}{x-5}-\frac{1}{x}=1$ теңдеуін шешіңіз, жауабында түбірлердің санын көрсетіңіз.

2) $x-2=\frac{4x-14}{x-3}$ **3)** $\frac{4}{x^2+4}+\frac{5}{x^2+5}=2$

4) $\frac{3-7x}{2x+4}=\frac{1,5-3,5x}{x+2}$ **5)** $\frac{2}{x}+\frac{x^2+8}{x^2-4x}=\frac{6}{x-4}$

6) $\frac{x}{x-2}+\frac{5}{x+2}=\frac{8}{x^2-4}$ **7)** $\frac{3x+4}{x^2-2x}+\frac{1}{x-2}=\frac{3x-2}{x}$

B

8) $\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x}=3$

9) $\frac{2}{x^2-4}-\frac{1}{x^2-2x}+\frac{x-4}{x^2+2x}=0$

10) $\frac{4}{x^2-16}-\frac{1}{(x+4)^2}=\frac{10}{x^3-4x^2-16x+64}$

11) $\frac{3}{4x-20}+\frac{15}{50-2x^2}+\frac{7}{6x+30}=0$

www.nismath.org

12) $\dfrac{\left(x^2+35\right)^2}{\left(x^2-49\right)^2}=\dfrac{144x^2}{\left(49-x^2\right)^2}$

13) $\dfrac{x^2+3x-3}{x^3-1}+\dfrac{2x-1}{x^2+x+1}=\dfrac{1}{x-1}$

14) $1+\dfrac{6}{x-1}=\dfrac{5-2x}{x-7}+\dfrac{6(2x-5)}{x^2-8x+7}$

15) $1-\dfrac{10}{x+3}=\dfrac{50}{x^2+x-6}-\dfrac{2}{x-2}$

16) $\dfrac{7}{x+1}-\dfrac{x+4}{2-2x}=\dfrac{3x^2-38}{x^2-1}$

17) $\dfrac{30}{x^2-1}-\dfrac{13}{x^2+x+1}=\dfrac{7+18x}{x^3-1}$

18) $\dfrac{x}{x-1}+\dfrac{3x}{x^2-3x+2}=\dfrac{6}{x-2}$

19) $\dfrac{x+3}{4x^2-9}-\dfrac{3-x}{(2x+3)^2}=\dfrac{2}{2x-3}$

20) $\dfrac{x+1}{x+3}+\dfrac{10x}{x^2+x-6}=\dfrac{4}{x-2}$

ЖАУАПТАРЫ

1) 5 **2)** 4; 5 **3)** 0

4) x - кез-келген, (-2)-ден басқа нақты сандар

5) $x\in\varnothing$ **6)** -9 **7)** 4

8) $-\dfrac{4}{3}$ **9)** 3 **10)** $-6;\ \dfrac{20}{3}$

11) $x\in\varnothing$ **12)** ±5 **13)** $-1;\ 1{,}5$

www.nismath.org

14) 0 **15)** 10 **16)** $-2{,}2;\ 6$ **17)** $-4;\ 9$

18) 3 **19)** $-6;\ 0$ **20)** -7

3-тобы. Жаңа айнымалы енгізу әдісімен теңдеулерді шешіңіз:

1.33

A

1) $\dfrac{3x+2}{x}+\dfrac{5x}{2(3x+2)}=\dfrac{7}{2}$

2) $\dfrac{x-5}{x+1}+4\cdot\dfrac{x+1}{x-5}=5$

3) $(3x-2)^2+5(3x-2)-6=0$

4) $3x^4-13x^2+4=0$

5) $\dfrac{x+3}{x-3}+\dfrac{x-3}{x+3}=\dfrac{10}{3}$

6) $\dfrac{x^2+1}{x}-\dfrac{x}{x^2+1}=\dfrac{3}{2}$

7) $\dfrac{x^2+2x+3}{x}-\dfrac{6x}{x^2+2x+3}=5$

8) $(x^2-8)^2+4(x^2-8)-5=0$

9) $16(x-5)^4+4(5-x)^2=0$

10) $x^4-7x^2-144=0$

11) $(2x^2+3x)^2-7(2x^2+3x)=-10$

12) $\dfrac{2x-6}{3x-4}+\dfrac{3x-4}{2x-6}=\dfrac{17}{4}$

13) $(x^2+x-1)(x^2+x+2)=40$

14) $\dfrac{7}{(x^2+x+1)^2}-\dfrac{8}{x^2+x+1}+1=0$

15) $\dfrac{12}{x^2+2x}-\dfrac{3}{x^2+2x-2}=1$

16) $x^8+9x^4+8=0$

17) $\left(x+\dfrac{8}{x}\right)^2+x=42-\dfrac{8}{x}$

B

18) $(x^2+3x)^2-14x^2-42x+40=0$

www.nismath.org

19) $(x-3)(x-4)(x+1)(x+2)=336$

20) $x(x-2)(x+3)(x+1)=72$

21) $(x^2+6)^2+(x^2+6)(x^2+1)-6(x^2+1)^2=0$

22) $(x^2+5)^2-5(x^2+5)(x^2+2)+6(x^2+2)^2=0$

23) $\dfrac{1}{x(x+2)}+\dfrac{1}{(x+1)^2}=\dfrac{7}{12}$

24) $\dfrac{1}{x(x+6)}-\dfrac{1}{(x+3)^2}=-\dfrac{9}{20}$

25) $\dfrac{x^2-x}{x^2-x-1}-\dfrac{x^2-x+2}{x^2-x-2}=1$

26) $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)=-15$

27) $\dfrac{24}{x^2+2x-8}-\dfrac{15}{x^2+2x-3}=2$

28) $(3x-1)^2-3(3x-1)(2x+5)+2(2x+5)^2=0$

29) $(2x+1)^2+3(2x+1)(3x-4)-4(3x-4)^2=0$

30) $(x^2+2x)^2-x^2-2x=56$

31) $\dfrac{x^2+2x+1}{x^2+2x+2}+\dfrac{x^2+2x+2}{x^2+2x+3}=\dfrac{7}{6}$

32) $(x-2)(x-3)^2(x-4)=20$

33) $x(x+3)(x+5)(x+8)+56=0$

34) $5x^4-3x^3-4x^2-3x+5=0$

35) $x^4+x^3-4x^2+x+1=0$

www.nismath.org

36) $\frac{3}{x^2-4x+1}-x^2=3-4x$

37) $x^4-5x^3+6x^2-5x+1=0$

38) $(x-3)^4+(x+1)^4=256$

39) $(x-1)x(x+1)(x+2)=24$

40) $(6-x)^4+(8-x)^4=16$

ЖАУАПТАРЫ

1) $-4;\ -1$ **2)** -3 **3)** $-\frac{4}{3};\ 1$

4) $\pm 2;\ \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ **5)** ± 6 **6)** 1

7) $1;\ 3$ **8)** $\pm\sqrt{3};\ \pm 3$ **9)** 5

10) ± 4 **11)** $-2,5;\ -2;\ 0,5;\ 1$ **12)** $1;\ 4$

13) $-3;\ 2$ **14)** $-3;\ -1;\ 0;\ 2$ **15)** $-4;\ -3;\ 1;\ 2$

16) $x\in\varnothing$ **17)** $2;\ 4;\ \frac{-7\pm\sqrt{17}}{2}$ **18)** $-5;\ -4;\ 1;\ 2$

19) $-4;\ 6$ **20)** $-4;\ 3$ **21)** ± 2

22) ± 1 **23)** $-3;\ 1;\ \frac{-7\pm\sqrt{21}}{7}$ **24)** $-5;\ -1;\ -3\pm\sqrt{5}$

25) $0;\ 1$ **26)** $-6;\ -2;\ -4\pm\sqrt{6}$ **27)** $-2;\ 0;\ \frac{-2\pm\sqrt{66}}{2}$

28) $-11;\ 6$ **29)** $1\frac{1}{14};\ 5$ **30)** $-4;\ 2$

31) $-2;\ 0$ **32)** $3\pm\sqrt{5}$ **33)** $-7;\ -1;\ -4\pm 2\sqrt{2}$

www.nismath.org

34) 1 **35)** 1; $\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$ **36)** 0; 2; 4 **37)** $2\pm\sqrt{3}$

38) -1; 3 **39)** -3; 2 **40)** 6; 8

4 - тобы. Тендеуді шешіңіз:

1.3.4

С

1) $\frac{30x}{2x^2+2x+1}-\frac{16x}{2x^2+x+1}=2$ ***Алмастыру:*** $a=2x+\frac{1}{x}+1$

2) $\frac{15x}{x^2+2x+2}-\frac{8x}{x^2+x+2}=1$

3) $\frac{1}{x-9}+\frac{1}{x-7}=\frac{1}{x+18}+\frac{1}{x-10}$

4) $\frac{1}{x+10}-\frac{1}{x-1}=\frac{1}{x+8}-\frac{1}{x-3}$

5) $\frac{1}{x-4}+\frac{1}{x-5}=\frac{1}{x-8}+\frac{1}{x-1}$

6) $\frac{x-3}{x-1}+\frac{x+3}{x+1}=\frac{x+6}{x+2}+\frac{x-6}{x-2}$

7) $\left(\frac{x+1}{x+2}\right)^2+\left(\frac{x-1}{x-2}\right)^2=2{,}5\cdot\frac{x^2-1}{x^2-4}$

8) $\frac{x^2+2x+2}{x+1}-\frac{x^2+4x+6}{x+2}=\frac{x^2+6x+12}{x+3}-\frac{x^2+8x+20}{x+4}$

9) $\frac{x^2+4}{x}+\frac{x}{x^2+3x+4}+\frac{11}{2}=0$ ***Алмастыру:*** $a=x+\frac{4}{x}$

10) $\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x-2}+\frac{3}{x-3}=\frac{6}{x+6}$

www.nismath.org

11) $(x+5)^4-13x^2(x+5)^2+36x^4=0$ ***Алмастыру:*** $a=\left(\frac{x+5}{x}\right)^2$

12) $\frac{x^2-10x+15}{x^2-6x+15}=\frac{3x}{x^2-8x+15}$ ***Алмастыру:*** $a=x+\frac{15}{x}-6$

13) $\frac{x^3+2x}{\left(x^2-x+2\right)^2}=\frac{3}{4}$ ***Алмастыру:*** $a=x+\frac{2}{x}$

14) $\frac{x^3-x}{\left(x^2-2x-1\right)^2}=6$

15) $\frac{x^2-2x+2}{x-1}+\frac{x^2-8x+17}{x-4}=\frac{x^2-4x+5}{x-2}+\frac{x^2-6x+10}{x-3}$

ЖАУАПТАРЫ

1) 0,5; 1 **2)** 1; 2 **3)** $8\frac{1}{4}$; 12

4) –3,5 **5)** 4,5 **6)** 0

7) $\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$; $\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$ **8)** –2,5; 0 **9)** –4; –1

10) 1,2; 2,4 **11)** $-\frac{5}{3}$; $-\frac{5}{4}$; $\frac{5}{2}$; 5 **12)** $7\pm\sqrt{34}$

13) 1; 2 **14)** $-\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{3}$; 2; 3 **15)** 2,5

5-тобы. Квадрат теңдеу түбірлерінің қасиеттерін қолдана отырып, теңдеулерді шешіңіз:

1.3.5

В

1) b-ның қандай мәндерінде $x^2+bx+3=0$ теңдеуінің түбірлерінің квадраттарының қосындысы 10-ға тең?

www.nismath.org

2) Егер теңдеудің x_1 және x_2 түбірлері $3x_1-2x_2=14$ шартын қанағаттандырса, $x^2-3x+m=0$ теңдеуіндегі m-нің мәнін табыңыз.

3) Егер x_1 және x_2 түбірлері $\frac{x_1}{x_2}=-\frac{2}{5}$ шартын қанағаттандырса, $x^2+3x+k=0$ теңдеуіндегі k-ның мәнін табыңыз.

4) k-ның қандай мәнінде $kx^2+12x-3=0$ теңдеуінің $\frac{1}{5}$-ге тең түбірі бар болады?

5) Егер $x^2-(a+2)x+a+7=0$ теңдеуінің түбірлеріне кері сандардың қосындысы $\frac{7}{12}$-ге тең болса, a-ны табыңыз.

6) $x^2-(a-2)x-a-1=0$ теңдеуінің түбірлерінің квадраттарының қосындысы, a-ның қандай мәндерінде ең аз мәнді қабылдайды?

7) Егер оның түбірлерінің квадраттарының қосындысы 34-ке тең болса, $x^2-8x+q=0$ теңдеуіндегі q-ді табыңыз.

8) $4x^2-(3+2m)x+2=0$ теңдеуінің түбірлерінің біреуі m параметрінің қандай мәндерінде басқасынан сегіз есе кем болады?

9) $2x^2-5x+1=0$ теңдеуінің түбірлерінің кубтарының қосындысын табыңыз.

10) $4x^2-20x+c=0$ теңдеуінің түбірлерінің біреуі c-ның қандай мәндерінде басқасынан 2-ге кем болады?

11) $x^2-4x+q=0$ квадрат теңдеуінің түбірлерінің айырмасы 20-ға тең. q-ді табыңыз.

12) $x^2+2cx=cx+2c^2$ теңдеуін шешіңіз.

13) $x^2+(2a-1)x+a^2=0$ теңдеуінің a-ның қандай мәндерінде, тең екі түбірі бар болатынын анықтаңыз.

www.nismath.org

14) $x^2-2(m+6)x=(1-2m)(7-m)$ теңдеуінің нақты түбірі жоқ болатындай m-нің мәнін табыңыз.

15) $x^2+ax+8=0$ және $x^2+x+a=0$ теңдеулерінің ортақ түбірі бар болатындай a параметрінің мәнін табыңыз.

16) $y=(2k-5)x^2-2(k-1)x+3$ функциясының графигі k-ның қандай мәнінде абсцисса осіне жанасады?

17) m-нің қандай мәнінде $my+1=m$ теңдеуінің шешімі болмайды?

18) $a^2x^2-2x+1=0$ теңдеуінің бір түбірі болатындай a-ның барлық мәндерін табыңыз.

19) a-ның қандай мәндерінде $ax-a=x-1$ теңдеуінің шексіз көп шешімі болады?

20) n-нің қандай мәндерінде $nx+5=n-2x$ теңдеуінің шешімдері жоқ болады?

21) $x^2-9x+(m^2-4)(m^2-9)=0$ теңдеуінің 0-ге тең бір түбірі болатындай m-нің барлық мәндерінің көбейтіндісін табыңыз.

22) m-нің қандай мәндерінде $m^2x-m=x+1$ теңдеуінің шексіз көп шешімі болады?

23) k-ның қандай мәндерінде $\dfrac{3x+1}{x+1}=k-2$ теңдеуінің теріс түбірі болады?

24) k-ның қандай мәндерінде $kx^2-(k-7)x+9=0$ теңдеуінің өзара тең екі теріс түбірі болады?

25) a-ның қандай мәндерінде $x+4=\dfrac{a}{x}$ теңдеуінің екі нақты әртүрлі түбірі болады?

26) $9x^2+kx=2x-k+6$ теңдеуінің тең түбірлері болатындай k параметрінің барлық мәндерінің көбейтіндісін табыңыз.

www.nismath.org

27) a-ның қандай мәндерінде $x^2+3x+a+0,75=0$ теңдеуінің екі түбірі де теріс болады?

28) $ax^2+13x+1=0$ теңдеуінің екі әртүрлі шешімі бар болатындай a параметрінің барлық мәндерін табыңыз.

29) k параметрінің қандай мәндерінде $x^2-2x+k=0$ теңдеуінің екі әртүрлі түбірі болады?

30) $6x_1+x_2=0$ шартын x_1 және x_2 түбірлері қанағаттандыратындай $3x^2-5x+k=0$ теңдеуіндегі k-ның мәнін табыңыз.

31) x_1 және x_2 $3x^2+17x-14=0$ теңдеуінің түбірлері болатындай $A=\dfrac{3x_1^2+5x_1\cdot x_2+3x_2^2}{4x_1\cdot x_2^2+4x_1^2\cdot x_2}$ табыңыз.

32) $kx^2-(1-2k)x+k-2=0$ квадрат теңдеуінің рационал түбірлері болатындай k-ның бүтін мәндерін табыңыз.

33) Бір түбірі басқа түбірінің жартысына тең болатындай $x^2-(2k+1)x+k^2+2=0$ теңдеуіндегі k параметрінің мәнін анықтаңыз.

34) $x_1^2+x_2^2$ теңдеуінің түбірлерінің квадраттарының қосындысы ең аз болатындай $x^2+kx+k-1=0$ теңдеуіндегі k параметрінің сандық мәнін табыңыз.

ЖАУАПТАРЫ

1) $b=\pm 4$ **2)** $m=-4$ **3)** $k=-10$

4) $k=15$ **5)** $a=5$ **6)** $a=1$

7) $q=15$ **8)** $-6;\ 3$ **9)** $\dfrac{95}{8}$

10) $c=21$ **11)** $q=-96$ **12)** $x_1=c;\ x_2=-2c$

www.nismath.org

13) $a=0,25$

14) ондай мәндер жоқ

15) $a=-6$

16) $k=4$

17) $m=0$

18) $a=0;\pm 1$

19) $a=1$

20) $n=-2$

21) 36

22) $m=-1$

23) $k\in(-\infty;3)\cup(5;\infty)$

24) $k=1$

25) $a\in(-4;0)\cup(0;\infty)$

26) 220

27) $a\in\left(-\frac{3}{4};\frac{3}{2}\right]$

28) $a\in(-\infty;0)\cup\left(0;\frac{169}{4}\right)$

29) $k\in(-\infty;1)$

30) $k=-2$

31) $A=\frac{909}{952}$

32) 2; 6; 12; ...

33) $k=4$

34) $k=1$

www.nismath.org

§4. АЛГЕБРАЛЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІН ШЕШУ

1 - тобы. Теңдеулер жүйесін алмастыру тәсілімен шешіңіз:

1.4.1

A

1) $\begin{cases} x-y=6(x+y) \\ x^2-y^2=6 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2+xy=2 \\ y-3x=7 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x+y^2=2 \\ 2y^2+x^2=3 \end{cases}$

4) $\begin{cases} y^2+1-x=0 \\ y^2+y^3=xy \end{cases}$

5) $\begin{cases} (x+1)^2+(y-1)^2=1 \\ x+y=1 \end{cases}$

6) $\begin{cases} 3x+y=2(x-y) \\ (3x+y)^2+2(x-y)^2=96 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x+2y=1 \\ x^2-3xy-2y^2=2 \end{cases}$

8) $\begin{cases} x^2+xy=\frac{3}{4} \\ \frac{x}{y}+1=\frac{3}{2} \end{cases}$

9) $\begin{cases} x^2-2xy=7 \\ x=3y-2 \end{cases}$

10) $\begin{cases} \frac{y-2}{x-1}=2 \\ y-2x=x^2-1 \end{cases}$

11) $\begin{cases} 2x-y=1 \\ 2x^2-y^2+x+y=-11 \end{cases}$

12) $\begin{cases} 2x^2-y^2=4 \\ x^2+3y^2-5x=6 \end{cases}$

B

13) $\begin{cases} \frac{1+x+x^2}{1+y+y^2}=3 \\ x+y=6 \end{cases}$

14) $\begin{cases} \frac{x^2+y+1}{y^2+x+1}=\frac{3}{2} \\ x-y=1 \end{cases}$

15) $\begin{cases} x+y=-8 \\ x^2+y^2+6x+2y=0 \end{cases}$

16) $\begin{cases} 2xy=-1 \\ x^2-y^2=\frac{3}{4} \end{cases}$

www.nismath.org

17) $\begin{cases} \dfrac{2}{x+y}-\dfrac{1}{x-3}=\dfrac{2}{3x-x^2} \\ 2x+y=3 \end{cases}$

18) $\begin{cases} \dfrac{1}{y^2+y}+\dfrac{2}{y+1}-\dfrac{1}{2-x}=0 \\ x-y=3 \end{cases}$

19) $\begin{cases} \dfrac{x-y}{y-1}+\dfrac{x+5}{y+1}=\dfrac{4}{y^2-1} \\ x-2y=1 \end{cases}$

20) $\begin{cases} \dfrac{x-y-2}{x-3}=0 \\ 2x^2+y^2-2xy=13 \end{cases}$

21) $\begin{cases} \dfrac{x+3y+1}{y}-\dfrac{y-x+3}{2(x-2)}=2 \\ y-x=1 \end{cases}$

22) $\begin{cases} x^2-2y^2+x=-6 \\ x^2-3y^2=-11 \end{cases}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\left(\frac{7}{2};-\frac{5}{2}\right);\ \left(-\frac{7}{2};\frac{5}{2}\right)$

2) $(-2;1);\ \left(\frac{1}{4};\frac{31}{4}\right)$

3) $(1;-1);\ (1;1)$

4) $(1;0);\ (2;1)$

5) $(0;1);\ (-1;2)$

6) $(-3;1);\ (3;-1)$

7) $\left(\frac{5}{4};-\frac{1}{8}\right);\ (-1;1)$

8) $\left(\frac{1}{2};1\right);\ \left(-\frac{1}{2};-1\right)$

9) $\left(-3;-\frac{1}{3}\right);\ (7;3)$

10) $(-1;-2)$

11) $(-1;-3);\ \left(\frac{9}{2};8\right)$

12) $(2;2);\ (2;-2)$

13) $(4;2);\ (16;-10)$

14) $(2;1);\ (3;2)$

15) $(-6;-2);\ (-4;-4)$

16) $\left(1;-\frac{1}{2}\right);\ \left(-1;\frac{1}{2}\right)$

17) $\left(\frac{2}{3};\frac{5}{3}\right)$

18) $\left(\frac{8}{3};-\frac{1}{3}\right)$

www.nismath.org

19) $(-5;-3)$ 20) $(-3;-5)$

21) $(3;4)$ 22) $(1;2)$; $(1;-2)$; $(-4;3)$; $(-4;-3)$

2-тобы. Теңдеулер жүйесін әртүрлі алгебралық әдістермен шешіңіз:

1.4.2

A

1) $\begin{cases} 2xy-5y=5 \\ 3y^2-2xy=45 \end{cases}$

2) $\begin{cases} xy-2x+3y=6 \\ 2xy-3x+5y=11 \end{cases}$

3) $\begin{cases} xy+x=6 \\ xy^3+xy^2=24 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x-y+xy=5 \\ x-y-xy=-7 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x^2+y^2+x+y=2 \\ 2x^2-y^2+2x-y=4 \end{cases}$

6) $\begin{cases} xy+3x-4y=12 \\ xy+2x-2y=9 \end{cases}$

7) $\begin{cases} 2x-y-xy=14 \\ x+2y+xy=-7 \end{cases}$

8) $\begin{cases} x^3+xy^2=10 \\ y^3+x^2y=5 \end{cases}$

9) $\begin{cases} x^2+y^2=10 \\ x^4+x^2y^2=90 \end{cases}$

10) $\begin{cases} x^3-y^3=124 \\ x^2+xy+y^2=31 \end{cases}$

11) $\begin{cases} x^2y+xy^2=120 \\ x^2y-xy^2=30 \end{cases}$

12) $\begin{cases} x^2-xy=2 \\ y^2-xy=-1 \end{cases}$

13) $\begin{cases} x^2y^3=8 \\ x^3y^2=4 \end{cases}$

14) $\begin{cases} \dfrac{3}{4x+13}-\dfrac{1}{y}=0 \\ 7x+24y=65 \end{cases}$

B

15) $\begin{cases} 2x^2-xy-3y^2+x+y=6 \\ 2x^2-5xy+3y^2+x-y=2 \end{cases}$

16) $\begin{cases} x^2+3xy+x+3y=8 \\ 3y^2+xy-2x-6y=-4 \end{cases}$

www.nismath.org

17) $\begin{cases} x+xy+xy^2=6 \\ x^2+x^2y^2+x^2y^4=12 \end{cases}$

18) $\begin{cases} 7\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=48 \\ 7\left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right)=48 \end{cases}$

19) $\begin{cases} 2x^2+xy-2x-y=5 \\ 2x^2-3xy-2x+3y=1 \end{cases}$

20) $\begin{cases} 3x+2y+\frac{x}{x+y}=5,5 \\ x+3y-\frac{2x}{x+y}=3 \end{cases}$

21) $\begin{cases} 2x^8=x^4y^4+1 \\ 3y^8=x^4y^4+2 \end{cases}$

22) $\begin{cases} 2x^4=3x^2y+20 \\ 3y^2=2x^2y-5 \end{cases}$

23) $\begin{cases} x^2+xy+x+y=-2 \\ y^2+xy+x+y=1 \end{cases}$

24) $\begin{cases} \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{6} \\ xy^2-x^2y=6 \end{cases}$

25) $\begin{cases} xy-\frac{x^3}{y}=-24 \\ xy-\frac{y^3}{x}=6 \end{cases}$

26) $\begin{cases} x+xy^3=9 \\ xy+xy^2=6 \end{cases}$

27) $\begin{cases} x^3-x^2y+xy^2-y^3=5 \\ x^3+x^2y+xy^2+y^3=15 \end{cases}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(3;5)$; $\left(\frac{7}{4};-\frac{10}{3}\right)$

2) $(-3;-2)$; $(1;2)$

3) $(2;2)$; $(-6;-2)$

4) $(2;3)$; $(-3;-2)$

5) $(-2;0)$; $(-2;-1)$; $(1;0)$; $(1;-1)$

6) $(-3;-3)$; $\left(4;\frac{1}{2}\right)$

7) $(3;-2)$; $\left(-\frac{7}{3};14\right)$

8) $(2;1)$

9) $(3;1)$; $(3;-1)$; $(-3;1)$; $(-3;-1)$

10) $(-1;-5)$; $(5;1)$

www.nismath.org

11) $(5;3)$

12) $(2;1);\ (-2;-1)$

13) $(1;2)$

14) $(-1;3)$

15) $(-4;-2);\ (2;1)$

16) $(1;1);\ (7;-2)$

17) $(2;\ 1)$

18) $\left(\frac{7}{6};\ \frac{1}{6}\right);\ \left(\frac{1}{8};\ -\frac{7}{8}\right)$

19) $(2;1);\ \left(-1;-\frac{1}{2}\right)$

20) $(1;1)$

21) $(1;1);\ (-1;-1);\ (-1;1);\ (1;-1)$

22) $(2;1);\ (-2;1)$

23) $(1;-2)$

24) $(2;3);\ (-3;-2)$

25) $(4;2);\ (-4;-2)$

26) $\left(8;\frac{1}{2}\right);\ (1;2)$

27) $(2;1)$

<u>3 - тобы</u>. Теңдеулер жүйесін көбейткіштерге жіктеу әдісімен шешіңіз:

1.4.3

А

1) $\begin{cases} x+y=7xy \\ x-y=3xy \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2-4y^2=0 \\ xy+x^2=6 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 4x^2-3xy+8x-6y=0 \\ 3x-11y=-17 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2=2x+3y \\ y^2=2y+3x \end{cases}$

5) $\begin{cases} x^2=4x+5y \\ y^2=4y+5x \end{cases}$

6) $\begin{cases} x+y=3xy \\ x-y=2xy \end{cases}$

7) $\begin{cases} x^2-4y^2=0 \\ x^2+xy-y^2=20 \end{cases}$

8) $\begin{cases} (x-y)(x+y-9)=0 \\ y^2=4x+13y \end{cases}$

www.nismath.org

9) $\begin{cases} y^2-4x^2=0 \\ y^2+xy-y=4 \end{cases}$

В

10) $\begin{cases} x-y=3 \\ x^4+3x^2y-4y^2=0 \end{cases}$

11) $\begin{cases} x^2y+9x-9xy=81 \\ \dfrac{2x+3y-15}{x-9}=1 \end{cases}$

12) $\begin{cases} xy^2-xy-3y+3=0 \\ \dfrac{x+4y-7}{y-1}=3 \end{cases}$

13) $\begin{cases} 3xy^2+15y+5xy=-25 \\ \dfrac{3x+12y+11}{3y+5}=1 \end{cases}$

14) $\begin{cases} x^2+y-20=0 \\ x+y^2-20=0 \end{cases}$

15) $\begin{cases} x^2-4y^2-4x+8y=0 \\ x^2+xy+30y=0 \end{cases}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(0;0)$; $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{5}\right)$ **2)** $(2;1)$; $(-2;-1)$; $\left(-2\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$; $\left(2\sqrt{3};-\sqrt{3}\right)$

3) $(-2;1)$; $\left(\frac{51}{35};\frac{68}{35}\right)$ **4)** $(0;0)$; $(5;5)$

5) $(0;0)$; $(9;9)$ **6)** $(0;0)$; $(2;0{,}4)$

7) $(-4;-2)$; $(4;2)$; $\left(-4\sqrt{5};2\sqrt{5}\right)$; $\left(4\sqrt{5};-2\sqrt{5}\right)$

8) $(0;0)$; $(17;17)$; $(-3;12)$; $(12;-3)$

9) $(1;2)$; $\left(-\frac{2}{3};-\frac{4}{3}\right)$; $(-2;4)$; $(1;-2)$

10) $(-6;-9)$; $(2;-1)$ **11)** $(-3;3)$ **12)** $(1;3)$ **13)** $(-5;1)$

14) $(-5;-5)$; $(4;4)$; $\left(\frac{1+\sqrt{77}}{2};\frac{1-\sqrt{77}}{2}\right)$; $\left(\frac{1-\sqrt{77}}{2};\frac{1+\sqrt{77}}{2}\right)$

15) $(0;0)$; $(-10;-5)$; $(20;-8)$; $(6;-1)$

www.nismath.org

4 - тобы. Жаңа айнымалыларды енгізу арқылы теңдеулер жүйесін шешіңіз.

1.4.4

A

1) $\begin{cases} \dfrac{1}{2x-y}+y=-5 \\ \dfrac{y}{2x-y}=6 \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dfrac{4}{x-y}+\dfrac{12}{x+y}=3 \\ \dfrac{8}{x-y}-\dfrac{18}{x+y}=-1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{5}{6} \\ \dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{y^2}=\dfrac{5}{36} \end{cases}$

4) $\begin{cases} x+y+\dfrac{x}{y}=9 \\ \dfrac{(x+y)x}{y}=20 \end{cases}$

5) $\begin{cases} (x+y)^2-2(x+y)=15 \\ xy=6 \end{cases}$

6) $\begin{cases} \dfrac{1}{x+y}+x=-1 \\ \dfrac{x}{x+y}=-2 \end{cases}$

7) $\begin{cases} \dfrac{1}{x-y}+x+1=0 \\ \dfrac{x}{x-y}+2=0 \end{cases}$

8) $\begin{cases} 3(x+5y)+5xy=-5 \\ 2(x+5y)+7xy=15 \end{cases}$

9) $\begin{cases} y=3-\dfrac{1}{2x-y} \\ \dfrac{y}{2x-y}+4=0 \end{cases}$

B

10) $\begin{cases} \dfrac{2x}{y}+\dfrac{y}{2x}=\dfrac{17}{4} \\ x^2+y^2=20 \end{cases}$

11) $\begin{cases} \dfrac{x+y}{x-y}+\dfrac{x-y}{x+y}=\dfrac{13}{6} \\ xy=5 \end{cases}$

www.nismath.org

12) $\begin{cases} \dfrac{1}{x+2y}+\dfrac{3}{2x-y}=-\dfrac{5}{8} \\ \dfrac{-2}{x+2y}+\dfrac{5}{2x-y}=\dfrac{21}{8} \end{cases}$

13) $\begin{cases} (x+y+1)^2+(x+y)^2=25 \\ x^2-y^2=3 \end{cases}$

14) $\begin{cases} \dfrac{x}{y}-\dfrac{y}{x}=\dfrac{5}{6} \\ x+y=5 \end{cases}$

15) $\begin{cases} xy-\dfrac{x}{y}=6 \\ xy-\dfrac{y}{x}=\dfrac{15}{2} \end{cases}$

16) $\begin{cases} x^2+y^2+2x^2y=2xy+9 \\ x+3=x^2y+y \end{cases}$ $\left(\begin{array}{l} \textit{Алмастыру:} \\ a=x-y;\ \ b=x^2y \end{array}\right)$

17) $\begin{cases} (x+2y)^2+(y-2x)^2=90 \\ (x+2y)+(y-2x)=12 \end{cases}$

18) $\begin{cases} \dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{3} \\ \dfrac{1}{(x+1)^2}-\dfrac{1}{y^2}=\dfrac{1}{4} \end{cases}$

19) $\begin{cases} x+y+\dfrac{x^2}{y^2}=7 \\ \dfrac{(x+y)x^2}{y^2}=12 \end{cases}$

20) $\begin{cases} \dfrac{1}{3-x}+\dfrac{1}{y-2}=2 \\ \dfrac{2}{3-x}+\dfrac{5}{2-y}=-3 \end{cases}$

21) $\begin{cases} \dfrac{3x-2y}{2y+3x}=-\dfrac{1}{5} \\ \dfrac{1}{3x+2y}+3x-2y=-\dfrac{4}{5} \end{cases}$

22) $\begin{cases} \dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=\dfrac{13}{6} \\ x+y=5 \end{cases}$

23) $\begin{cases} \dfrac{x+1}{x}+\dfrac{y-1}{y}=-3 \\ \dfrac{xy+y-x-1}{xy}=2 \end{cases}$

24) $\begin{cases} \dfrac{x+2}{x}+\dfrac{y+1}{y}=-3 \\ \dfrac{xy+2y+x+2}{xy}=2 \end{cases}$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $\left(-\frac{7}{4};-3\right)$; $\left(-\frac{7}{6};-2\right)$ **2)** $(5;1)$ **3)** $(2;3)$

4) $(4;1)$; $\left(\frac{10}{3};\frac{2}{3}\right)$ **5)** $(3;2)$; $(2;3)$ **6)** $\left(1;-\frac{3}{2}\right)$; $(-2;3)$

7) $(-2;-3)$; $\left(1;\frac{3}{2}\right)$ **8)** $(-5;-1)$ **9)** $\left(-\frac{3}{8};-1\right)$; $\left(\frac{3}{2};4\right)$

10) $(4;2)$; $(-4;-2)$; $\left(\frac{2}{\sqrt{13}};\frac{16}{\sqrt{13}}\right)$; $\left(-\frac{2}{\sqrt{13}};-\frac{16}{\sqrt{13}}\right)$

11) $(5;1)$; $(-5;-1)$ **12)** $(3;-2)$

13) $(2;1)$; $\left(-\frac{19}{8};-\frac{13}{8}\right)$ **14)** $(3;2)$; $(-10;15)$

15) $(4;2)$; $(-4;-2)$ **16)** $(0;3)$; $(-3;0)$; $(2;1)$

17) $(-3;3)$; $(0,6;4,2)$ **18)** $\left(\frac{11}{13};-\frac{24}{5}\right)$

19) $(2;1)$; $(6;-3)$; $\left(6-2\sqrt{3};\ 2\sqrt{3}-2\right)$; $\left(6+2\sqrt{3};\ -2-2\sqrt{3}\right)$

20) $(2;3)$ **21)** $\left(\frac{2}{3};\frac{3}{2}\right)$; $\left(-\frac{2}{15};-\frac{3}{10}\right)$

22) $(2;3)$; $(3;2)$ **23)** $\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right)$; $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$

24) $\left(-1;-\frac{1}{3}\right)$; $\left(-\frac{2}{3};-\frac{1}{2}\right)$

www.nismath.org

5 - тобы. Симметриялы теңдеулер жүйелерін шешу:

1.4.5

A

1) $\begin{cases} x+xy+y=5 \\ x^2+xy+y^2=7 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ x+xy+y=19 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+3xy+y^2=61 \\ xy=12 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2-xy+y^2=7 \\ x+y=5 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x^2+y^2=2(xy+2) \\ x+y=6 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x^2y+xy^2=12 \\ xy+x+y=7 \end{cases}$

B

7) $\begin{cases} x+y+29-xy=0 \\ x^2+y^2=x+y+72 \end{cases}$

8) $\begin{cases} x^2+xy+y^2=13 \\ x^2-xy+y^2=7 \end{cases}$

9) $\begin{cases} x^2y+xy^2=30 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6} \end{cases}$

10) $\begin{cases} x+y+\sqrt{xy}=14 \\ x^2+y^2+xy=84 \end{cases}$

11) $\begin{cases} (x+1)(y+1)=10 \\ (x+y)(xy+1)=25 \end{cases}$

12) $\begin{cases} x-xy+y=1 \\ x^2+y^2+2x+2y=11 \end{cases}$

13) $\begin{cases} (x-2)(y-2)=4 \\ x^2+y^2+xy=3 \end{cases}$

14) $\begin{cases} xy(x^2+y^2)=10 \\ xy+x^2+y^2=7 \end{cases}$

15) $\begin{cases} x^2y+xy^2=240 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{12} \end{cases}$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $(1;2)$; $(2;1)$ **2)** $(3;4)$; $(4;3)$

3) $(3;4)$; $(4;3)$; $(-3;-4)$; $(-4;-3)$

4) $(2;3)$; $(3;2)$ **5)** $(4;2)$; $(2;4)$ **6)** $(1;3)$; $(3;1)$

7) $(6;7)$; $(7;6)$; $\left(-5+\sqrt{6};-5-\sqrt{6}\right)$; $\left(-5-\sqrt{6};-5+\sqrt{6}\right)$

8) $(1;3)$; $(3;1)$; $(-1;-3)$; $(-3;-1)$

9) $(2;3)$; $(3;2)$; $(-6;1)$; $(1;-6)$

10) $(2;8)$; $(8;2)$ **11)** $(4;1)$; $(1;4)$

12) $(1;2)$; $(2;1)$; $(1;-4)$; $(-4;1)$

13) $(1;-2)$; $(-2;1)$ **14)** $(2;1)$; $(1;2)$; $(-1;-2)$; $(-2;-1)$

15) $(-12;2)$; $(2;-12)$; $(6;4)$; $(4;6)$

6 - тобы. Біртекті теңдеулер жүйесін шешіңіз:

1.4.6

А

1) $\begin{cases} 3x^2+xy-2y^2=0 \\ 2x^2-3xy+y^2=-1 \end{cases}$ **2)** $\begin{cases} 2x^2+3xy+3y^2=2 \\ 3x^2-2xy-2y^2=3 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+3xy-3y^2=1 \\ 2x^2-xy+y^2=2 \end{cases}$

www.nismath.org

4) $\begin{cases} 3x^2+2xy-2y^2=3 \\ 2x^2+3xy-y^2=4 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 2x^2-3xy+y^2=3 \\ x^2+2xy-2y^2=6 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x^2-xy+y^2=3 \\ 2x^2-xy-y^2=5 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x^2+3xy=4 \\ 4y^2+xy=5 \end{cases}$

8) $\begin{cases} x^2-4xy+y^2=6 \\ y^2-3xy=4 \end{cases}$

9) $\begin{cases} 2xy-y^2=15 \\ x^2+xy=36 \end{cases}$

10) $\begin{cases} x^2-2xy-y^2=2 \\ xy+y^2=4 \end{cases}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(2;3)$; $(-2;-3)$ **2)** $(1;0)$; $(-1;0)$; $(-1;1)$; $(1;-1)$

3) $(1;0)$; $(-1;0)$; $(1;1)$; $(-1;-1)$

4) $(1;1)$; $(-1;-1)$ **5)** $(2;1)$; $(-2;-1)$

6) $(2;1)$; $(-2;-1)$; $\left(-\frac{4}{\sqrt{7}};\frac{1}{\sqrt{7}}\right)$; $\left(\frac{4}{\sqrt{7}};-\frac{1}{\sqrt{7}}\right)$

7) $(1;1)$; $(-1;-1)$; $(8;-2{,}5)$; $(-8;2{,}5)$

8) $(1;-1)$; $(-1;1)$

9) $(4;5)$; $(-4;-5)$; $\left(3\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$; $\left(-3\sqrt{3};-\sqrt{3}\right)$

10) $(3;1)$; $(-3;-1)$; $\left(-\sqrt{2};2\sqrt{2}\right)$; $\left(\sqrt{2};-2\sqrt{2}\right)$

www.nismath.org

7 - тобы. Әртүрлі әдістермен теңдеулер жүйесін шешіңіз:

1.4.7

C

1) $\begin{cases} x^3+x^3y^3+y^3=17 \\ x+xy+y=5 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2y+xy^2=30 \\ x^3+y^3=35 \end{cases}$

3) $\begin{cases} (x^3+1)(y^3+1)=18 \\ xy+x+y=5 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^4-y^4=15 \\ x^3y-xy^3=6 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x^2-xy+y^2=7 \\ x^4+x^2y^2+y^4=21 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x^2+y^2-3xy+4x+4y=-9 \\ xy-3x-3y=7 \end{cases}$

7) $\begin{cases} 3x^2y^2+x^2-3xy-7=0 \\ 10x^2y^2+3x^2-20xy-3=0 \end{cases}$

8) $\begin{cases} 2x-2y=3xy \\ 4x^2+4y^2=5x^2y^2 \end{cases}$

9) $\begin{cases} (x-y)(x^2-y^2)=16 \\ (x+y)(x^2+y^2)=40 \end{cases}$

10) $\begin{cases} 25x^2-4y^2=12 \\ \dfrac{3}{5x+2y}+\dfrac{4}{5x-2y}=2 \end{cases}$

Жауабында $x\cdot y$ көрсетіңіз.

11) $\begin{cases} x^2=13x+4y \\ y^2=4x+13y \end{cases}$

12) $\begin{cases} (x+y)^4+4(x+y)^2-117=0 \\ x-y=25 \end{cases}$

13) $\begin{cases} \dfrac{x^2}{y}+\dfrac{y^2}{x}=3 \\ x+y=2 \end{cases}$

14) $\begin{cases} x^2+2y^2=17 \\ 6x^2-xy-12y^2=0 \end{cases}$

15) $\begin{cases} (x+8)(y+20)=160 \\ (x+9)(y+10)=90 \end{cases}$

16) $\begin{cases} yx^3+2x^2y^2+xy^3=4 \\ x+y+x^2y+y^2x=4 \end{cases}$

17) Егер оның төбесінің координаттары: $\begin{cases} x^2-9y^2=0 \\ x^2+y^2=36 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін қанағаттандыратын болса, тіктөртбұрыштың диагоналінің ұзындығын табыңыз.

www.nismath.org

18) a-ның қандай ең аз мәнінде $\begin{cases}(x-1)^2+y^2=4\\ x=a\end{cases}$ теңдеулер жүйесінің шешімі жалғыз болады?

19) $M(1;10)$ және $N(-3;-18)$ нүктелері арқылы өтетін $y=ax^2+5x+c$ парабола теңдеуіндегі a және c коэффициенттерін табыңыз.

20) Олардың қосындысы 1-ге тең, ал $ax^2+bx+c=0$ квадрат теңдеуінің $x=-1$ деген жалғыз ғана шешімі бар болатындай, a, b және c үш санын табыңыз.

ЖАУАПТАРЫ

1) $(1;2)$; $(2;1)$

2) $(2;3)$; $(3;2)$

3) $(1;2)$; $(2;1)$

4) $(2;1)$; $(-2;-1)$

5) $(1;-2)$; $(-2;1)$; $(2;-1)$; $(-1;2)$

6) $(-1;-1)$

7) $(1;\ 2)$; $(-1;\ -2)$

8) $(0;0)$; $(-1;2)$; $(-2;1)$

9) $(3;1)$; $(1;3)$

10) $-\frac{7}{40}$

11) $(0;0)$; $(12;-3)$; $(-3;12)$; $(17;17)$

12) $(14;-11)$; $(11;-14)$

13) $\left(\frac{4}{3};\frac{2}{3}\right)$; $\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$

14) $(3;2)$; $(-3;-2)$; $\left(-2\sqrt{2};\ \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$; $\left(2\sqrt{2};\ -\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$

15) $(0;0)$; $(-10;-100)$

16) $(1;1)$

17) 12

18) $a=-1$

19) $a=-1$, $c=6$

20) $a=\frac{1}{4}$, $b=\frac{1}{2}$; $c=\frac{1}{4}$

www.nismath.org

§ 5. РАЦИОНАЛ ТЕҢСІЗДІКТЕРДІ ШЕШУ

1-тобы. Сызықтық теңсіздіктер мен сызықтық теңсіздіктер жүйесін шешіңіз:

1.5.1

А

Теңсіздікті қанағаттандыратын x-тің ең үлкен бүтін мәнін табыңыз:

1) $3-2x<12-5x$

2) $x-8\geq 2\left(x+\frac{1}{2}\right)+7$

3) $x(x+3)>(x+1)(x+3)$

4) $\frac{9x+2}{10}-\frac{10x-2}{9}>2$

5) $\frac{3x-1}{5}-\frac{x+1}{2}<1-\frac{x}{7}$

Теңсіздікті қанағаттандыратын x-тің ең кіші бүтін мәнін табыңыз:

6) $3x+3<5(x+1)-2$

7) $\frac{3x+5}{4}-1\leq\frac{x-2}{3}+x$

8) $2(x-3)-1>3(x-2)-4(x+1)$

9) $x^2+x<x(x+5)+5$

10) $\frac{x+4}{7}-\frac{x+7}{4}<-3$

11) $2<3x-5<4$

12) $-2\leq 4-2x\leq 2$

13) $x<3-x\leq 11$

В

Теңсіздіктер жүйесін шешіңіз және ең кіші бүтін шешімді көрсетіңіз:

14) $\begin{cases}12x^2-(2x-3)(6x+1)>x\\(5x-1)(5x+1)-25x^2>x-6\end{cases}$

15) $\begin{cases}3x-4<8x+6\\2x-1>5x-4\\11x-9<15x+3\end{cases}$

16) $\begin{cases}\frac{7-x}{2}-3\leq\frac{3+4x}{5}-4\\\frac{5}{3}x+5(4-x)>2(4-x)\end{cases}$

17) $\begin{cases}0,4x+\frac{7}{3}<\frac{2}{3}x-1,2\\5x+17>9x-63\end{cases}$

www.nismath.org

Жүйенің барлық бүтін шешімдерінің қосындысын табыңыз:

18) $\begin{cases} 3x > 2 - \dfrac{2x-13}{11} \\ \dfrac{x}{6} + \dfrac{2}{3}(x-7) < \dfrac{3x-20}{9} \end{cases}$

19) $\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} - \dfrac{x-2}{3} \geq \dfrac{x-3}{4} - x \\ 1-0,5x > x-4 \end{cases}$

20) $\begin{cases} x - \dfrac{x-1}{2} - \dfrac{x+2}{3} \leq \dfrac{x-3}{4} \\ 1,5x - 5,05 < x \end{cases}$

21) $\begin{cases} \dfrac{3-2x}{15} \leq \dfrac{x-2}{3} + \dfrac{x}{5} \\ \dfrac{1-3x}{12} \geq \dfrac{5x-1}{3} - \dfrac{7x}{4} \end{cases}$

ЖАУАПТАРЫ

1) 2	**2)** –16	**3)** –4	**4)** –8	**5)** 6	**6)** 1	**7)** 2
8) 0	**9)** –1	**10)** 18	**11)** ∅	**12)** 1	**13)** –8	**14)** 0
15) –1	**16)** 3	**17)** 14	**18)** 9	**19)** 5	**20)** 34	**21)** 2

2-тобы. Рационал теңсіздіктерді шешіңіз:

1.5.2

А

1) $11-(x+1)^2 \geq x$

2) $(2x-8)^2 - 4x(2x-8) \geq 0$

3) $x(x+5)-2 > 4x$

4) $\frac{1}{3}x^2 + 3x + 6 < 0$

5) $x > \frac{x^2}{2} - 4x + 5\frac{1}{2}$

6) $(2-x)x < 1$

7) $x^2 - \frac{2x-1}{3} \geq 2x+4$

8) $\frac{x^2+10x}{10} - \frac{2x+5}{2} \leq 20$

9) $14x - x^2 \geq 49$

10) $x^2 - 5x + 16 > 0$

11) $6x^2 + 1 > 5x - \frac{x^2}{4}$

12) $x^2 + 4x + 4 \leq 0$

13) $(2-x)(x-3)(x-12) \geq 0$

14) $(x+14)(8-x)(5+x) \leq 0$

www.nismath.org

15) $x^3-25x\le 0$

16) $x\left(x^2-3x-4\right)>0$

17) $\left(x^2-9\right)\left(x^2-4\right)\le 0$

18) $x^4-5x^2+4<0$

19) $\frac{x^2}{10}+2>\frac{9x}{10}$

20) $(2-x)(3x+1)(2x-3)\le 0$

21) $x^3-3x^2-x+3>0$

22) $\left(x^2-5x+6\right)\left(x^2-1\right)\ge 0$

23) $\left(-7x^2-6x+1\right)(x-5)\ge 0$

24) $\left(x^2+x\right)\left(49-x^2\right)<0$

25) $x^3+6x^2-x-6<0$

26) $x^4-10x^2+9\le 0$

27) $x^2+1<3x-x^2+3$

28) $\left(x^2+5x+4\right)(3-x)<0$

29) $64x^3-x\ge 0$

30) $(10-x)\left(x^2+14x+33\right)\le 0$

B

31) $(x+3)^2(x-2)(x+5)^3<0$

32) $(8-x)(1+x)^2(10-x)^3\ge 0$

33) $(x-2)^2(x+1)(x-3)\le 0$

34) $\left(4x^2-4x+1\right)\left(x^2+6x+5\right)\le 0$

35) $x(x-1)^2\ge 0$

36) $-x^2-16+8x\ge 0$

37) $x^4+8x^3+12x^2\ge 0$

38) $(x-1)\left(x^2-1\right)\le 0$

39) $(x+3)^3(x-3)(x-4)(x-5)^2\le 0$

40) $\left(x^2-9\right)(x-4)^3(x+3)\le 0$

41) $(3-x)^5(x+1)^4(x-7)\ge 0$

42) $-9x^2+12x-4>0$

43) $\left(7-x^2\right)(x-1)^2\left(x^2-8x+16\right)\ge 0$

44) $(7-x)(2-x)^2(x+1)\ge 0$

45) $\left(x^2-3x+2\right)\left(x^3-3x^2\right)\left(4-x^2\right)\le 0$

46) $\left(x^2-6x+8\right)\left(x^2-4\right)\left(4+x^2-4x\right)\ge 0$

www.nismath.org

47) $(3+x)(x^2-x)^2(x-2)\geq 0$

48) $(x^2-9)^2(x+1)(x^2-2x-3)(x-1)\leq 0$

49) $(x-1)(3-x)(2-x)^2\geq 0$

50) $(x^2+1)(x^2-4x-5)\geq 0$

51) $(x-5)(3x^2-x+2)(x^2-25)\leq 0$

52) $x^4-2x^2-63\leq 0$

53) $x^8-6x^7+9x^6-x^2+6x-9<0$

54) $(3x^2-5x+8)(x+4)<0$

55) $x^5+x^3<x^2+1$

56) $(x^4-1)(x^2+11)\geq 0$

57) $(x^3-3x^2)(x^2+7)\leq 0$

58) $(x-1)(x^2-1)(x^3-1)(x^4-1)\leq 0$

59) $(x-1)^5(x+2)(2x-10-x^2)<0$

60) $(x-3)(3x^2-x+2)(x^2-9)\geq 0$

61) $(x^3-4x)(x^2+2x-8)(x^2+7x+10)(x^2+1)\leq 0$

62) $(x-3)(x^2+3)(x^2-6x+9)\leq 0$

63) $(27-x^3)(x^2-9)\leq 0$

64) $(x^2-1)^3(3x^2+1)\leq(x^2-1)^3(-6-3x-5x^2)$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $[-5; 2]$

2) $[-4; 4]$

3) $(-\infty; -2) \cup (1; \infty)$

4) $(-6; -3)$

5) $\left(5-\sqrt{14}; 5+\sqrt{14}\right)$

6) $x \neq 1$

7) $(-\infty; -1] \cup \left[\frac{11}{3}; \infty\right)$

8) $[-15; 15]$

9) $x = 7$

10) $x \in \mathbb{R}$

11) $\left(-\infty; \frac{2}{5}\right) \cup \left(\frac{2}{5}; \infty\right)$

12) $x = -2$

13) $(-\infty; 2] \cup [3; 12]$

14) $[-14; -5] \cup [8; \infty)$

15) $(-\infty; -5] \cup [0; 5]$

16) $(-1; 0) \cup (4; \infty)$

17) $[-3; -2] \cup [2; 3]$

18) $(-2; -1) \cup (1; 2)$

19) $(-\infty; 4) \cup (5; \infty)$

20) $\left[-\frac{1}{3}; \frac{3}{2}\right] \cup [2; \infty)$

21) $(-1; 1) \cup (3; \infty)$

22) $(-\infty; -1] \cup [1; 2] \cup [3; \infty)$

23) $(-\infty; -1] \cup \left[\frac{1}{7}; 5\right]$

24) $(-\infty; -7) \cup (-1; 0) \cup (7; \infty)$

25) $(-\infty; -6) \cup (-1; 1)$

26) $[-3; -1] \cup [1; 3]$

27) $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$

28) $(-4; -1) \cup (3; \infty)$

29) $\left[-\frac{1}{8}; 0\right] \cup \left[\frac{1}{8}; \infty\right)$

30) $[-11; -3] \cup [10; \infty)$

31) $(-5; -3) \cup (-3; 2)$

32) $(-\infty; 8] \cup [10; \infty)$

www.nismath.org

33) $[-1;3]$

34) $[-5;-1]\cup\left\{\frac{1}{2}\right\}$

35) $[0;\infty)$

36) $x=4$

37) $(-\infty;-6]\cup[-2;\infty)$

38) $(-\infty;-1]\cup\{1\}$

39) $(-\infty;-3]\cup[3;4]\cup\{5\}$

40) $\{-3\}\cup[3;4]$

41) $\{-1\}\cup[3;7]$

42) $x\in\varnothing$

43) $\left[-\sqrt{7};\sqrt{7}\right]\cup\{4\}$

44) $[-1;7]$

45) $[-2;1]\cup\{2\}\cup[3;\infty)$

46) $(-\infty;-2]\cup\{2\}\cup[4;\infty)$

47) $(-\infty;-3]\cup\{0;1\}\cup[2;\infty)$

48) $\{-3;-1\}\cup[1;3]$

49) $[1;3]$

50) $(-\infty;-1]\cup[5;\infty)$

51) $(-\infty;-5]\cup\{5\}$

52) $[-3;3]$

53) $(-1;1)$

54) $(-\infty;-4)$

55) $(-\infty;1)$

56) $(-\infty;-1]\cup[1;\infty)$

57) $(-\infty;3]$

58) $\{-1;1\}$

59) $(-\infty;-2)\cup(1;\infty)$

60) $[-3;\infty)$

61) $(-\infty;-5]\cup[-4;0]\cup\{2\}$

62) $(-\infty;3]$

63) $[-3;\infty)$

64) $[-1;1]$

www.nismath.org

3-тобы. Бөлшек-рационал теңсіздіктерді шешіңіз:

1.5.3

A

1) $\dfrac{x-2}{(x+2)(x-5)} \geq 0$

2) $\dfrac{(x-5)(x+2)^2}{x-1} \leq 0$

3) $\dfrac{x^2+7x+10}{(x+3)^2} \leq 0$

4) $\dfrac{(x^2+2x-3)(x^2-16)}{(x^2-1)(x^2-9)} \geq 0$

5) $\dfrac{4-x^2}{(x+7)x} \leq 0$

6) $\dfrac{12+x-x^2}{x} \geq 0$

7) $\dfrac{(4-7x)(x^2+2)}{(x-3)(x-2)} > 0$

8) $\dfrac{2+3x-2x^2}{(x^4-16)x} \geq 0$

9) $\dfrac{x^6-1}{x^6+1} \geq 0$

10) $\dfrac{(x-1)(x^2+4x+3)}{x^2+2} \geq 0$

11) $\dfrac{(2x+3)(x^2-x+1)}{x^2+1} < 0$

12) $\dfrac{x^2-x+1}{x^2} > 0$

13) $\dfrac{(x-3)^2(x-2)x}{(x+1)^4(x+5)} > 0$

14) $\dfrac{7x-12-x^2}{2x^2-x-3} < 0$

15) $\dfrac{(2x-3)(4-x)^3x^2}{(x-6)(x^2+4x+6)} \leq 0$

16) $\dfrac{x^2-7x+12}{2x^2+4x+5} > 0$

17) $\dfrac{x^4+x^2+1}{x^2-4x-5} < 0$

18) $\dfrac{1+3x^2}{2x^2-21x+40} < 0$

19) $\dfrac{x^2-36}{x^2-9x+18} < 0$

20) $\dfrac{x^2-6x+9}{5-4x-x^2} \geq 0$

21) $\dfrac{25-16x^2}{x^2+4x+4} > 0$

22) $\dfrac{x^4-2x^2-8}{x^2+2x+1} < 0$

www.nismath.org

B

23) $\frac{x+4}{x-2} \le \frac{2}{x+1}$

24) $\frac{4}{3-x} \le 1+x$

25) $\frac{x-2}{x+2} > \frac{2x-3}{4x-1}$

26) $\frac{2x^2-4x-6}{4x-11} \ge 2$

27) $\frac{x^2-3x+2}{x^2+3x+2} \ge 1$

28) $\frac{x^2-3x+24}{x^2-3x+3} < 4$

29) $\frac{x^2-5x+12}{x^2-4x+5} > 3$

30) $\frac{2}{x^2-3x-4} \ge \frac{3}{x^2+x-6}$

31) $\frac{2}{x^3} - \frac{3}{x^2} > \frac{5}{x}$

32) $\left(\frac{3-x}{2+x}\right)^2 > 1$

33) $\frac{1}{2-x} + \frac{5}{2+x} < 1$

34) $\left(\frac{4x-22}{x-5}\right)^2 \le 9$

35) $\frac{6}{2-4x} - \frac{5x}{1-2x} \le 0$

36) $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2-x+1} \le \frac{1-2x}{1+x^3}$

37) $\left(\frac{x+1}{4-x}\right)^2 \le \frac{1}{4}$

38) $\frac{2}{x^3} - \frac{3}{x^2} < \frac{5}{x}$

39) $\frac{35x}{4+10x-6x^2} \ge \frac{x+2}{3x+1} - \frac{3x-1}{x-2}$

40) $\frac{6x^2-x-18}{3x^2-12} + \frac{5-2x}{2-x} \le 5 + \frac{1}{x-2}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(-2;2]\cup(5;\infty)$

2) $\{-2\}\cup(1;5]$

3) $[-5;-3)\cup(-3;-2]$

4) $(-\infty;-4]\cup(-1;1)\cup(1;3)\cup[4;\infty)$

5) $(-\infty;-7)\cup[-2;0)\cup[2;\infty)$

6) $(-\infty;-3]\cup(0;4]$

7) $\left(-\infty;\frac{4}{7}\right)\cup(2;3)$

8) $(-\infty;-2)\cup\left[-\frac{1}{2};0\right)$

www.nismath.org

9) $(-\infty;-1]\cup[1;\infty)$

10) $[-3;-1]\cup[1;\infty)$

11) $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right)$

12) $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$

13) $(-5;-1)\cup(-1;0)\cup(2;3)\cup(3;\infty)$

14) $(-\infty;-1)\cup\left(\frac{3}{2};3\right)\cup(4;\infty)$

15) $\{0\}\cup\left[\frac{3}{2};4\right]\cup(6;\infty)$

16) $(-\infty;3)\cup(4;\infty)$

17) $(-1;5)$

18) $\left(\frac{5}{2};8\right)$

19) $(-6;3)$

20) $(-5;1)\cup\{3\}$

21) $\left(-\frac{5}{4};\frac{5}{4}\right)$

22) $(-2;-1)\cup(-1;2)$

23) $(-1;2)$

24) $\{1\}\cup(3;\infty)$

25) $(-\infty;-2)\cup\left(\frac{1}{4};1\right)\cup(4;\infty)$

26) $\left[2;\frac{11}{4}\right)\cup[4;\infty)$

27) $(-\infty;-2)\cup(-1;0]$

28) $(-\infty;-1)\cup(4;\infty)$

29) $\left(\frac{1}{2};3\right)$

30) $(-3;-1)\cup[0;2)\cup(4;11]$

31) $(-\infty;-1)\cup\left(0;\frac{2}{5}\right)$

32) $(-\infty;-2)\cup\left(-2;\frac{1}{2}\right)$

33) $(-\infty;-2)\cup(2;\infty)$

34) $\left[\frac{37}{7};7\right]$

35) $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{5}\right]$

36) $(-\infty;-1)\cup(-1;2]$

37) $\left[-6;\frac{2}{3}\right]$

38) $(-1;0)\cup\left(\frac{2}{5};\infty\right)$

39) $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup\left[\frac{3}{16};2\right)\cup(2;\infty)$

40) $(-\infty;-3]\cup\left(-2;\frac{2}{3}\right]\cup(2;\infty)$

www.nismath.org

4 - тобы. Теңсіздіктер жүйесін шешіңіз:

1.5.4

A

1) $\begin{cases} x^2 > 16 \\ x^2 - 16x \le 0 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 6x - x^2 - 5 \le 0 \\ x^2 - 25 \le 0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x(x+5) < 2(x^2+2) \\ x^2 + x + 8 > 0 \end{cases}$

4) $\begin{cases} \dfrac{2x-3}{3x+5} > 0 \\ \dfrac{-2}{3x+5} > 0 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x(x-1) \le 0 \\ x^2 - 3x + 2 \le 0 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x^2 - 14x + 45 < 0 \\ x^2 - 11x + 30 > 0 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x^2 - x - 6 \ge 0 \\ x^2 - 4x < 0 \end{cases}$

8) $\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x + 1 > 0 \\ \dfrac{1}{2} - x > 0 \end{cases}$

9) $\begin{cases} x < 0 \\ 21x^2 + 39x - 6 < 0 \end{cases}$

10) $\begin{cases} x^2 + x - 6 < 0 \\ -x^2 + 2x + 3 \le 0 \end{cases}$

11) $\begin{cases} x^2 - 144 > 0 \\ x - 3 < 0 \end{cases}$

12) $\begin{cases} x^2 + 4x - 5 > 0 \\ x^2 - 2x - 8 < 0 \end{cases}$

13) $\begin{cases} x + 7 > 0 \\ x^2 + 5x < 0 \end{cases}$

14) $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \le 0 \\ 3x - 12 \ge 0 \end{cases}$

15) $\begin{cases} 8x - 2 < x - 1 \\ 2x^2 - x - 1 \le 0 \end{cases}$

16) $\begin{cases} x^2 + 3x + 2 > 0 \\ \dfrac{x}{x+1} \le 0 \end{cases}$

17) $\begin{cases} \dfrac{x^2 - 7x + 10}{x^2 + 3x + 10} \ge 0 \\ x^2 - x - 6 \ge 0 \end{cases}$

18) $\begin{cases} \dfrac{(x+1)(x-2)}{x-6} \ge 0 \\ \dfrac{x+5}{(4-x)(x-3)} \ge 0 \end{cases}$

www.nismath.org

19) $\begin{cases} \dfrac{6x-1}{x+4} \le 2 \\ 5(x-8) > 6x \end{cases}$

20) $-1 < 3+2x \le 4$

21) $1 \le -2x-3 < 4$

22) $-1 < 5x+4 < 19$

23) $-2 < \dfrac{4x-1}{3} \le 0$

B

24) $\begin{cases} 6x^2-29x+30 \le 0 \\ 5x+2 > 3x^2 \end{cases}$

25) $\begin{cases} x^2+6x+9 \le 0 \\ x^2+6x+8 \le 0 \end{cases}$

26) $\begin{cases} (x+4)(x+5)-x \le 5 \\ -12x-18 < 2x^2 \end{cases}$

27) $\begin{cases} 2-\dfrac{5+x}{7} < 1-\dfrac{9-x}{14} \\ 12-\dfrac{1}{3}\left(47-\dfrac{60}{x}\right) < 3 \end{cases}$

28) $\begin{cases} 3x-2 \le 5x-8 \\ \dfrac{2x-1}{2-x} < 4 \end{cases}$

29) $\begin{cases} 3x^2-4x+1 > 0 \\ 3x^2-5x+2 \le 0 \end{cases}$

30) $\begin{cases} \dfrac{2-x}{x+1}-1 \ge 0 \\ \dfrac{2-x}{x+1}-2 \le 0 \end{cases}$

31) $\begin{cases} 2(x-1)-3(x-4) > x+5 \\ \dfrac{3x-4}{x^2+4x+4} \ge 0 \end{cases}$

32) $\begin{cases} (x^2+1)(x^2+3)(x^2-2) \ge 0 \\ x < 3 \end{cases}$

33) $\begin{cases} 4x^2-4x-3 \le 0 \\ \dfrac{1}{x^2} \ge 1 \end{cases}$

34) $\begin{cases} (x^2-4x)(x-1) \le 0 \\ (x^2-1)(3-x) \ge 0 \end{cases}$

35) $\begin{cases} (x^2-4)(x^2-2x+1) \ge 0 \\ (x-14)(7-x^2) \le 0 \end{cases}$

www.nismath.org

36) $\begin{cases} \dfrac{x^2+10x+25}{4x-5} \geq 0 \\ (x-2)(x^2-6x+9) \leq 0 \end{cases}$

37) $0 < \dfrac{3x-1}{2x+5} < 1$

38) $2 \leq x^2+x < 6$

39) $1 < \dfrac{3x-1}{2x+1} < 2$

40) $1 < \dfrac{3x^2-7x+8}{x^2+1} \leq 2$

41) $3 \leq \dfrac{5x-1}{2x-3} \leq 5$

42) $5x-20 \leq x^2 \leq 8x$

43) $\dfrac{1}{4} < \dfrac{1}{x} < \dfrac{1}{3}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(4;16]$

2) $[-5;1]\cup\{5\}$

3) $(-\infty;1)\cup(4;\infty)$

4) $\left(-\infty;-\dfrac{5}{3}\right)$

5) $x=1$

6) $(6;9)$

7) $[3;4)$

8) $\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$

9) $(-2;0)$

10) $(-3;-1]$

11) $(-\infty;-12)$

12) $(1;4)$

13) $(-5;0)$

14) $x\in\{4\}$

15) $\left[-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{7}\right)$

16) $(-1;0]$

17) $(-\infty;-2]\cup[5;\infty)$

18) $x\in\varnothing$

19) $x\in\varnothing$

20) $\left(-2;\dfrac{1}{2}\right]$

21) $(-3,5;-2]$

22) $(-1;3)$

23) $\left(-\dfrac{5}{4};\dfrac{1}{4}\right]$

24) $\left[\dfrac{3}{2};2\right)$

25) $x=-3$

26) $[-5;-3)$

27) $\left(\dfrac{13}{3};\infty\right)$

28) $[3;\infty)$

29) $x\in\varnothing$

30) $\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$

www.nismath.org

31) $\left[\frac{4}{3};2,5\right)$ **32)** $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right]\cup\left[\sqrt{2};3\right)$

33) $\left[-\frac{1}{2};0\right)\cup(0;1]$ **34)** $(-\infty;-1]\cup[1;3]$

35) $\left[-\sqrt{7};-2\right]\cup\{1\}\cup\left[2;\sqrt{7}\right]\cup[14;\infty)$

36) $\{-5\}\cup\left(\frac{5}{4};2\right]\cup\{3\}$ **37)** $\left(\frac{1}{3};6\right)$

38) $(-3;-2]\cup[1;2)$ **39)** $(-\infty;-3)\cup(2;\infty)$

40) $[1;6]$ **41)** $[2,8;8]$

42) $[0;8]$ **43)** $(3;4)$

5-тобы. Теңсіздіктердің жиынтығын шешіңіз:

1.5.5

A

1) $\begin{cases} x>3 \\ 5-2x<2(1-x) \end{cases}$ **2)** $\begin{cases} 3<x<5 \\ x\geq 5 \end{cases}$ **3)** $\begin{cases} -1\leq x<0 \\ 0\leq x<2 \\ 2\leq x<5 \end{cases}$

4) $\begin{cases} -1<x<2 \\ 2\leq x<5 \\ x\geq 5 \end{cases}$ **5)** $\begin{cases} \frac{2x+1}{2}-\frac{2-x}{7}>1 \\ -4x-1<0 \end{cases}$ **6)** $\begin{cases} \frac{3-2x}{5}<\frac{1-x}{2} \\ 2-3x>x \end{cases}$

B

7) $\begin{cases} 2<2x<4 \\ (x-1)(x-2)\geq 0 \end{cases}$ **8)** $\begin{cases} (x-1)(x-2)\geq 0 \\ -1<2x-3<1 \end{cases}$ **9)** $\begin{cases} x(x-10)\geq 0 \\ -x^2+4x-4\geq 0 \end{cases}$

www.nismath.org

10) $\begin{cases} 2x^2-7x+5\le 0 \\ 2x^2-5x+3\ge 0 \end{cases}$ **11)** $\begin{cases} x<1 \\ x^2-3x+2<0 \end{cases}$ **12)** $\begin{cases} x^2-8x+16<0 \\ x^2-6x+8<0 \end{cases}$

13) $\begin{cases} \dfrac{x-6}{x-4}<0 \\ \dfrac{x-2}{x-4}<0 \end{cases}$ **14)** $\begin{cases} x^2+2x-3\ge 0 \\ x^2+2x+3\le 0 \end{cases}$ **15)** $\begin{cases} x^2-5x-6\ge 0 \\ x^2-5x+6>0 \end{cases}$

16) $\begin{cases} 2x-3\le 1 \\ x^2-4x+3\ge 0 \end{cases}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(3;\infty)$ **2)** $(3\,\infty)$ **3)** $[-1;5)$

4) $(-1;\infty)$ **5)** $\left(-\frac{1}{4};\infty\right)$ **6)** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$

7) $x\in\mathbb{R}$ **8)** $(-\infty;\infty)$ **9)** $(-\infty;0]\cup\{2\}\cup[10;\infty)$

10) $x\in\mathbb{R}$ **11)** $(-\infty;1)\cup(1;2)$ **12)** $(2;4)$

13) $(2;4)\cup(4;6)$ **14)** $(-\infty;-3]\cup[1;\infty)$ **15)** $(-\infty;2)\cup(3;\infty)$

16) $(-\infty;2]\cup[3;\infty)$

6 - тобы. Теңсіздіктерді шешіңіз:

1.5.6

С

1) $\dfrac{x^4-2x^2-8}{x^2+2x+1}<0$

2) $(x+6)^2\left(x^2+x-1\right)<\left(x^2+3x\right)(x+6)^2$

3) $\dfrac{x^2-x+6}{x^2-3x+2}\ge\dfrac{2x}{x-2}$

www.nismath.org

4) $\begin{cases} \dfrac{1}{1-x}+2<0 \\ \dfrac{3}{5+2x}-4<0 \end{cases}$

5) $\dfrac{(x^2-4x-5)(9x^2-6x+1)}{(x^2-2x-15)(5x^2-x+4)} \le 0$

6) $\dfrac{(x^2-5x-6)(3x^2+2x+1)}{(3x^2-12x+12)(x^2+x+8)} < 0$

7) $\dfrac{x^4-4x^3+4x^2}{(x+4)^5(5-x)^3} \le 0$

8) $\begin{cases} 1+\dfrac{2}{x-2} > \dfrac{6}{x-1} \\ \dfrac{1}{x-1} \ge 0 \end{cases}$

9) $\dfrac{6}{-4x-x^2} - \dfrac{2}{x^2-4x} + \dfrac{x}{x^2-16} \ge 0$

10) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}-\dfrac{4}{3} \le \dfrac{4}{x} \\ \dfrac{1}{x} > -1 \\ x^2+3x+1>0 \end{cases}$

11) $2(x+2)^2-3(x+2)+1 \le 0$

12) $(x^2-3x)^2-2(x^2-3x)-8>0$

13) $(x^2+3x+1)(x^2+3x-3) \ge 5$

14) $(x^2-x-1)(x^2-x-7)<-5$

15) $\dfrac{1}{x^2+x} \le \dfrac{1}{2x^2+2x+3}$

www.nismath.org

16) $\frac{1}{x^2-3x+2} \geq \frac{1}{x^2-7x+12}$

17) $\left(x+\frac{6}{x}\right)^2+2\left(x+\frac{6}{x}\right)-35 \leq 0$

18) $\frac{x^2-x}{x^2-x+1} > \frac{x^2-x+2}{x^2-x-2}+1$

19) $\left(x^2+3x\right)(2x+3)-16\frac{2x+3}{x^2+3x} \geq 0$

20) $\frac{2x^2-3x-1}{x^2+x-1} \geq x+1$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(-2;-1)\cup(-1;2)$

2) $\left(-\frac{1}{2};\infty\right)$

3) $[-2;1)\cup(2;3]$

4) $\left(1;\frac{3}{2}\right)$

5) $(-3;-1]\cup\left\{\frac{1}{3}\right\}$

6) $(-1;2)\cup(2;6)$

7) $(-\infty;-4)\cup\{0;2\}\cup(5;\infty)$

8) $(2;3)\cup(4;\infty)$

9) $(-4;0)\cup(4;\infty)$

10) $\left(-\infty;\frac{-3-\sqrt{5}}{2}\right)\cup(0;6]$

11) $\left[-\frac{3}{2};-1\right]$

12) $(-\infty;-1)\cup(1;2)\cup(4;\infty)$

13) $(-\infty;-4]\cup[-2;-1]\cup[1;\infty)$

14) $(-2;-1)\cup(2;3)$

15) $(-1;0)$

16) $(-\infty;1)\cup(2;2,5]\cup(3;4)$

17) $[-6;-1]\cup[2;3]$

18) $(-1;0)\cup(1;2)$

19) $[-4;-3)\cup\left[-\frac{3}{2};0\right)\cup[1;\infty)$

20) $\left(-\infty;\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left[0;\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$

www.nismath.org

§6. МОДУЛЬ БЕЛГІСІНІҢ АСТЫНДА АЙНЫМАЛЫСЫ БАР ТЕҢДЕУЛЕРДІ ШЕШУ

1-тобы. Берілген теңдеулерді мәндес екі теңдеудің бірігуімен немесе жүйемен алмастырып шешіңіз:

1.6.1

А

1) $|2x-3|=11$

2) $|x^2-x|=6$

3) $|5x^2-3|=2$

4) $|x^2-5x+4|=4$

5) $|2x^2+x-4|=|x^2+2x-2|$

6) $|3x^2-3x+5|=|2x^2+6x-3|$

7) $|3x^2+5x-9|=|6x+15|$

8) $|x-6|=|x^2-5x+9|$

В

9) $|x^2-4x-4|+4=2x$

10) $|x^2-2x-1|=1-x$

11) $|-x^2-16|=8x$

12) $|x^2-x-3|=-x-1$

13) $3|x^2-6x+7|=5x-9$

14) $2|x^2+2x-5|=x-1$

15) $|x^2+x-1|=2x-1$

16) $|x^2+3x-4|=3x$

17) $|x^2-4x+4|=x$

18) $|x^2-x+3|=x+2$

19) $|6x^2+2x-2|=x-1$

20) $|2x^2+5x-10|=5-2x$

ЖАУАПТАРЫ

1) $-4;\ 7$

2) $-2;\ 3$

3) $\pm 1;\ \pm\frac{\sqrt{5}}{5}$

4) $0;\ 5$

5) $\pm 1;\ \pm 2$

6) $1;\ 8$

7) $\pm 3;\ -\frac{8}{3};\ -\frac{2}{3}$

8) $1;\ 3$

9) $4;\ 6$

10) $-1;\ 0$

11) 4

12) $-\sqrt{2};\ 1-\sqrt{5}$

13) $3;\ 6$

14) $\frac{-5+\sqrt{113}}{4};\ \frac{3}{2}$

15) $\frac{-3+\sqrt{17}}{2};\ 1$

16) $-3+\sqrt{13};\ 2$

17) $1;\ 4$

18) 1

19) $\varnothing$

20) $-5;\ -\frac{5}{2};\ 1;\ \frac{3}{2}$

www.nismath.org

2-тобы. Анықтама бойынша модульді ашуға негізделген әдіспен теңдеулерді шешіңіз:

1.6.2

A

1) $\big||x-2|+3\big|=3$

2) $\big||2x+5|-x\big|=7$

3) $|2-x|=5-4x$

4) $\dfrac{|x+2|}{3}=\dfrac{x+2}{5}+x$

5) $|x+2|=2(3-x)$

6) $|3x-2|+x=11$

7) $|x|=-3x-5$

8) $x+|x|=0$

B

9) $x^2+|x-1|=3$

10) $-\dfrac{|x|}{x}-x=\dfrac{x^2}{2}+1$

11) $\dfrac{1-2x}{3-|x-1|}=1$

12) $|x+1|=-x^2-2x+5$

13) $|x|=x^2+x-2$

14) $x^2-4|x+1|+5x+3=0$

15) $|x-3|=x^2-2x-7$

16) $x^2-4|x+1|-41=0$

17) $3x^2-5|x-2|-12=0$

18) $x^2-18|x-2|-4=0$

19) $x^2-4|x-3|-2x-7=0$

20) $x^2+4x+|x+3|+3=0$

ЖАУАПТАРЫ

1) 2

2) $-4;\ 2$

3) 1

4) $\dfrac{4}{13}$

5) $\dfrac{4}{3}$

6) $-\dfrac{9}{2};\ \dfrac{13}{4}$

7) $-2,5$

8) $(-\infty;0]$

9) $-1;\ \dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}$

10) -2

11) $-\dfrac{1}{3}$

12) $-3;\ 1$

13) $-1-\sqrt{3};\ \sqrt{2}$

14) $\dfrac{-9-\sqrt{53}}{2};\ \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

15) $\dfrac{1-\sqrt{41}}{2};\ 4$

16) $-2-\sqrt{41};\ 9$

17) $-\dfrac{11}{3};\ 2$

18) $-20;\ 2;\ 16$

19) $-1-\sqrt{20};\ 5$

20) $-3;\ -2$

www.nismath.org

3-тобы. Жаңа айнымалыны енгізу әдісімен теңдеулерді шешіңіз:

1.6.3

A

1) $(x+1)^2+|x+1|-2=0$

2) $(x+1)^2-2|x+1|+1=0$

3) $x^2-4|x|+3=0$

4) $(x-1)^2+|x-1|-2=0$

5) $(x+2)^2=2|x+2|+3$

6) $(x+3)^2-|x+3|-30=0$

B

7) $x^2+2x-3|x+1|+3=0$

8) $\dfrac{2x^2-6}{|x|-1}=|x|+3$

9) $|x|\cdot(x^2-4)+3=0$

10) $\dfrac{3}{|x|-2}-\dfrac{9}{|x|+3}=\dfrac{x^2}{x^2+|x|-6}$

11) $4x^2-2|2x-1|-34-4x=0$

12) $x^2-2x-5|x-1|+5=0$

13) $\dfrac{3}{|x+3|-1}=|x+3|$

14) $x^4+x^2+4|x^2-x|=2x^3+12$

ЖАУАПТАРЫ

1) $-2;\ 0$

2) $-2;\ 0$

3) $\pm 1;\ \pm 3$

4) $0;\ 2$

5) $-5;\ 1$

6) $-9;\ 3$

7) $-3;\ -2;\ 0;\ 1$

8) ± 3

9) $\pm 1;\ \dfrac{-1+\sqrt{13}}{2};\ \dfrac{1-\sqrt{13}}{2}$

10) ± 3

11) $-3;\ 4$

12) $-3;\ 0;\ 2;\ 5$

13) $\dfrac{\sqrt{13}-5}{2};\ \dfrac{-7-\sqrt{13}}{2}$

14) $-1;\ 2$

www.nismath.org

4-тобы. Аралықтар әдісімен теңдеулерді шешіңіз:

1.6.4

A

1) $|x|=|7-2x|+3$

2) $|x+1|+|x-5|=6$

3) $2|x-1|+2|x-2|=6$

4) $|x+2|+|x-3|=5$

5) $|x+1|+|x|=1$

B

6) $|x+1|+|x-2|=2x$

7) $|x-5|-|x-2|=-3$

8) $|3x-5|-2x=|x+2|$

9) $|x-1|+|8-x|+2|x-3|=4$

10) $|2x-1|-|x+4|=3$

11) $|2x+5|=|x|+2$

12) $|x-1|-2|x-2|+3|x-3|=4$

13) $\dfrac{|x-3|}{|x-2|-1}=1$

14) $|x|+|x-4|+|x-5|=12$

15) $|3x-8|-|3x-2|=6$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\frac{10}{3}$; 4

2) $[-1;5]$

3) 0; 3

4) $[-2;3]$

5) $[-1;0]$

6) 1,5

7) $[5;\infty)$

8) $\frac{1}{2}$

9) $\varnothing$

10) –2; 8

11) –7; –1

12) $[1;2]\cup\{5\}$

13) $(3;\infty)$

14) –1; 7

15) $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right]$

www.nismath.org

5 - тобы. Модуль белгісінің астында белгісізі бар теңдеулер жүйесін шешіңіз:

1.6.5

В

1) $\begin{cases} y=|x| \\ \frac{1}{2}x^3-y=0 \end{cases}$

2) $\begin{cases} |y-1|+x-2=0 \\ 2x+y=3 \end{cases}$

3) $\begin{cases} |x-3|=4 \\ x+2y=5 \end{cases}$

4) $\begin{cases} |x+1|+2y=1 \\ x+y=5 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x^2-2|x|-3=0 \\ x+y=6 \end{cases}$

6) $\begin{cases} |x|+y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x+y=2 \\ |3x-y|=1 \end{cases}$

8) $\begin{cases} x+2y=2 \\ |2x-3y|=1 \end{cases}$

9) $\begin{cases} |x|+y=5 \\ x+4y=5 \end{cases}$

10) $\begin{cases} x+3|y|=2 \\ 3x-y=1 \end{cases}$

11) $\begin{cases} y-x=1 \\ x+|y|=1 \end{cases}$

12) $\begin{cases} |x-1|+y=0 \\ 2x-y=1 \end{cases}$

13) $\begin{cases} y+x-1=0 \\ |y|-x-1=0 \end{cases}$

14) $\begin{cases} |y|=x-3 \\ y=x^2-8x+15 \end{cases}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(0;0)$; $(\sqrt{2};\sqrt{2})$

2) $(0;3)$; $\left(\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)$

3) $(-1;3)$; $(7;-1)$

4) $(10;-5)$

5) $(3;3)$; $(-3;9)$

6) $(2;-1)$; $(-2;-1)$

7) $\left(\frac{3}{4};\frac{5}{4}\right)$; $\left(\frac{1}{4};\frac{7}{4}\right)$

8) $\left(\frac{8}{7};\frac{3}{7}\right)$; $\left(\frac{4}{7};\frac{5}{7}\right)$

9) $(5;0)$; $(-3;2)$

10) $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$; $\left(\frac{1}{8};-\frac{5}{8}\right)$

11) $(0;1)$

12) $(0;-1)$

13) $(0;1)$

14) $(3;0)$; $(4;-1)$; $(6;3)$

www.nismath.org

1.6.6

C

1) $\sqrt{\left(x^2-3x+2\right)^2}=3x-x^2-2$

2) $\frac{|x+2|-|x|}{\sqrt{2-x^2}}=0$

3) $\left|6x^2-5x+1\right|=5x-6x^2-1$

4) $\frac{\left|x^2+2x+3\right|}{|x-3|}=x+2$

5) $\sqrt{9x^2-12x+4}-\sqrt{4x^2-20x+25}-x=2$

6) $\sqrt{x^2+2x+1}+x=5-\sqrt{x^2}$

7) $(x-2)\left(|x|+\sqrt{3}-1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=0$

8) $\sqrt{|x-7|}=x-1$

9) $\left|x^2-2x+1\right|+|4x+1|=0$

10) $\frac{\left|x^2-4x\right|+3}{x^2+|x-5|}=1$

11) $\left|\frac{x^2-10x+21}{x^2-12x+32}\right|=-\frac{x^2-10x+21}{x^2-12x+32}$

12) $\frac{x^2-2|x|+1}{4-x^2}=\frac{|x-2|}{x+2}$

13) $2\left(x^2-1\right)=\left(x^2+x\right)\left(|x|-1\right)$

14) $\left(x^2-5x+6\right)^2+7|x-2|=0$

www.nismath.org

15) $\left|x^2-9\right|+\left|x-2\right|=5$

16) $\left|\frac{2x-1}{x-1}\right|=\left|\frac{2x+1}{x+1}\right|$

17) $f(x)=\sqrt{5-2x}$ функциясының анықталу облысына тиісті болатындай $\left(|x|+1\right)^2=4|x|+9$ теңдеуінің барлық шешімдерін табыңыз.

18) $\frac{|2x+1|-|2x-3|-4}{\sqrt{x^2-5x-6}}=0$

ЖАУАПТАРЫ

1) $[1;2]$ **2)** -1 **3)** $\left[\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right]$

4) $-\frac{3}{2};\ 1$ **5)** $-\frac{5}{2};\ \frac{9}{4}$ **6)** $-6;\ \frac{4}{3}$

7) 2 **8)** 3 **9)** $\varnothing$

10) $-\frac{2}{3};\ \frac{1}{2};\ 2$ **11)** $[3;4)\cup[7;8)$ **12)** $\frac{3}{2}$

13) $\pm1;\ 2;\ \frac{-3-\sqrt{17}}{2}$ **14)** 2 **15)** $-3;\ 2;\ \frac{-1+\sqrt{65}}{2}$

16) $0;\ \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ **17)** -4 **18)** $(6;\infty)$

www.nismath.org

§ 7. МОДУЛЬ БЕЛГІСІНІҢ АСТЫНДА АЙНЫМАЛЫСЫ БАР ТЕҢСІЗДІКТЕРДІ ШЕШУ

1-тобы. Теңсіздіктерді мәндес қос теңсіздікке немесе теңсіздіктер жүйесіне келтіріп шешу:

1.7.1

A

1) $|2x-3|\le 4$

2) $|5-8x|<11$

3) $\left|\frac{3x+1}{x-3}\right|<3$

4) $|x^2+19x+34|<-1$

5) $|3x-5|\ge 10$

6) $\left|\frac{2}{x-4}\right|>1$

7) $3|x-1|\le x+3$

8) $|x-2|<2x-10$

9) $\left|\frac{2x+3}{3x-2}\right|>1$

B

10) $[0;5]$ аралығына тиісті болатындай $\left|\frac{x^2-5x+4}{x^2-4}\right|\le 1$ теңсіздігінің бүтін шешімдерінің санын табыңыз.

11) $|x^2-5x|<6$

12) $|2x^2-9x+15|\ge 20$

13) $\left|\frac{x^2-3x+2}{x^2+3x+2}\right|\ge 1$

14) $x^2-5x+9>|x-6|$, ең кіші натурал шешімін табыңыз.

15) $|x^2-2x-3|\le 3x-3$, бүтін шешімдерінің санын табыңыз.

16) $x^2-|5x+6|>0$, ең кіші бүтін оң шешімін табыңыз.

17) $|x-2x^2|>2x^2-x$

18) $|x^2-6|>4x+1$

19) $|x^2+3x|\ge 2-x^2$, ең үлкен бүтін теріс шешімін табыңыз.

www.nismath.org

20) $x \le \left| x^2 - 2x \right|$

21) $\left| x - 1 - x^2 \right| \le \left| x^2 - 3x + 4 \right|$

22) $\left| x^2 + x - 2 \right| > \left| x + 2 \right|$

23) $\left| x^2 + 2x - 3 \right| - \left| x^2 - 2x - 8 \right| < 0$, ең үлкен бүтін шешімін табыңыз.

24) $\dfrac{2}{\left| x - 2 \right|} \ge \left| \dfrac{-3}{2x - 1} \right|$

25) $\left| x \right| < -x^2 + x + 6$

26) $\left| 4x^2 - 9x + 6 \right| > -x^2 + x - 3$

27) $\left| x^2 - 6x + 8 \right| - \left| x - 2 \right| \le 0$

28) $\left| x^2 + 2x - 4 \right| > 4$

29) $\left| \dfrac{-x^2 + 5x + 2}{-x^2 - 5x - 24} \right| > 2$

30) $\left| x^2 - 8x + 15 \right| < x - 3$

ЖАУАПТАРЫ

1) $[-0,5; 3,5]$ **2)** $\left(-\frac{3}{4}; 2\right)$ **3)** $\left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$

4) $\varnothing$ **5)** $\left(-\infty; -\frac{5}{3}\right] \cup [5; \infty)$ **6)** $(2; 4) \cup (4; 6)$

7) $[0; 3]$ **8)** $(8; \infty)$ **9)** $\left(-\frac{1}{5}; \frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}; 5\right)$

10) 5 **11)** $(-1; 2) \cup (3; 6)$ **12)** $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup [5; \infty)$

13) $(-\infty; -2) \cup (-2; -1) \cup (-1; 0]$ **14)** 4

15) 4 **16)** 7 **17)** $\left(0; \frac{1}{2}\right)$

www.nismath.org

18) $(-\infty;1)\cup\left(2+\sqrt{11};\infty\right)$

19) -1

20) $(-\infty;1]\cup[3;\infty)$

21) $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right]$

22) $(-\infty;-2)\cup(-2;0)\cup(2;\infty)$

23) 2

24) $(-\infty;-4]\cup\left[1\frac{1}{7};2\right)\cup(2;\infty)$

25) $\left(1-\sqrt{7};\sqrt{6}\right)$

26) $(-\infty;\infty)$

27) $\{2\}\cup[3;5]$

28) $(-\infty;-4)\cup(-2;0)\cup(2;\infty)$

29) $(-10;-5)$

30) $(4;6)$

2-тобы. **Анықтама бойынша модульді ашуға негізделген әдіспен теңсіздіктерді шешіңіз:**

1.7.2

A

1) $\frac{x^2-1}{|x|-1}>0$

2) $2x<|x|+1$

3) $\frac{x^2+6x-7}{|x+4|}<0$

4) $\frac{x^2+3x-10}{|x+1|}<0$

B

5) $\frac{|x-3|}{x^2-5x+6}\geq 2$

6) $\frac{|x+3|+x}{x+2}>1$

7) $\big||x-1|-5\big|\leq 2$

8) $\frac{2x-5}{|x-1|}\leq 1$

9) $3x^2-|x-3|>9x-2$

10) $x^2+x-10<2|x-2|$

11) $\frac{|x-1|}{x+2}<1$

12) $\frac{1}{|x|-3}<\frac{1}{2}$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $(-\infty;-1)\cup(-1;1)\cup(1;\infty)$

2) $(-\infty;1)$

3) $(-7;-4)\cup(-4;1)$

4) $(-5;-1)\cup(-1;2)$

5) $\left[\frac{3}{2};2\right)$

6) $(-5;-2)\cup(-1;\infty)$

7) $[-6;-2]\cup[4;8]$

8) $(-\infty;1)\cup(1;4]$

9) $\left(-\infty;\frac{4-\sqrt{19}}{3}\right)\cup\left(\frac{4+\sqrt{19}}{3};\infty\right)$

10) $\left(\frac{-3-\sqrt{65}}{2};3\right)$

11) $(-\infty;-2)\cup\left(-\frac{1}{2};\infty\right)$

12) $(-\infty;-5)\cup(-3;3)\cup(5;\infty)$

3-тобы. Жаңа айнымалыны енгізу әдісімен теңсіздіктерді шешіңіз:

1.7.3

A

1) $x^2-|x|-12<0$

2) $x^2-5|x|+6<0$

B

3) $\left|x^2-5|x|+4\right|\geq\left|2x^2-3|x|+1\right|$

4) $(x-7)^2-|x-7|<30$

5) $(|x-3|-5)(|x-3|+4)\leq 0$

6) $\left|\frac{2-3|x|}{1+|x|}\right|<1$

7) $(|2x-1|-3)(|2x-1|-1)>0$

8) $x^2-8x-\frac{3}{|x-4|}+18\leq 0$

9) $\frac{x^2+|x|-2}{x^2+|x|-6}>0$

10) $\frac{|x-1|+10}{4|x-1|+3}>2$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $(-4;4)$ 2) $(-3;-2)\cup(2;3)$ 3) $\left[-\frac{5}{3};\frac{5}{3}\right]$ 4) $(1;13)$

5) $[-2;8]$ 6) $\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{4}\right)\cup\left(\frac{1}{4};\frac{3}{2}\right)$ 7) $(-\infty;-1)\cup(0;1)\cup(2;\infty)$

8) $[3;4)\cup(4;5]$ 9) $(-\infty;-2)\cup(-1;1)\cup(2;\infty)$ 10) $\left(\frac{3}{7};\frac{11}{7}\right)$

4-тобы. Интервалдар әдісімен теңсіздіктерді шешіңіз:

1.7.4

В

1) $|x-2|>2+x-|3-x|$ 2) $|x+3|<3+|x|$

3) $|x-1|+|2-x|>3+x$ 4) $|x-4|+|2x+6|>10$

5) $|x+2|+|x-2|\geq 12$ 6) $|x-1|>|3x-1|-10$

7) $|x-1|+|x+2|\leq 3$ 8) $|x-3|+|2+x|\leq 2x+3$

9) $|5-2x|+|x+3|\geq 5$ 10) $|x|+|2x+1|-x>1$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(-\infty;1)\cup(7;\infty)$ 2) $(-\infty;0)$ 3) $(-\infty;0)\cup(6;\infty)$

4) $(-\infty;-4)\cup(0;\infty)$ 5) $(-\infty;-6]\cup[6;\infty)$ 6) $(-5;5)$

7) $[-2;1]$ 8) $[1;\infty)$ 9) $(-\infty;\infty)$

10) $(-\infty;-0{,}5)\cup(0;\infty)$

www.nismath.org

1.7.5

5-тобы. Теңсіздіктер жүйесін шешіңдер:

A

1) $\begin{cases} |x| \le -x \\ |x+2| > 1 \end{cases}$

2) $\begin{cases} |x| \ge 1 \\ |x-1| < 3 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+5x+6 \le 0 \\ |x+4| = 2 \end{cases}$

4) $\begin{cases} |x-1| = 2 \\ x^2-5x+6 \ge 0 \end{cases}$

5) $\begin{cases} |x-3| \le 2 \\ |3-2x| \le 1 \end{cases}$

6) $\begin{cases} |2x-5| < 5 \\ |5x+1| < 21 \end{cases}$

B

7) $\begin{cases} |x^2+5x| < 6 \\ |x+1| \le 1 \end{cases}$

8) $\begin{cases} |2x^2-23x+13| < 25 \\ x > 8 \end{cases}$

9) $\begin{cases} \dfrac{x^2-5x+11}{x^2-x-2} + \dfrac{7}{x+1} \le 0 \\ |2x+3| \ge 3 \end{cases}$

10) $\begin{cases} \dfrac{x^2-5x+4}{x^2+2x-15} \le 0 \\ |x+2| > 5 \end{cases}$

11) $\begin{cases} \dfrac{x^2-4x+4}{3+4x+x^2} \le 0 \\ |x+1| < 4 \end{cases}$

12) $\begin{cases} x+3 \ge \dfrac{18}{x} \\ |x+1| < 5 \end{cases}$

13) $\begin{cases} \dfrac{4x^2+5}{1+4x+4x^2} \ge 1 \\ |1-x| < 2 \end{cases}$

14) $\begin{cases} \dfrac{x^3+x^2-4x-4}{x^2+3x+2} \ge 0 \\ |x| \le 2 \end{cases}$

15) $\begin{cases} \dfrac{x^2-2x+3}{x^2-4x+3} \ge -3 \\ |x| \le 4 \end{cases}$

16) $\begin{cases} \dfrac{2}{x} < x+1 \\ |x-3| \le 4 \end{cases}$

17) $\begin{cases} \dfrac{x^2+10x+25}{5+4x-x^2} \ge 0 \\ |x+1| > 3 \end{cases}$

18) $\begin{cases} \dfrac{x^2-x+6}{x^2-3x+2} \ge \dfrac{2x}{x-2} \\ |2x-3| \ge 3 \end{cases}$

19) $\begin{cases} |x^2-4x| < 5 \\ |x+1| < 3 \end{cases}$

20) $\begin{cases} |2x-3| \le 1 \\ x^2-4x+3 \ge 0 \end{cases}$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $(-\infty;-3)\cup(-1;0]$ 2) $(-2;-1]\cup[1;4)$ 3) $x=-2$

4) $\{-1;3\}$ 5) $[1;2]$ 6) $(0;4)$

7) $(-2;0]$ 8) $\left(\frac{19}{2};12\right)$ 9) $\{-3\}\cup[1;2)$

10) $(3;4]$ 11) $(-3;-1)\cup\{2\}$ 12) $(-6;0)\cup[3;4)$

13) $\left(-1;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(-\frac{1}{2};1\right]$ 14) $x=2$ 15) $[-4;1)\cup\left[\frac{3}{2};2\right]\cup(3;4]$

16) $[-1;0)\cup(1;7]$ 17) $\{-5\}\cup(2;5)$ 18) $[-2;0]\cup\{3\}$

19) $(-1;2)$ 20) $x=1$

6-тобы. Теңсіздіктерді шешіңдер:

1.7.6

С

1) $4|x-5|-x^2+10x-20>0$

2) $\frac{x^2-7|x|+10}{x^2-6x+9}<0$

3) $\frac{|x^2-4x|+3}{x^2+|x-5|}\geq 1$

4) $|5-x|<|2-x|+|2x-7|$

5) $\big||2x^2-x|-3\big|\leq 2x^2+x+5$

6) $\left|\frac{x^2-5x+4}{x^2-4}\right|\leq 1$

7) $\sqrt{\frac{x^2-4x+4}{x^2+6x+9}}-18\sqrt{\frac{x^2+6x+9}{x^2-4x+4}}>3$

8) $\frac{x^2+2|x|-2}{x+1}\leq 3x$

9) $\begin{cases}\frac{28-x^2}{9}-\frac{x}{3}\geq 0\\ |x+7|\cdot(3x+7)\geq 0\end{cases}$

10) $\begin{cases}\frac{2x^2+2x-11}{x^2+x+1}\leq 1\\ |x+4|\cdot(2x+1)\geq 0\end{cases}$

www.nismath.org

11) $\frac{1}{|x-9|} \le \frac{x-3}{4x-11}$

12) $\frac{4}{|x+3|-1} \ge |x+2|$

13) $1 < 3^{|x^2-x|} < 9$

14) $|2^{2x} - 3\cdot 2^x + 2| > |4^x - 3\cdot 2^x - 10|$

15) $\frac{|2-x|-x}{|x-3|-1} \le 2$

16) $\frac{|x+3|-1}{4-2|x+4|} \ge -1$

17) $|x|\cdot(x^2-2x-3) \ge 0$

18) $\frac{1}{|x|}(x^4-6x^2-16) \le 0$

19) $|x^2-1| < x^2 - |x| + 1$

20) $(2-x+x^2)^{0,5} \le |x-3|$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(0;10)$

2) $(-5;-2)\cup(2;3)\cup(3;5)$

3) $\left(-\infty;-\frac{2}{3}\right]\cup\left[\frac{1}{2};2\right]$

4) $(-\infty;2)\cup\left(\frac{7}{2};\infty\right)$

5) $[-4;\infty)$

6) $\left[0;\frac{8}{5}\right]\cup\left[\frac{5}{2};\infty\right)$

7) $(-4;-3)\cup\left(-3;-\frac{16}{7}\right)$

8) $[-2;-1)\cup\left[-\frac{1}{2};\infty\right)$

9) $\{-7\}\cup\left[-\frac{7}{3};4\right]$

10) $\{-4\}\cup\left[-\frac{1}{2};3\right]$

11) $\left(-\infty;\frac{11}{4}\right)\cup\{4\}\cup\left[8+\sqrt{26};\infty\right)$

12) $\left[-3-\sqrt{5};-4\right)\cup(-2;0]$

13) $(-1;0)\cup(0;1)\cup(1;2)$

14) $(2;\infty)$

15) $(-\infty;2)\cup\{3\}\cup(4;\infty)$

16) $(-\infty;-8]\cup(-6;-2)\cup(-2;\infty)$

17) $(-\infty;-1]\cup\{0\}\cup[3;\infty)$

18) $\left[-2\sqrt{2};0\right)\cup\left(0;2\sqrt{2}\right]$

19) $\left(-2;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};2\right)$

20) $(-\infty;1,4]$

www.nismath.org

II ТАРАУ. ИРРАЦИОНАЛ ФУНКЦИЯЛАР

§1. АЛГЕБРАЛЫҚ ИРРАЦИОНАЛ ӨРНЕКТЕРДІҢ ТЕПЕ-ТЕҢ ТҮРЛЕНДІРУЛЕРІ

1-топ. Қысқартыңыз:

2.1.1

A

1) $\dfrac{3-3\sqrt[3]{9}a+3\sqrt[3]{3}a^2-a^3}{\left(\sqrt[3]{3}-a\right)^2}$

2) $\dfrac{\left(\sqrt{3}+b\right)^2}{3\sqrt{3}+9b+3\sqrt{3}b^2+b^3}$

3) $\dfrac{1-\sqrt{b}+\sqrt[4]{b}-\sqrt[4]{b^3}}{\sqrt{b}-b}$

4) $\dfrac{2\sqrt{2mn}-m\sqrt{2}}{2n-\sqrt{mn}}$

5) $\dfrac{\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{ac}}{\sqrt[3]{bc}+\sqrt[3]{c^2}}$

6) $\dfrac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2-x}{\sqrt{y}\left(\sqrt{y}-2\sqrt{x}\right)}$

7) $\dfrac{x\sqrt{x}+9x+27\sqrt{x}+27}{x+6\sqrt{x}+9}$

8) $\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}$

9) $\dfrac{\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{y}+\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y}+1}$

B

10) $\dfrac{2+\sqrt{x}-x}{\sqrt{x}-2}$

11) $\dfrac{1+2\sqrt{x}}{4x-6\sqrt{x}-4}$

12) $\dfrac{2x+3\sqrt{x}-2}{2+\sqrt{x}}:\dfrac{3-\sqrt{x}}{5\sqrt{x}-2x+3}$

www.nismath.org

13) $\dfrac{-5\sqrt{x}-2x+3}{1-2\sqrt{x}} \cdot \dfrac{5\sqrt{x}-x-6}{\sqrt{x}-2}$

14) $\dfrac{ab-\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{ab}+1}$

15) $\dfrac{2\sqrt{1-x^2}+x^2-2}{1-\sqrt{1-x}\cdot\sqrt{x+1}}$

16) $\dfrac{1-\sqrt{a-3}}{4-a}$, a-ның қандай мәндерінде бөлшектің ең үлкен мәнді қабылдайтынын табыңыз.

17) $\dfrac{1-x}{2-\sqrt{x+3}}$, өрнектің ең кіші мәнін табыңыз.

18) $\dfrac{x-2\sqrt[3]{x}+1}{x+2\sqrt[3]{x^2}-1}$

19) $\dfrac{x^{\frac{5}{24}}-3x^{\frac{1}{24}}}{x^{\frac{3}{8}}-9x^{\frac{1}{24}}}$

20) $\dfrac{y^{\frac{6}{7}}+y^{\frac{5}{7}}+y^{\frac{4}{7}}+y^{\frac{3}{7}}}{y^{\frac{3}{7}}+y^{\frac{2}{7}}+y^{\frac{1}{7}}+1}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\sqrt[3]{3}-a$ **2)** $\dfrac{1}{\sqrt{3}+b}$ **3)** $\dfrac{1+\sqrt[4]{b}}{\sqrt{b}}$

4) $\sqrt{\dfrac{2m}{n}}$ **5)** $\sqrt[3]{\dfrac{a}{c}}$ **6)** 1

7) $\sqrt{x}+3$ **8)** $\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}$ **9)** $\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{y}$

www.nismath.org

10) $-\left(\sqrt{x}+1\right)$

11) $\dfrac{1}{2\left(\sqrt{x}-2\right)}$

12) $4x-1$

13) $9-x$

14) $\sqrt[3]{a^2b^2}-\sqrt[3]{ab}$

15) $\sqrt{1-x^2}-1$

16) $a=3$

17) 2

18) $\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{x}+1}$

19) $\dfrac{1}{x^{\frac{1}{6}}+3}$

20) $y^{\frac{3}{7}}$

2-тобы. Бөлшектің бөліміндегі иррационалдықтан құтылыңыз:

2.1.2

A

1) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}$

2) $\dfrac{x-2}{\sqrt{x-1}+1}$

3) $\dfrac{4}{\sqrt{c}-1}$

4) $\dfrac{1}{2\sqrt{x}+3\sqrt{y}}$

B

5) $\dfrac{m+n+\sqrt{m^2-n^2}}{m+n-\sqrt{m^2-n^2}}$

6) $\dfrac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2-1}}$

7) $\dfrac{1}{\sqrt{a}-\sqrt[4]{b}}$

8) $\dfrac{\sqrt[3]{a^2b^2}}{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}$

9) $\dfrac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{x^2}+x}$

10) $\dfrac{\sqrt{x+y}-\sqrt{x-y}}{\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}}$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $\dfrac{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{a-b}$

2) $\sqrt{x-1}-1$

3) $\dfrac{4\left(\sqrt{c}+1\right)}{c-1}$

4) $\dfrac{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}}{4x-9y}$

5) $\dfrac{m+\sqrt{m^2-n^2}}{n}$

6) $x^2-\sqrt{x^4-1}$

7) $\dfrac{a\sqrt{a}+a\sqrt[4]{b}+\sqrt{ab}+\sqrt[4]{b^3}}{a^2-b}$

8) $\dfrac{a\sqrt[3]{b^2}+b\sqrt[3]{a^2}}{a+b}$

9) $\dfrac{1+\sqrt[3]{x}}{1+x}$

10) $\dfrac{x-\sqrt{x^2-y^2}}{y}$

3 - тобы. Алгебралық иррационал өрнектерді ықшамдаңыз:

2.1.3

А

1) $\left(\dfrac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\sqrt{ab}\right)\cdot\left(\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}\right)^2$

2) $\left(\dfrac{x^2+y^2}{x\sqrt{y}+\sqrt{x^3}}-\dfrac{x+y}{\sqrt{y}+\sqrt{x}}\right)\cdot xy^{-1}$

3) $\dfrac{3a\sqrt{a}-3a\sqrt{b}+3b\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}-\dfrac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

4) $\dfrac{\left(\sqrt[4]{ab}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}\cdot\left(\dfrac{\sqrt[4]{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)^{-1}$

5) Егер $x=9;\ y=4$ болса, $\left(\dfrac{\sqrt{x^3}+\sqrt{y^3}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\sqrt{xy}\right)\cdot\left(\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x-y}\right)^2$

есептеңіз.

www.nismath.org

6) $\left(\dfrac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\sqrt{ab}\right):(a-b)+\dfrac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

7) $\left(\dfrac{4\sqrt{x}}{\sqrt{4x+1}}-\sqrt{4x+1}\right)\cdot\left(1-2\sqrt{x}\right)^{-2}$

8) $\left(\dfrac{a+1}{\sqrt{a}}+\dfrac{1}{a-\sqrt{a}}-\dfrac{a}{\sqrt{a}+1}\right)\cdot\dfrac{1-a}{1+a}$

9) $a\cdot\left(\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2b\sqrt{a}}\right)^{-1}+b\cdot\left(\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2a\sqrt{b}}\right)^{-1}$

10) $\left(\dfrac{\sqrt{a}+2}{a+2\sqrt{a}+1}-\dfrac{\sqrt{a}-2}{a-1}\right)\cdot\dfrac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}}$

11) $\dfrac{\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}}-\dfrac{3}{\sqrt{a}}+\dfrac{2}{\sqrt{a}-1}$

12) $\left(\dfrac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}+\sqrt[3]{x}\right)\cdot\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{x^2}-1}$

13) $\dfrac{1}{a+\sqrt{a^2-b^2}}+\dfrac{1}{a-\sqrt{a^2-b^2}}$

14) $\left(\sqrt{a}+\dfrac{ab^2+c}{\sqrt{ab^2+c}}\right):\left(b\sqrt{a}+b\sqrt{ab^2+c}\right)$

15) $\dfrac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}-\dfrac{x\sqrt{x}-y^{\frac{3}{2}}}{x-y}$

16) $\sqrt{\sqrt{a}+\sqrt{a+b^2}}\cdot\sqrt{\sqrt{a+b^2}-\sqrt{a}}$

17) Егер $a=5;\ x=4$ болса, $\left(1+\sqrt{\dfrac{a-x}{a+x}}\right)\cdot\left(1-\sqrt{\dfrac{a-x}{a+x}}\right)$ есептеңіз.

www.nismath.org

B

18) $\left(\frac{\sqrt{b}+c^2}{c^2}-\frac{\sqrt{b}-c^2}{\sqrt{b}}\right):\left(\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}-c^2}-\frac{c^2}{\sqrt{b}+c^2}\right)$

19) $\left(\frac{\sqrt{a}}{2}-\frac{1}{2\sqrt{a}}\right)^2\cdot\left(\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}-\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}\right)\cdot\frac{\sqrt{a}}{1-a}$

20) $\left(\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{x\sqrt{y}+\sqrt{x}\,y}+\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x\sqrt{y}-\sqrt{x}\,y}\right)\cdot\frac{\sqrt{x^3y}}{x+y}-\frac{2y}{x-y}$

21) $\sqrt{a\cdot\sqrt[3]{b}}:\left(\sqrt{b}\cdot\sqrt[3]{b^{-1}\sqrt{a^3}}\right)$

22) $\left(\frac{x^2}{x^2-\sqrt{y}}-\frac{\sqrt{y}}{x^2+\sqrt{y}}\right):\left(\frac{x^2+\sqrt{y}}{\sqrt{y}}-\frac{x^2-\sqrt{y}}{x^2}\right)$

23) $\left(\frac{\sqrt[4]{ab}-\sqrt{ab}}{1-\sqrt{ab}}+\frac{1-\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{ab}}\right):\frac{\sqrt[4]{ab}}{1+\sqrt[4]{ab}}\cdot 4\sqrt{ab}$

24) $\frac{a^2+1+a\sqrt{a^2+1}}{a+\sqrt{a^2+1}}\cdot\frac{5}{\sqrt{a^2+1}}$

25) $\left(\sqrt{ab}-\frac{ab}{\sqrt{ab}+a}\right):\frac{\sqrt[4]{ab}-\sqrt{b}}{a-b}-a\left(\sqrt[4]{ab}+\sqrt{b}\right)$

26) $\frac{(a-1)\sqrt{a}-(b-1)\sqrt{b}}{\sqrt{a^3b}+ab+a^2-a}-\left(\frac{a}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\right)^{-1}+4$

27) $\left(\frac{1}{m-\sqrt{mn}}+\frac{1}{m+\sqrt{mn}}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{m^{-2}\cdot n^{-2}}{n^{-2}\cdot m^{-1}-n^{-1}\cdot m^{-2}}\right)$

28) $\left(\frac{b}{b+8}-\frac{4b}{\left(\sqrt[3]{b}+2\right)^3}\right)\cdot\left(\frac{1+2\left(\sqrt[3]{b}\right)^{-1}}{1-2\left(\sqrt[3]{b}\right)^{-1}}\right)^2-\frac{24}{b+8}$

29) $\dfrac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}} : \dfrac{1}{x^2-\sqrt{x}}$

30) $\dfrac{x-\sqrt{y}}{x+\sqrt{y}} + \dfrac{x^2-x\sqrt{y}}{x-\sqrt{y}} - \dfrac{x+\sqrt{y}}{x-\sqrt{y}} + \dfrac{4x\sqrt{y}}{x^2-y}$

31) $\left(\dfrac{3}{\sqrt{1+x}} + \sqrt{1-x}\right) : \left(\dfrac{3}{\sqrt{1-x^2}} + 1\right)$

32) $\dfrac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} - \dfrac{1-x}{\sqrt{1-x^2}-(1-x)}$

33) $\left(\dfrac{\sqrt{3}+1}{1+\sqrt{3}+\sqrt{x}} + \dfrac{\sqrt{3}-1}{1-\sqrt{3}+\sqrt{x}}\right) \cdot \left(\sqrt{x} - \dfrac{2}{\sqrt{x}} + 2\right)$

34) $\dfrac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}} - \dfrac{\sqrt{a^2-x^2}}{x}$

35) $\left(\sqrt{\dfrac{x-3}{2-x}} + \sqrt{\dfrac{2-x}{x-3}}\right)^{-1} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{3-x}} - \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-2x^{-1}}}$

ЖАУАПТАРЫ

1) 1 **2)** $\sqrt{y}-\sqrt{x}$ **3)** 0 **4)** 1

5) 1 **6)** 1 **7)** $-\dfrac{1}{\sqrt{4x+1}}$ **8)** -1

9) $2ab$ **10)** $\dfrac{2}{a-1}$ **11)** $\dfrac{2}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-1\right)}$ **12)** $\sqrt[3]{x}+1$

13) $\dfrac{2a}{b^2}$ **14)** $\dfrac{1}{b}$ **15)** $\dfrac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ **16)** $|b|$

17) $\dfrac{8}{9}$. **18)** $\dfrac{b-c^4}{c^2\sqrt{b}}$ **19)** 1 **20)** 2

www.nismath.org

www.nismath.org

21) 1 **22)** $\frac{x^2\sqrt{y}}{x^4-y}$ **23)** 4 **24)** 5

25) 0 **26)** 4 **27)** $\frac{1}{2}$ **28)** -3

29) $x-1$ **30)** x **31)** $\sqrt{1-x}$ **32)** 1

33) $2\sqrt{3}$ **34)** $\frac{a}{x}$ **35)** $\frac{-2}{\sqrt{x-2}}$

4 - тобы. Модульдері бар алгебралық иррационал өрнектердің түрленуін орындаңыз:

2.1.4

A

1) Егер $a<3$ болса, $2a+\sqrt{(a-3)^2}$ есептеңіз.

2) Егер $3\le a\le 6$ болса, $\sqrt[4]{(a-3)^4}+\sqrt{(a-6)^2}$ есептеңіз.

3) Егер $2\le b\le 3$ болса, $\sqrt[6]{(b-1)^6}+\sqrt[4]{(2-b)^4}+\sqrt{(b-3)^2}$ есептеңіз.

4) Егер $x>7$ болса, $\sqrt{(6-x)^2}-|x-7|$ есептеңіз.

B

5) Егер $1<a<2$ болса, $\sqrt{a+2\sqrt{a-1}}+\sqrt{a-2\sqrt{a-1}}$ есептеңіз.

6) Егер $b=0,0025$ болса, $\frac{\sqrt{(b+2)^2-8b}}{\sqrt{b}-\frac{2}{\sqrt{b}}}$ есептеңіз.

7) Егер $-2<a<2$ болса, $\sqrt{a^2+4a+4}+\sqrt{a^2-4a+4}$ есептеңіз.

8) Егер $x=\sqrt{7}$ болса, $\frac{x^2\cdot\sqrt{(x+4)^2-16x}}{x-4}$ есептеңіз.

www.nismath.org

9) Егер $x \le 1$ болса, $\sqrt{2x^2-2x+3-\sqrt{x^4+4x^2+4}}$ есептеңіз.

10) Егер $a=-1{,}5;\ b=2{,}25$ болса, $\left(a^4\right)^{\frac{1}{4}}+\left(b^{\frac{1}{8}}\right)^4$ есептеңіз.

ЖАУАПТАРЫ

1) $a+3$	**2)** 3	**3)** b	**4)** 1	**5)** 2
6) –0,05	**7)** 4	**8)** –7	**9)** $1-x$	**10)** 3

5-тобы. Рационал көрсеткішті дәрежелерден тұратын өрнектерді түрлендіріп ықшамдаңыз:

2.1.5

А

1) $\left(\dfrac{\left(a^{\frac{3}{4}}+b^{\frac{3}{4}}\right)\left(a^{\frac{3}{4}}-b^{\frac{3}{4}}\right)}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}-(ab)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\dfrac{2}{(a+b)^{\frac{1}{2}}}$

2) $\left(\dfrac{1-y^{\frac{3}{2}}}{1-y^{\frac{1}{2}}}+y^{\frac{1}{2}}\right)\cdot\left(\dfrac{1+y^{\frac{3}{2}}}{1+y^{\frac{1}{2}}}-y^{\frac{1}{2}}\right)$

3) $\left(\left(\dfrac{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{3}{2}}-y^{\frac{3}{2}}}\right)^{-1}+(xy)^{\frac{1}{2}}\right):\left(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}\right)$

4) $\dfrac{\sqrt[3]{5}\cdot b^{\frac{2}{3}}-4}{\sqrt[6]{5}\cdot b^{\frac{1}{3}}+2}-\sqrt[6]{5}\cdot\sqrt[3]{b}$

www.nismath.org

5) $\left(\dfrac{1+x^{1,5}}{1-x^{0,5}+x}-x^{0,5}\right)\cdot\left(\dfrac{1-x}{1-x^{0,5}}\right)$

6) Егер $a=\dfrac{1}{12}$; $b=8\dfrac{1}{3}$ болса, $\dfrac{\left(a^{\frac{3}{4}}-b^{\frac{3}{4}}\right)\left(a^{\frac{3}{4}}+b^{\frac{3}{4}}\right)}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ есептеңіз.

7) $\left(\left(a^{-\frac{3}{2}}b\right)\cdot\left(ab^{-2}\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot\left(a^{-1}\right)^{-\frac{2}{3}}\right)^{3}$

8) $\left(\dfrac{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x-y}-\dfrac{y^{\frac{1}{2}}}{2x^{\frac{1}{2}}-2y^{\frac{1}{2}}}\right):\dfrac{2y^{\frac{1}{2}}}{x-y}$

9) $\dfrac{1-a^{-\frac{1}{2}}}{1+\left(\sqrt{a}\right)^{-1}}+\dfrac{1+\sqrt{a^{-1}}}{1-a^{-\frac{1}{2}}}$

10) $\dfrac{a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}\cdot\dfrac{a-b}{a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b}+2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}$

11) $\left(2\sqrt{a}-a-1\right):\left(a^{-\frac{1}{4}}-a^{\frac{1}{4}}\right)^{2}$

В

12) Егер $a=1,2$; $b=0,6$ болса, $\dfrac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{\left(a^{2}-ab\right)^{\frac{2}{3}}}:\dfrac{a^{-\frac{2}{3}}\cdot(a-b)^{\frac{1}{3}}}{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}$ есептеңіз.

13) $\dfrac{8a}{3}-\left(\dfrac{3a^{-\frac{1}{3}}+2}{3a^{-\frac{1}{3}}-2}\right)^{2}:\left(\dfrac{4}{\left(2a^{\frac{1}{3}}-3\right)^{3}}-\dfrac{1}{8a-27}\right)$

www.nismath.org

14) $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}} : x^{\frac{11}{16}}$

15) Егер $a=72{,}25$; $b=12{,}25$ болса, $\dfrac{(a-b)^{\frac{1}{2}}\cdot(a-b)^{\frac{1}{3}}\cdot(a-b)^{\frac{1}{6}}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ есептеңіз.

16) $\dfrac{y^{\frac{1}{3}}z^{\frac{1}{2}}-z}{y^{\frac{2}{3}}-z} + \dfrac{y}{y+y^{\frac{2}{3}}z^{\frac{1}{2}}}$

17) Егер $a=\dfrac{1}{16}$; $b=\dfrac{1}{81}$ болса, $\dfrac{a-b}{a^{\frac{3}{4}}+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{4}}} - \dfrac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}}$ есептеңіз.

18) $\left(\dfrac{a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}} - \dfrac{a^{\frac{1}{6}}-b^{\frac{1}{6}}}{a^{\frac{1}{3}}+a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{3}}}\right)\cdot\dfrac{ab^{-\frac{1}{6}}-b^{\frac{5}{6}}}{2a^{\frac{1}{6}}-b^{\frac{1}{6}}}$

19) $1-x^6\left(x^{-2,7}-x^{-2,3}\right)\left(x^{-3,3}+x^{-2,9}+x^{-2,5}\right)$

20) $\dfrac{a^{1,5}-b^{1,5}}{a^{0,5}} : \left(\dfrac{a^{0,5}+b^{0,5}}{a^{0,5}} - \dfrac{b^{0,5}}{a^{0,5}+b^{0,5}}\right)$

ЖАУАПТАРЫ

1) 2	**2)** $(1-y)^2$	**3)** $x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}$	**4)** -2	**5)** $1+x^{0,5}$
6) $9\frac{1}{4}$	**7)** $\dfrac{b^6}{a^4}$	**8)** $\dfrac{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}{4}$	**9)** $\dfrac{2a+2}{a-1}$	**10)** $a+b$
11) $-\sqrt{a}$	**12)** 2,52	**13)** 9	**14)** $x^{\frac{1}{4}}$	**15)** 5
16) 1	**17)** $\dfrac{2}{27}$	**18)** $a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}$	**19)** $x^{1,2}$	**20)** $a-b$

2.1.6 www.nismath.org

6 - тобы. Иррационал өрнектерді түрлендіруді орындаңыз:

С

1) $\left(\frac{\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)^2-\sqrt[4]{16ab}}{a-b}+\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\left(\frac{a-b}{2\sqrt{b}}\right)^{-1}\right)^{-1}$

2) $\frac{\left(\sqrt{m}-\sqrt{n}\right)^3+2m^2:\sqrt{m}+n\sqrt{n}}{m\sqrt{m}+n\sqrt{n}}+\frac{3\sqrt{mn}-3n}{m-n}$

3) $\left(\left(1-x^2\right)^{-\frac{1}{2}}+1+\frac{1}{\left(1-x^2\right)^{-\frac{1}{2}}-1}\right)^{-2}:\left(2-x^2-2\sqrt{1-x^2}\right)$

4) $\frac{\left(\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)^2-\left(\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}\right)^2\right)^2-(16a+4b)}{4a-b}+\frac{10\sqrt{a}-3\sqrt{b}}{2\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

5) $\frac{a^2+2a-3+(a+1)\sqrt{a^2-9}}{a^2-2a-3+(a-1)\sqrt{a^2-9}}$

6) Егер $1\le x\le 2$ болса, $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$ есептеңіз.

7) Егер $0<a<b$ болса, $\frac{\sqrt{a^2-2ab+b^2}}{\sqrt{a^2+2ab+b^2}}+\frac{2a}{a+b}$ есептеңіз.

8) $\frac{x+6\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+4}-\frac{x+6\sqrt{x-2}+6}{\sqrt{x-2}+4}$

9) $\left(\frac{\sqrt[4]{ab}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt[4]{ab}}\right)^{-4}$

10) $\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}-\frac{2a\sqrt{a^2-b^2}}{b^2\left(ab^{-1}+1\right)^2}\cdot\frac{1}{1+\frac{1-ba^{-1}}{1+ba^{-1}}}$

www.nismath.org

11) Егер $a \geq 0$ болса, $\sqrt[6]{8a\left(7+4\sqrt{3}\right)} \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{6}\,a-4\sqrt{2}\,a}$ есептеңіз.

12) $\sqrt[5]{9b^6} : \left(\frac{1}{3b^3}\right)^{-\frac{3}{20}} \cdot \left(\frac{b^5}{3}\right)^{\frac{1}{4}}$

13) $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{3}{2}}}{a+2a^{\frac{1}{2}}+1}-\sqrt{a}\right) : \frac{1-a^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{a}}$

14) $\frac{n+2+\sqrt{n^2-4}}{n+2-\sqrt{n^2-4}}+\frac{n+2-\sqrt{n^2-4}}{n+2+\sqrt{n^2-4}}$

15) $\left((a-b)\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}+a-b\right)\cdot\left((a-b)\left(\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}-1\right)\right)$

16) $\frac{a\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2b\sqrt{a}}\right)^{-1}+b\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2a\sqrt{b}}\right)^{-1}}{\left(\frac{a+\sqrt{ab}}{2ab}\right)^{-1}+\left(\frac{b+\sqrt{ab}}{2ab}\right)^{-1}}$

17) $\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)^2+\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)^{-2}+2\left(1-2x^2\right)$

18) $\left(\frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2-\left(2\sqrt{2}\right)^2}{a-b}-\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)^{-1}\right) : \frac{(4b)^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}$

19) $\frac{\sqrt[3]{a^5 b^{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt[4]{a^{-1}}}}{\left(a^2\cdot\sqrt[5]{ab^3}\right)^2}$

20) $\left(\frac{\sqrt[4]{a^3}-\sqrt[4]{a}}{1-\sqrt{a}}+\frac{1+\sqrt{a}}{\sqrt[4]{a}}\right)\cdot\left(1+\frac{2}{\sqrt{a}}+\frac{1}{a}\right)^{-\frac{1}{2}}$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2}$ **2)** 3 **3)** $1-x^2$ **4)** 1

5) $\sqrt{\frac{a+3}{a-3}}$ **6)** 2 **7)** 1 **8)** $\sqrt{x}-\sqrt{x-2}$

9) $\frac{a}{b}$ **10)** 0 **11)** $-2\sqrt{a}$ **12)** b^2

13) $\frac{2a^2}{1-a}$ **14)** n **15)** $2b(a-b)$ **16)** $\sqrt{ab}$

17) 0 **18)** $\frac{2\left(\sqrt{ab}-2\right)}{\sqrt{b}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}$ **19)** $a^{-\frac{169}{60}}\cdot b^{-\frac{31}{30}}$ **20)** $\frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt{a}+1}$

www.nismath.org

§2. ИРРАЦИОНАЛ ТЕҢДЕУЛЕРДІ ШЕШУ

1-тобы. Теңдеулердің екі жағын да дәрежеге шығару әдісімен теңдеулерді шешіңіз:

2.2.1

A

1) $\frac{x+6}{\sqrt{x-2}}=\sqrt{3x+2}$

2) $\sqrt{35-5x}=9-2x$

3) $\sqrt{5-4x-x^2}=-2x-1$

4) $\sqrt{x^2+11x-9}=\sqrt{8x-5}$

5) $\frac{1}{\sqrt{x^2-81}}=\frac{1}{x\sqrt{10}-9\sqrt{10}}$

6) $\frac{\sqrt{5-x^2}}{x+1}=1$

7) $\frac{1+\sqrt{2x+1}}{x}-1=0$

8) $\sqrt{7+\sqrt[3]{x^2+7}}=3$

9) $\sqrt{x^3-5x^2+4}=x-2$

10) $\sqrt{2-x}\cdot\sqrt{1-4x}=x+8$

B

11) $\sqrt{2x-1}+\sqrt{x-2}=\sqrt{x+1}$

12) $\sqrt{2x-1}+\sqrt{2x+1}=\sqrt{2}$

13) $\sqrt{4-x}-\sqrt{5+x}=3$

14) $\sqrt{1+x\sqrt{x^2-36}}=x-1$

15) $\sqrt{2x+3-2\sqrt{2x+1}}=1$

16) $\sqrt{2x+1}+\sqrt{x-3}=2\sqrt{x}$

17) $\sqrt{x+1}+\sqrt{4x+13}=\sqrt{3x+12}$

18) $\sqrt{3x+4}+\sqrt{x-4}=2\sqrt{x}$

19) $\sqrt{15-x}+\sqrt{3-x}=6$

20) $1+\sqrt{1+x\sqrt{x^2-24}}=x$

21) $\sqrt{3x+7}-\sqrt{x+1}=2$

22) $\sqrt{x-9}=\frac{36}{\sqrt{x-9}}-\sqrt{x}$

23) $\sqrt{1+x}-\frac{1}{\sqrt{1+x}}=\sqrt{2+x}$

24) $\sqrt{4-2x}+\sqrt{2+x}=2\sqrt{2}$

25) $\sqrt{3x^2+1}+\sqrt{x^2+3}=\sqrt{6x^2+10}$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) 10	**2)** 2	**3)** -2	**4)** 1	**5)** 11
6) 1	**7)** 4	**8)** ± 1	**9)** $3+\sqrt{5}$	**10)** -2
11) 2	**12)** 0,5	**13)** -5	**14)** 10	**15)** 0
16) 4	**17)** -1	**18)** 4	**19)** -1	**20)** 7
21) -1; 3	**22)** 25	**23)** $x \in \varnothing$	**24)** -2; $\frac{14}{9}$	**25)** ± 1

2-тобы. Жаңа айнымалы енгізу әдісімен теңдеуді шешіңіз:

2.2.2.

A

1) $\left(\sqrt{47+x}-1\right)\left(\sqrt{47+x}-2\right)=20$

2) $x^2+\sqrt{x^2+20}=22$

3) $\sqrt{2x+1}+\dfrac{4}{\sqrt{2x+1}}=4$

4) $\left(\sqrt{-5-x}+21\right)\left(\sqrt{-5-x}-3\right)=-44$

5) $x^2+11+\sqrt{x^2+11}=42$

6) $x^2+4-5\sqrt{x^2-2}=0$

7) $x+12\sqrt{x}-64=0$

8) $\dfrac{x-4}{\sqrt{x}+2}=x-8$

B

9) $\sqrt{3x^2-2x+15}+\sqrt{3x^2-2x+8}=7$

www.nismath.org

10) $x^2-5x+4\sqrt{x^2-5x+10}=2$

11) $\sqrt{3x^2-6x+7}+x^2=2x+7$

12) $\sqrt{\frac{2x+2}{x+2}}-\sqrt{\frac{x+2}{2x+2}}=\frac{7}{12}$

13) $x^2+2x+\sqrt{x^2+2x+8}-12=0$

14) $\sqrt{\frac{x+5}{x}}+4\sqrt{\frac{x}{x+5}}=4$

15) $x^2+3x-18+4\cdot\sqrt{x^2+3x-6}=0$

16) $x^2-4x-6=\sqrt{2x^2-8x+12}$

17) $3x^2+15x+2\left(x^2+5x+1\right)^{\frac{1}{2}}=2$

18) $\sqrt{2x^2+5x-2}-\sqrt{2x^2+5x-9}=1$

19) $3\cdot\sqrt{\frac{x}{x-1}}-2,5=3\cdot\sqrt{1-\frac{1}{x}}$

20) $\sqrt{x^2-3x+7}=3x+(x-3)^2-22$

21) $\frac{x}{x+3}-2\cdot\sqrt{1+\frac{3}{x}}=3$

22) $\sqrt{2x^2-4x+3}-\sqrt{x^2-2x-2}=2$

23) $\frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{x-1}}-2\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{2x+1}}=1$

24) $(x+4)(x+1)-3\sqrt{x^2+5x+2}=6$

25) $x^2-7x+\sqrt{x^2-7x+18}=24$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) -11 2) ± 4 3) $\frac{3}{2}$ 4) -6

5) ± 5 6) $\pm\sqrt{6}$; $\pm\sqrt{11}$ 7) 16 8) 9

9) $-\frac{1}{3}$; 1 10) 2; 3 11) -1; 3 12) 7

13) -4; 2 14) $\frac{5}{3}$ 15) -5; 2 16) -2; 6

17) -5; 0 18) $-\frac{9}{2}$; 2 19) 1,8 20) -3; 6

21) -4 22) -1; 3; $1\pm2\sqrt{3}$ 23) 2,5 24) -7; 2

25) -2; 9

3-тобы. Теңдеулерді көбейткіштерге жіктеу әдісімен шешіңіз:

2.2.3

А

1) $\sqrt{7-x^2}\cdot\sqrt{10-3x-x^2}=0$

2) $\frac{\sqrt{(x+5)(x-3)}}{x+5}=0$

3) $\left(x^2+2x-3\right)\sqrt{3-x^2}=0$

4) $\left(9-x^2\right)\sqrt{2-x}=0$

5) $\left(x^2-4\right)\sqrt{\frac{x+1}{x-6}}=0$

6) $(x+2)\sqrt{\frac{x+1}{x-5}}=0$

В

7) $\frac{\sqrt{6-x-x^2}}{2x-5}=\frac{\sqrt{6-x-x^2}}{x-2}$

8) $\left(x^2-9\right)\sqrt{x^2-5x+4}=2x^2-18$

9) $(x-1)\sqrt{x^2-x-6}=6x-6$

10) $\left(x^2-4\right)\left(\sqrt{3-2x}-x\right)=0$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $-\sqrt{7}$; 2 2) 3 3) 1; $\pm\sqrt{3}$ 4) -3; 2 5) -2; -1

6) -2; -1 7) -3 8) -3; 0; 5 9) -6; 7 10) -2; 1

4-тобы. Жоғары дәрежелі түбірлері бар иррационал теңдеулерді шешіңіз:

2.2.4

А

1) $2(x+8)^{\frac{1}{2}} = 9(x+8)^{\frac{1}{4}} + 18$

2) $1 + \frac{15}{(2x+1)^{\frac{1}{4}}} - 2(2x+1)^{\frac{1}{4}} = 0$

3) $2x^{\frac{1}{3}} + 5x^{\frac{1}{6}} = 18$

4) $\sqrt[3]{(x-3)^2} + 3\cdot\sqrt[3]{x-3} + 2 = 0$

5) $\frac{4}{\sqrt[3]{x}+2} + \frac{\sqrt[3]{x}+3}{5} = 2$

6) $\sqrt[5]{25+\sqrt{x-4}} = 2$

7) $x^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{4}} - 10 = 0$

В

8) $\sqrt[3]{5x+7} - \sqrt[3]{5x-12} = 1$

9) $\sqrt[3]{\frac{6+x}{x}} - \sqrt[3]{\frac{6-6x}{x}} = 1$

10) $\sqrt[3]{x+6} + \sqrt[3]{66-x} = 6$

11) $\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{x+1} = 3$

12) $\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{3x+2} = 0$

13) $\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{6-x} = 1$

14) $\sqrt[3]{\frac{4x}{2x-3}} + 6\cdot\sqrt[3]{\frac{2x-3}{4x}} = 5$

15) $x\sqrt{x\sqrt{x}} + x\sqrt{x^{1,5}} = \sqrt{512}$

16) $5x^2\cdot\sqrt[3]{x\sqrt{x}} - 4\sqrt{x^5} = 243$

17) $\sqrt[4]{1-x} + \sqrt[4]{15+x} = 2$

18) $\sqrt[4]{77-x} + \sqrt[4]{20+x} = 5$

19) $\sqrt[3]{x^2-1} + \sqrt[3]{x^2+18} = 5$

www.nismath.org

20) $\sqrt[3]{\frac{x+3}{5x+2}}+\sqrt[3]{\frac{5x+2}{x+3}}=\frac{13}{6}$,
ең үлкен түбірін табыңыз

21) $\sqrt{x\cdot\sqrt[4]{x\cdot\sqrt[3]{x}}}=4$

22) $\sqrt[3]{x+5}+\sqrt[3]{x+6}=\sqrt[3]{2x+11}$

23) $\sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{3x+1}=\sqrt[3]{x-1}$

24) $\sqrt[3]{x+24}+\sqrt{12-x}=6$

25) $\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{1-\sqrt{x}}=2$

ЖАУАПТАРЫ

1) 1 288 2) 40 3) 64 4) -5; 2

5) 8; 27 6) 53 7) 625 8) -3; 4

9) -3; $\frac{6}{7}$ 10) 2; 58 11) 3 12) 2

13) -2; 7 14) $\frac{81}{50}$; 2 15) 4 16) 9

17) -15; 1 18) -4; 61 19) ± 3 20) 5

21) 8 22) -6; $-\frac{11}{2}$; -5 23) -1 24) -88; -24; 3

25) 0

5 - тобы. Теңдеулерді талдауды қолдана отырып шешіңіз:

2.2.5

А

1) $\sqrt{5x+2}+\sqrt{3x-2}=-1$

2) $\sqrt{x-1}+\sqrt{2x+5}=4$

3) $\sqrt{x-5}-\sqrt{x+4}=2$

4) $6-\sqrt{x+\sqrt{2}}=7$

5) $\sqrt{x+4}+\sqrt{x-4}=\sqrt{21-x}$

6) $\sqrt{x-4}+3x=\sqrt{12-3x}$

7) $\sqrt{x}+\sqrt{x-1}=1$

8) $\sqrt{8-x}-\sqrt{17+x}=1$

9) $\sqrt{3+\sqrt{x-1}}=1$

10) $\sqrt{x+3}+\sqrt{x}=5-2x$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $x\in\varnothing$	**2)** 2	**3)** $x\in\varnothing$	**4)** $x\in\varnothing$	**5)** 5
6) $x\in\varnothing$	**7)** 1	**8)** -8	**9)** $x\in\varnothing$	**10)** 1

6 - тобы. Иррационал теңдеулерді шешіңіз:

2.2.6

C

1) $\sqrt{4+\sqrt{x^2+2x+1}}-x=9$

2) $\sqrt{4+\sqrt{x^2-6x+9}}=x+5$

3) $\sqrt{\frac{20+x}{x}}+\sqrt{\frac{20-x}{x}}=\sqrt{6}$

4) $\sqrt{x+8+2\sqrt{x+7}}+\sqrt{x+1-\sqrt{x+7}}=4$

5) $(x+4)(x+1)-3\sqrt{x^2+5x+2}=6$

6) $\sqrt{x^2+x+4}+\sqrt{x^2+x+1}=\sqrt{2x^2+2x+9}$

7) $\sqrt{x^2-6|x|+17}=3$

8) $\sqrt{x^2+x-2}+\sqrt{x^2-4x+3}=\sqrt{2x^2-3x+1}$

9) $\sqrt{x+\sqrt{x+11}}+\sqrt{x-\sqrt{x+11}}=4$

10) $\sqrt{x+2-4\sqrt{x-2}}-\sqrt{x-1-2\sqrt{x-2}}=1$

11) $\sqrt{4-x+4\sqrt{-x}}=4-\sqrt{4-x-4\sqrt{-x}}$

12) $\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}}=\frac{x}{2}$

www.nismath.org

13) $\sqrt{5+\sqrt[3]{x}}+\sqrt{5-\sqrt[3]{x}}=\sqrt[3]{x}$

14) $\sqrt{x^2-3x+1}=|2x-1|-x$

15) $\sqrt{3-x}=|x|-3$

16) $\frac{1}{1-\sqrt{1-x}}+\frac{1}{1+\sqrt{1-x}}=3$

17) $\sqrt{\frac{x^2+5x+13}{x^2-1}}-\sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+5x+13}}=\frac{8}{3}$

18) $\frac{3\sqrt{x+2}-5}{3\sqrt{x+2}-4}=\frac{4\sqrt{x+2}-9}{4\sqrt{x+2}-8}$

19) $\sqrt{6-x-x^2}-\sqrt{x^2+x-1}=1$

20) $\frac{\sqrt[3]{7-x}-\sqrt[3]{x-5}}{\sqrt[3]{7-x}+\sqrt[3]{x-5}}=6-x$

21) $\sqrt{7x^2+8x+10}-\sqrt{7x^2-8x+10}=2x$

22) $\sqrt{10x^2+8x+7}+\sqrt{10x^2-8x+7}=8x$

23) $(\sin 2x)\cdot\sqrt{4-x^2}=0$

24) $(\cos 3x-1)\cdot\sqrt{6+5x-x^2}=0$

ЖАУАПТАРЫ

1) -6	**2)** -2	**3)** 12	**4)** 2
5) $-7;\ 2$	**6)** $-1;\ 0$	**7)** $\pm 2;\ \pm 4$	**8)** $-2;\ 1;\ 3$
9) 5	**10)** $[2;3]$	**11)** $[-4;0]$	**12)** 2
13) 64	**14)** 0	**15)** $-6;\ 3$	**16)** $\frac{2}{3}$

www.nismath.org

17) $-\frac{11}{8}$; 2 **18)** 14 **19)** –2; 1 **20)** 5; 6; 7

21) 0; ± 1 **22)** 1 **23)** 0; ± 2; $\pm \frac{\pi}{2}$

24) –1; 0; 6; $\frac{2\pi}{3}$; $\frac{4\pi}{3}$

www.nismath.org

§ 3. ИРРАЦИОНАЛ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІН ШЕШУ

1 - тобы. Алмастыру әдісімен иррационал теңдеулер жүйесін шешіңіз:

2.3.1

А

1) $\begin{cases} \sqrt{x^2+4y^2} = y+3 \\ x+y=5 \end{cases}$

2) $\begin{cases} \sqrt{x^2+4xy-3y^2} = x+1 \\ x-y=1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 10\sqrt{xy}+3x-3y=58 \\ x-y=6 \end{cases}$

В

4) $\begin{cases} \sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}=2 \\ xy=27 \end{cases}$

5) $\begin{cases} \sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=3 \\ xy=8 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x^3-\sqrt{y}=1 \\ 5x^6+2y-8x^3\cdot\sqrt{y}=2 \end{cases}$

7) $\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt{y}}=\dfrac{1}{6} \\ xy=36 \end{cases}$

8) $\begin{cases} 2\sqrt{x}-\sqrt{y}=5 \\ \sqrt{x}\cdot\sqrt{y}=3 \end{cases}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(3;2)$ **2)** $(2;1)$ **3)** $(8;2)$; $(-2;-8)$

4) $(27;1)$; $(-1;-27)$ **5)** $(1;8)$; $(8;1)$ **6)** $\left(\sqrt[3]{4};9\right)$

7) $(4;9)$ **8)** $(9;1)$

www.nismath.org

2 - тобы. Алгебралық амалдарды қолдану әдісімен иррационал теңдеулер жүйесін шешіңіз:

2.3.2

A

1) $\begin{cases} 2\sqrt{x}+\sqrt{y}=9 \\ 5\sqrt{x}-4\sqrt{y}=3 \end{cases}$

2) $\begin{cases} \sqrt{x+3y+5}=2 \\ \sqrt{2x-y+3}=7y+1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \sqrt{x-y+2}=3 \\ \sqrt{x+y-4}=13-2x \end{cases}$

4) $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{y-2}{x+3}}=1 \\ xy=36 \end{cases}$

5) $\begin{cases} \sqrt{x}+2\sqrt{y}=9 \\ x-4y=9 \end{cases}$

6) $\begin{cases} \sqrt{x+y}=7 \\ \sqrt{x-y}=3 \end{cases}$

7) $\begin{cases} \sqrt{x+y-1}=1 \\ \sqrt{x-y+2}=2y-2 \end{cases}$

8) $\begin{cases} 3\sqrt{x}-\sqrt{y}=8 \\ \sqrt{x}+2\sqrt{y}=19 \end{cases}$

9) $\begin{cases} x-y=16 \\ \sqrt{x}-\sqrt{y}=2 \end{cases}$

10) $\begin{cases} x\sqrt{y}+y\sqrt{x}=30 \\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=5 \end{cases}$

11) $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=5 \\ 2x+y+2\sqrt{xy}=34 \end{cases}$

B

12) $\begin{cases} \sqrt{xy-2y}=4 \\ \sqrt{\dfrac{y}{x-2}}=1 \end{cases}$

13) $\begin{cases} 9x+y+6\sqrt{xy}=100 \\ \sqrt{y}-\sqrt{x}=2 \end{cases}$

14) $\begin{cases} x+25y+10\sqrt{xy}=100 \\ \sqrt{x}-\sqrt{y}=4 \end{cases}$

15) $\begin{cases} \sqrt{x}-\sqrt{y}=2\sqrt{xy} \\ x+y=12 \end{cases}$

16) $\begin{cases} x^2+y\sqrt{xy}=70 \\ x\sqrt{xy}+y^2=105 \end{cases}$

17) $\begin{cases} 5\cdot\sqrt[3]{x-2y}+3\cdot\sqrt[3]{x+y}=13 \\ 3\cdot\sqrt[3]{x-2y}-4\cdot\sqrt[3]{x+y}=2 \end{cases}$

www.nismath.org

18) $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{108x}{5y}} = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} \\ \sqrt{\dfrac{20y}{3x}} = \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} \end{cases}$

19) $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{16x}{5y}} = \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} \\ \sqrt{\dfrac{20y}{x}} = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} \end{cases}$

20) $\begin{cases} x\sqrt{x} + 3y\sqrt{x} = 36 \\ y\sqrt{y} + 3x\sqrt{y} = 28 \end{cases}$

21) $\begin{cases} x^2 + x \cdot \sqrt[3]{xy^2} = 80 \\ y^2 + y \cdot \sqrt[3]{yx^2} = 5 \end{cases}$

22) $\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 5 \\ \sqrt[6]{x} - \sqrt[6]{y} = 1 \end{cases}$

23) $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 10 \\ \sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y} = 4 \end{cases}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(9;9)$

2) $(-1;0)$

3) $(6;-1)$

4) $(-9;-4)$; $(4;9)$

5) $(25;4)$

6) $(29;20)$

7) $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$

8) $(25;49)$

9) $(25;9)$

10) $(4;9)$; $(9;4)$

11) $(9;4)$

12) $(6;4)$; $(-2;-4)$

13) $(4;16)$

14) $(25;1)$

15) $\left(6+\frac{3\sqrt{15}}{2}; 6-\frac{3\sqrt{15}}{2}\right)$

16) $(4;9)$

17) $\left(\frac{10}{3};-\frac{7}{3}\right)$

18) $(10;6)$

19) $(5;4)$

20) $(9;1)$

21) $(8;1)$; $(8;-1)$; $(-8;1)$; $(-8;-1)$

22) $(64;1)$

23) $(1;81)$; $(81;1)$

www.nismath.org

3 - тобы. Жаңа айнымалыларды енгізу арқылы иррационал теңдеулер жүйесін шешіңіз:

2.3.3

A

1) $\begin{cases} \dfrac{8}{\sqrt{x-3}} - \dfrac{3}{\sqrt{y+3}} = 1 \\ \dfrac{4}{\sqrt{x-3}} + \dfrac{9}{\sqrt{y+3}} = 4 \end{cases}$

2) $\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = 10 \\ \sqrt{x^2-y^2} = 9 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x - \sqrt{xy} + y = 7 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 5 \end{cases}$

4) $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{x+y}{2}} + \sqrt{\dfrac{x-y}{3}} = 14 \\ \sqrt{\dfrac{x+y}{8}} - \sqrt{\dfrac{x-y}{12}} = 3 \end{cases}$

5) $\begin{cases} \sqrt{2x-y+11} - \sqrt{3x+y-9} = 3 \\ \sqrt[4]{2x-y+11} + \sqrt[4]{3x+y-9} = 3 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x+y+\sqrt{x+y} = 20 \\ x^2+y^2 = 136 \end{cases}$

7) $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 5 \\ x+y = 13 \end{cases}$

8) $\begin{cases} \sqrt{x^2-y^2} + \sqrt{x-y} = 6 \\ x^2-y^2-x+y = 12 \end{cases}$

9) $\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{1}{\sqrt{y}} = 1 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \end{cases}$

10) $\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} - \dfrac{1}{\sqrt[3]{y}} = \dfrac{1}{6} \\ \sqrt[3]{xy} = 6 \end{cases}$

11) $\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{5}{2} \\ \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y^2} = \dfrac{15}{4} \end{cases}$

B

12) $\begin{cases} \sqrt{2-x} + \sqrt{5-y} = 3 \\ xy - 5x - 2y + 10 = 4 \end{cases}$

13) $\begin{cases} \sqrt{5x+2y+5} - \sqrt{x+y} = 3 \\ 6x+3y = 12 \end{cases}$

www.nismath.org

14) $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{2x-1}{y+2}} + \sqrt{\dfrac{y+2}{2x-1}} = 2 \\ x+y=12 \end{cases}$

15) $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{x}{y}} - \sqrt{\dfrac{y}{x}} = \dfrac{3}{2} \\ x+y+xy=9 \end{cases}$

16) $\begin{cases} x^2+y^2+xy=12 \\ x+y+\sqrt{xy}=6 \end{cases}$

17) $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{x}{y}} - \sqrt{\dfrac{y}{x}} = \dfrac{5}{6} \\ x-y=5 \end{cases}$

18) $\begin{cases} \sqrt[4]{y+x} - \sqrt[4]{x-y} = 2 \\ \sqrt{y+x} + \sqrt{x-y} = 8 \end{cases}$

19) $\begin{cases} 2\sqrt{y+2x} - \sqrt{y-x} = 2x \\ \sqrt{y+2x} + \sqrt{y-x} = y \end{cases}$

20) $\begin{cases} \sqrt{y+x} + \sqrt{2y-x} = y \\ 2\sqrt{y+x} - \sqrt{2y-x} = x \end{cases}$

21) $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{x+y}{x-y}} + 3\sqrt{\dfrac{x-y}{x+y}} = 4 \\ x^2-y^2=16 \end{cases}$

22) $\begin{cases} xy-x-y=0 \\ \sqrt{\dfrac{6x}{x+y}} + \sqrt{\dfrac{x+y}{6x}} = 2{,}5 \end{cases}$

23) $\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{2x+y+3} = 7 \\ 3x+2y=22 \end{cases}$

24) $\begin{cases} \sqrt{2x-1} + \sqrt{y+3} = 3 \\ 2xy-y+6x-3=4 \end{cases}$

25) $\begin{cases} \sqrt[3]{x+y+4} + \sqrt[3]{y+7} = 4 \\ x+2y=5 \end{cases}$

26) $\begin{cases} x+y-2\sqrt{xy} - \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 8 \end{cases}$

27) $\begin{cases} x+y+2\sqrt{xy} + \sqrt{x} + \sqrt{y} = 12 \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \end{cases}$

28) $\begin{cases} 2\left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right) = 3\sqrt{xy} \\ x+y=5 \end{cases}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(19;6)$

2) $(41;40)$; $(41;-40)$

3) $(4;9)$; $(9;4)$

4) $(124;76)$

5) $(3;1)$

6) $(6;10)$; $(10;6)$

www.nismath.org

7) $(4;9)$; $(9;4)$ **8)** $(4;0)$ **9)** $(4;4)$

10) $(8;27)$; $(-27;-8)$ **11)** $\left(\frac{1}{4};2\right)$ **12)** $(1;1)$; $(-2;4)$

13) $(3;-2)$ **14)** $(5;7)$ **15)** $(4;1)$; $\left(-9;-\frac{9}{4}\right)$

16) $(2;2)$ **17)** $(9;4)$ **18)** $\left(28;16\sqrt{3}\right)$

19) $(0;0)$; $(3;3)$; $\left(-\frac{3}{4};\frac{3}{2}\right)$; $\left(\frac{9}{4};\frac{9}{2}\right)$

20) $(0;0)$; $(6;3)$; $(-3;3)$; $(3;6)$

21) $(-4;0)$; $(4;0)$; $\left(-6\frac{2}{3};-5\frac{1}{3}\right)$; $\left(6\frac{2}{3};5\frac{1}{3}\right)$

22) $\left(\frac{24}{23};24\right)$; $\left(3;\frac{3}{2}\right)$ **23)** $(-10;26)$; $(4;5)$

24) $(1;1)$; $\left(\frac{5}{2};-2\right)$ **25)** $(3;1)$

26) $(25;9)$; $\left(12\frac{1}{4};20\frac{1}{4}\right)$ **27)** $(4;1)$

28) $(4;1)$; $(1;4)$

4 - тобы. Иррационал тендеулер жүйесін шешіңіз:

2.3.4

C

1) $\begin{cases}\sqrt{7x+y}+\sqrt{x+y}=6\\ \sqrt{x+y}-y+x=2\end{cases}$

2) $\begin{cases}\sqrt{7x+y}+\sqrt{2x+y}=5\\ \sqrt{2x+y}+x-y=1\end{cases}$

www.nismath.org

3) $\begin{cases}\sqrt{4-3x}-1=\sqrt{5y-3x}\\ \sqrt{1-5y}+\sqrt{5y-3x}=5\end{cases}$

4) $\begin{cases}x^2+x\sqrt{xy}-3=0\\ y^2+y\sqrt{xy}-24=0\end{cases}$

5) $\begin{cases}3y+2\sqrt{xy}+8=0\\ x-3\sqrt{xy}+7=0\end{cases}$

6) $\begin{cases}x+\sqrt{x}=12-\sqrt{xy}\\ y+\sqrt{y}=18-\sqrt{xy}\end{cases}$

7) $\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=\frac{3}{4}\sqrt{xy}\\ x+y=20\end{cases}$

8) $\begin{cases}\sqrt[3]{x+2y}+\sqrt[3]{x-y+2}=3\\ 2x+y=7\end{cases}$

9) $\begin{cases}y^2+\sqrt{3y^2-2x+3}=\frac{2}{3}x+5\\ 3x-2y=5\end{cases}$

10) $\begin{cases}9x^2+\sqrt{9x^2+2y+1}=1-2y\\ 6x+y=2\end{cases}$

11) $\begin{cases}|y|\cdot\sqrt{y^2-4x^2}=0\\ x+y-\sqrt{y^2-4x^2}=5\end{cases}$

12) $\begin{cases}|x|\cdot\sqrt{4x^2-y^2}=0\\ x-y+\sqrt{4x^2-y^2}=1\end{cases}$

13) $\begin{cases}x+y-\sqrt{x}-\sqrt{y}+2\sqrt{xy}=12\\ \sqrt{x}-\sqrt{y}=2\end{cases}$

14) $\begin{cases}x\sqrt{x}+y\sqrt{y}=189\\ x\sqrt{y}+y\sqrt{x}=180\end{cases}$

15) $\begin{cases}y=\sqrt{2-x}\\ y+\sqrt{(x-3)^2}=3\end{cases}$

16) $\begin{cases}y(x-2)=6\\ y+\sqrt{(x-3)^2}=0\end{cases}$

17) $\begin{cases}\sqrt{x^2-2x}=y-1\\ y+2|x|=1\end{cases}$

18) $\begin{cases}1+y+\sqrt{x}=0\\ y+\sqrt{x+23}=0\end{cases}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(2;2)$

2) $(1;2)$

3) $\left(-4;-\frac{3}{5}\right)$

4) $(1;4)$

5) $(-1;-4)$

6) $(4;9)$

7) $(4;16);\ (16;4)$

8) $(2;3);\ \left(\frac{13}{3};-\frac{5}{3}\right)$

9) $(3;2);\ \left(\frac{17}{27};-1\frac{5}{9}\right)$

www.nismath.org

10) $\left(\frac{2}{3};-2\right)$ **11)** $(-5;10);\ \left(\frac{5}{3};\frac{10}{3}\right)$ **12)** $(-1;-2);\ \left(\frac{1}{3};-\frac{2}{3}\right)$

13) $(9;1)$ **14)** $(16;25);\ (25;16)$ **15)** $(1;1)$

16) $(0;-3)$ **17)** $(0;1)$ **18)** $(121;-12)$

www.nismath.org

§ 4. ИРРАЦИОНАЛ ТЕҢСІЗДІКТЕРДІ ШЕШУ

1-тобы. Теңсіздіктердің екі жағын да дәрежеге шығару арқылы иррационал теңсіздіктерді шешіңіз:

2.4.1

A

1) $\sqrt{6-x-x^2} < \sqrt{3x+6}$

2) $\sqrt{6-x^2} > \sqrt{-x}$

3) $\sqrt{1-\frac{x+2}{x^2}} < \frac{2}{3}$

4) $\sqrt{-x^2-3x+4} > -2$

5) $\sqrt{\frac{x-2}{1-2x}} > -1$

6) $\sqrt{\frac{x^2-x}{x+3}} < 1$

7) $\sqrt[3]{x^3+4x^2-36} < x$

8) $\sqrt[5]{x^2-4x} > \sqrt[5]{3-2x}$

9) $\sqrt{\frac{x+4}{x-2}} > 6$

10) $\sqrt[3]{x^2-4x} > \sqrt[3]{3-2x}$

11) $\sqrt{3x-10} > \sqrt{6-x}$

12) $\sqrt{1-x} \le \sqrt[4]{5+x}$

13) $\sqrt{(x-3)(2-x)} < \sqrt{4x^2+12x+11}$

14) $\sqrt{\frac{2x^2+7x-4}{x+4}} < \frac{1}{2}$

15) $\sqrt{2x^2-3x-5} < \sqrt{x-1}$

16) $\sqrt{\frac{x+4}{2x-1}} \ge \sqrt{5x-8}$

B

17) $x+4 > 2\sqrt{4-x^2}$

18) $1-\sqrt{13+3x^2} > 2x$

19) $\sqrt{\frac{1}{x^2}-\frac{3}{4}} < \frac{1}{x}-\frac{1}{2}$

20) $\sqrt{5-x^2} > x-1$

21) $6-\sqrt{8+2x-x^2} < 3x$

22) $\sqrt{\frac{x^3+8}{x}} > x-2$

www.nismath.org

23) $\sqrt{2x^2-3x-5} < x-1$

24) $\sqrt{x+1} > x-1$

25) $\sqrt{x^2-3x+2} > x+3$

26) $\sqrt{(x+2)(x-5)} < 8-x$

27) $\sqrt{24+2x-x^2} < x$

28) $3\sqrt{-x^2+x+6} > -2(2x-1)$

29) $\sqrt{x^2-4x} > x-3$

30) $\sqrt{5-2x} < 6x-1$

31) $\sqrt{2x-x^2} < 5-x$

32) $1-\sqrt{\frac{1-x}{7-4x}} \le x$

33) $\sqrt{x^3+x^2-2x}+1 \le x$

34) $x-9 < 3\sqrt{x+1}$

Бірнеше радикалдары бар иррационал теңсіздіктерді шешіңіз:

В

35) $3\sqrt{x}-\sqrt{x+3} > 1$

36) $\sqrt{x+2}+\sqrt{3-x} > -1$

37) $\sqrt{3-x}+\sqrt{x+1} > \frac{1}{2}$

38) $\sqrt{x-5}+\sqrt{10-x} < 3$

39) $\sqrt{2x+5}+\sqrt{x-1} > 8$

40) $\sqrt{x+2}-\sqrt{x-1} > 1$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(0;2]$

2) $(-2;0]$

3) $(-1,2;-1]\cup[2;3)$

4) $[-4;1]$

5) $\left(\frac{1}{2};2\right]$

6) $(-1;0]\cup[1;3)$

7) $(-3;3)$

8) $(-\infty;-1)\cup(3;\infty)$

9) $\left(2;\frac{76}{35}\right)$

10) $(-\infty;-1)\cup(3;\infty)$

11) $(4;6]$

12) $[-1;1]$

13) $[2;3]$

14) $\left[\frac{1}{2};\frac{5}{8}\right)$

15) $\left[\frac{5}{2};1+\sqrt{3}\right)$

www.nismath.org

16) $\left[\frac{8}{5};2\right]$ 17) $\left[-2;-\frac{8}{5}\right)\cup(0;2]$ 18) $(-\infty;-2)$

19) $\left(1;\frac{2}{\sqrt{3}}\right]$ 20) $\left[-\sqrt{5};2\right)$ 21) $(1;4]$

22) $(-\infty;-2]\cup(0;\infty)$ 23) $\left[\frac{5}{2};3\right)$ 24) $[-1;3)$

25) $\left(-\infty;-\frac{7}{9}\right)$ 26) $(-\infty;-2]\cup\left[5;\frac{74}{13}\right)$ 27) $(4;6]$

28) $(-1;3]$ 29) $(-\infty;0]\cup\left(\frac{9}{2};\infty\right)$ 30) $\left(\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right]$

31) $[0;2]$ 32) $\left[\frac{3}{4};1\right]\cup\left(\frac{7}{4};\infty\right)$ 33) $x=1$

34) $[-1;24)$ 35) $(1;\infty)$ 36) $[-2;3]$

37) $[-1;3]$ 38) $[5;6)\cup(9;10]$ 39) $(10;\infty)$

40) $[1;2)$

2 - тобы. Жаңа айнымалы енгізу арқылы иррационал теңсіздіктерді шешіңіз:

2.4.2

A

1) $\frac{2-\sqrt{x+2}}{1-\sqrt{x+2}}\le 0$ 2) $\sqrt{x}-3\le\frac{2}{\sqrt{x}-2}$

3) $x^2+\sqrt{x^2+11}-31<0$ 4) $2\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}<3$

5) $\frac{x-\sqrt{x}-2}{x-\sqrt{x}-6}>0$ 6) $3\cdot\sqrt[6]{x+1}-\sqrt[3]{x+1}\ge 2$

www.nismath.org

7) $\frac{\sqrt{x+3}-1}{5-\sqrt{x+3}} \geq 0$

8) $\sqrt{1-x}+\frac{1}{\sqrt{1-x}} > 2$

9) $x-5\sqrt{x} \leq 6$

10) $\frac{\sqrt[3]{1-x}-2}{\sqrt[3]{1-x}+3} \geq 0$

B

11) $\frac{2x+1}{x}-2\sqrt{\frac{2x+1}{x}} \geq 3$

12) $x^2-3\sqrt{x^2-4x+20} \geq 4x-10$

13) $(x+5)(x-2)+3\sqrt{x(x+3)} > 0$

14) $x^2+5x+4 < 5\sqrt{x^2+5x+28}$

15) $\sqrt{x^2-3x+5}+x^2-3x-7 \leq 0$

16) $\sqrt{x^2-x+1}+x^2-x-1 > 0$

17) $\frac{x}{2-x}-\frac{3}{4}\sqrt{\frac{x}{2-x}} \leq \frac{1}{4}$

18) $\frac{1}{1-\sqrt{x}} \leq \frac{1}{2\sqrt{x}+1}$

19) $\sqrt{x^2-x} < \frac{6}{\sqrt{x^2-x}}$

20) $\sqrt{x^2-x+6}+\frac{6}{\sqrt{x^2-x+6}} > 7$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(-1; 2]$

2) $[0; 1] \cup (4; 16]$

3) $(-5; 5)$

4) $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$

5) $[0; 4) \cup (9; \infty)$

6) $[0; 63]$

7) $[-2; 22)$

8) $(-\infty; 0) \cup (0; 1)$

9) $[0; 36]$

10) $(-\infty; -7] \cup (28; \infty)$

11) $\left(0; \frac{1}{7}\right]$

12) $(-\infty; -1] \cup [5; \infty)$

13) $(-\infty; -4) \cup (1; \infty)$

14) $(-9; 4)$

15) $[-1; 4]$

16) $(-\infty; 0) \cup (1; \infty)$

17) $[0; 1]$

18) $\{0\} \cup (1; \infty)$

19) $(-2; 0) \cup (1; 3)$

20) $(-\infty; -5) \cup (6; \infty)$

www.nismath.org

3 - тобы. Көбейткіштерге жіктеу арқылы иррационал теңсіздіктерді шешіңіз:

2.4.3

A

1) $(x^2-4)\sqrt{25-x^2} \geq 0$

2) $\dfrac{\sqrt{17-15x-2x^2}}{x+3} > 0$

3) $\dfrac{6-2x}{\sqrt{x^2+7x+12}} < 0$

4) $(x^2-4)\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}} \leq 0$

5) $(x+2)^2(x-1)^2\sqrt{x-7} \geq 0$

6) $\dfrac{(x-2)(x-4)}{\sqrt{x^2+x+1}} < 0$

7) $\dfrac{x-1}{x\sqrt{4+3x-x^2}} > 0$

B

8) $\sqrt[3]{x^2+7x-8}\cdot\sqrt{x+9} \leq 0$

9) $\sqrt[3]{x-1}\cdot\sqrt{x} \geq 0$

10) $(x-3)\sqrt{x^2+x-2} \geq 0$

11) $(x-3)\sqrt{x^2+4} \leq x^2-9$

12) $\dfrac{\log_{0,1}(x+2)}{\sqrt{5-4x-x^2}} \leq 0$

13) $(x-1)\sqrt{-x^2+x+6} \geq 0$

14) $(x+1)\cdot\sqrt{x+4}\cdot\sqrt{x+7} \leq 0$

15) $\dfrac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt{-x+5}} > 0$

16) $\dfrac{\sqrt[3]{x-4}}{\sqrt[4]{x^2-5x-14}} \geq 0$

17) $(2+x)\sqrt{(4-x)(5-x)} \geq 0$

18) $(2+x)\cdot\sqrt{4-x}\cdot\sqrt{5-x} \geq 0$

19) $(x+1)\sqrt{x^2+1} > x^2-1$

20) $(x^2-3x+1)\sqrt{2x-x^2-1} \leq 0$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $[-5;-2]\cup[2;5]$ 2) $(-3;1)$ 3) $(3;\infty)$

4) $[-2;-1]\cup(1;2]$ 5) $[7;\infty)$ 6) $(2;4)$

7) $(-1;0)\cup(1;4)$ 8) $\{-9\}\cup[-8;1]$ 9) $\{0\}\cup[1;\infty)$

10) $\{-2;1\}\cup[3;\infty)$ 11) $\left(-\infty;-\frac{5}{6}\right]\cup[3;\infty)$ 12) $[-1;1)$

13) $\{-2\}\cup[1;3]$ 14) $[-4;-1]$ 15) $(1;5)$

16) $(7;\infty)$ 17) $[-2;4]\cup[5;\infty)$ 18) $[-2;4]$

19) $(-1;\infty)$ 20) $x=1$

4 - тобы. Интервалдар әдісімен иррационал теңсіздіктерді шешіңіз:

2.4.4

В

1) $\sqrt{x^2-x-12}\geq x$ 2) $\sqrt{x+2}+\sqrt{3-x}\leq 3$

3) $\sqrt{x^2-1}>x$ 4) $\frac{x-2\sqrt{x}-8}{2^x-4}\geq 0$

5) $\sqrt{2x^2-3x-5}<x-1$ 6) $\frac{\sqrt{x}}{2-x}\leq 1$

7) $\frac{1}{\sqrt{x}-1}<1$ 8) $3\sqrt{x}-\sqrt{x+3}>1$

9) $\frac{2}{2-\sqrt{x+3}}\leq 1$ 10) $\frac{10x^2-7x+1}{\sqrt{x-3}-\sqrt{5-x}}<0$

11) $(2x-1)\left(x+\sqrt{3-2x}\right)\leq 0$ 12) $\frac{1-\sqrt{1-4x^2}}{x}<3$

www.nismath.org

13) $\sqrt{x+2} > x$

14) $\sqrt{\frac{3x-1}{2-x}} > 1$

15) $\frac{\sqrt{x-2}}{2x-5} < 1$

16) $\sqrt{2-x} - x > 0$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(-\infty; -3]$

2) $[-2; -1] \cup [2; 3]$

3) $(-\infty; -1]$

4) $[0; 2) \cup [16; \infty)$

5) $\left[\frac{5}{2}; 3\right)$

6) $[0; 1] \cup (2; \infty)$

7) $[0; 1) \cup (4; \infty)$

8) $(1; \infty)$

9) $\{-3\} \cup (1; \infty)$

10) $[3; 4)$

11) $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$

12) $\left[-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right]$

13) $[-2; 2)$

14) $\left(\frac{3}{4}; 2\right)$

15) $\left[2; \frac{5}{2}\right) \cup (3; \infty)$

16) $(-\infty; 1)$

5 - тобы. Иррационал теңсіздіктерді шешіңіз:

2.4.5

С

1) $\frac{\sqrt{4+3x-x^2}}{2x+3} \geq \frac{\sqrt{4+3x-x^2}}{x+3}$

2) $\sqrt{4-x^2} + \frac{|x|}{x} \geq 0$

3) $\frac{\sqrt{12-x-x^2}}{2x-7} \leq \frac{\sqrt{12-x-x^2}}{x-5}$

4) $\sqrt{\frac{2x-1}{x+2}} - \sqrt{\frac{x+2}{2x-1}} \geq \frac{7}{12}$

www.nismath.org

5) $\frac{4x}{1+x^2} < 1+\sqrt{\frac{2x}{1+x^2}}$

6) $\frac{6x}{x-2} - \sqrt{\frac{12x}{x-2}} - 2\cdot\sqrt[4]{\frac{12x}{x-2}} > 0$

7) $\sqrt{3x^2+5x+7} - \sqrt{3x^2+5x+2} > 1$

8) $\sqrt{x^2+x+10} - \sqrt{x^2+x+3} \geq 1$

9) $|x| \leq \sqrt{x^2-2} + 1$

10) $-9\cdot\sqrt[4]{x} + \sqrt{x} + 18 \geq 0$

11) $(x^2-4x+3)\sqrt{x+1} \leq x^2-2x-3$

12) $\frac{1-\sqrt{21-4x-x^2}}{x+1} \geq 0$

13) $\frac{1}{\sqrt{x+18}} > \frac{1}{2-x}$

14) $\frac{1}{\sqrt{2-x}} \geq \frac{1}{1+x}$

15) $\sqrt{|x|-179} \geq \sqrt{|x|-197}$

16) $\sqrt{(x-7)^2-6|x-7|+8} < \sqrt{3}$

17) $\sqrt{x^4-2x^2+1} > 1-x$

18) $\frac{(x-2)\sqrt{x^2-5x+4}}{5-x} \geq 0$

www.nismath.org

Иррационал теңсіздіктер жүйесін шешіңіз:

19) $\begin{cases} \sqrt{4x-7} < x \\ \sqrt{x+5} + \sqrt{5-x} > 4 \end{cases}$

20) $\begin{cases} (1-x)\sqrt{4-x^2} < 0 \\ \dfrac{1}{x^2} \geq \dfrac{1}{9} \end{cases}$

бүтін мәндерді табыңыз

21) $\begin{cases} \sqrt{x^2-4x} > x-3 \\ \sqrt{-x-6} \cdot \sqrt{36-x^2} \leq 0 \end{cases}$

22) $\begin{cases} (x-2) \cdot \sqrt{x^2-5{,}5x+6} \geq 0 \\ (x+1) \cdot \sqrt{x^2+0{,}5x-3} \leq 0 \end{cases}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $[-1;0] \cup \{4\}$

2) $\left[-\sqrt{3};0\right) \cup (0;2]$

3) $\{-4\} \cup [2;3]$

4) $(-\infty;-2) \cup [20{,}5;\infty)$

5) $[0;1) \cup (1;\infty)$

6) $(2;8)$

7) $(-2;-1] \cup \left[-\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$

8) $[-3;2]$

9) $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2};\infty\right)$

10) $[0;81] \cup [1296;\infty)$

11) $\{-1;3\}$

12) $\left[-2-2\sqrt{6};-1\right) \cup \left[-2+2\sqrt{6};3\right]$

13) $(-18;-2) \cup (2;\infty)$

14) $(-\infty;-1) \cup \left[\frac{\sqrt{13}-3}{2};2\right)$

15) $(-\infty;-197] \cup [197;\infty)$

16) $(2;3] \cup [5;6) \cup (8;9] \cup [11;12)$

17) $(-\infty;-2) \cup (0;1) \cup (1;\infty)$

18) $\{1\} \cup [4;5)$

19) $\left[1\frac{3}{4};4\right)$

20) $\varnothing$

21) $x=-6$

22) $x=1{,}5$

www.nismath.org

III ТАРАУ. КӨРСЕТКІШТІК ЖӘНЕ ЛОГАРИФМДІК ФУНКЦИЯЛАР

§ 1. КӨРСЕТКІШТІК ТЕҢДЕУЛЕРДІ ШЕШУ

1-тобы. Теңдеулердің екі жағын да бір негізге келтіру әдісімен теңдеулерді шешіңіз:

3.1.1

А

1) $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7}=\left(\frac{7}{3}\right)^{7x-3}$

2) $\sqrt[3]{2^{x-1}}=\frac{2}{\sqrt{2}}$

3) $2^{x}\cdot 2^{x-4}=16$

4) $2^{x^2-6x-2,5}=16\sqrt{2}$

5) $2^{3x+1}=32^{-1}$

6) $\left(10^{5-x}\right)^{6-x}=100$

7) $(2,5)^{2x-3}=15\frac{5}{8}$

8) $3^{x^2-7,2x}=\frac{1}{3\sqrt[5]{9}}$

9) $\sqrt{2^{x}}\cdot\sqrt{3^{x}}=36$

10) $\left(\frac{4}{9}\right)^{x}\cdot\left(\frac{27}{8}\right)^{x-1}=\frac{2}{3}$

11) $4^{x}\cdot 5^{x+1}=5\cdot 20^{2-x}$

12) $0,25^{x}=\frac{128}{2^{x-1}}$

13) $(0,5)^{x^2-20x+61,5}=\frac{8}{\sqrt{2}}$

14) $5^{\frac{5-3x}{x-2}}=\frac{1}{25}$

15) $\left(\frac{5}{12}\right)^{2x-3}=(2,4)^{3x-2}$

16) $\sqrt[x]{256}=4^{x}$

17) $1000\cdot\sqrt[x]{0,1}=100^{x}$

18) $2^{\cos 2x}=\sqrt{2}$

19) $\sqrt[x]{3}\cdot\sqrt[x]{5}=225$

www.nismath.org

20) $2^{x^2-3}\cdot 5^{x^2-3}=0{,}01\cdot\left(10^{x-1}\right)^3$

21) $27=\left(0{,}(3)\right)^{6-x}$

22) $25^{|1-2x|}=5^{4-6x}$

23) $2^{|x+1|}=\left(\sqrt{2}\right)^{-2x+3}$

24) $\left(3^{x^2-7{,}2x+3{,}9}-9\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt{5-x}=0$

25) $\left(\sqrt[4]{2}\right)^{4x+5}=\left(\sin\frac{\pi}{4}\right)^{\frac{2x}{3}}$

26) $49^{\frac{1}{6}}\cdot 7^{2{,}5}=7^{\frac{1}{2}}\cdot 7^{-\frac{2}{3}}\cdot 49\cdot x^{0{,}5}$

27) $16\cdot 2^{\frac{1}{8}}\cdot 8^{\frac{1}{40}}\cdot x=4^3\cdot 2^{\frac{6}{5}}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^2$

28) $3^{|x^2-3x+2|}=9^{x+1}$

29) $3{,}24^{2\sqrt{x}-5}=\left(\frac{5}{9}\right)^{5\sqrt{x}+1}$

30) $\frac{1}{27}\cdot\sqrt[4]{9^{3x-1}}=27^{-\frac{2}{3}}$

ЖАУАПТАРЫ

1) 1	**2)** 2,5	**3)** 4	**4)** –1; 7
5) –2	**6)** 4; 7	**7)** 3	**8)** 0,2; 7

www.nismath.org

9) 4 **10)** 2 **11)** 1 **12)** –8

13) 4; 16 **14)** 1 **15)** 1 **16)** 2

17) $x \in \varnothing$ **18)** $x = \pm\frac{\pi}{6} + \pi k$ **19)** $x \in \varnothing$ **20)** 1; 2

21) 9 **22)** 0,6 **23)** $\frac{1}{4}$ **24)** 0,2; 5

25) $-\frac{15}{16}$ **26)** 49 **27)** 0,5 **28)** 0; 5

29) 1 **30)** 1

***Жауаптарында** $k \in \mathbb{Z}$ **параметрі.**

2-тобы. Теңдеулерді көбейткіштерге жіктеу әдісімен шешіңіз:

3.1.2

A

1) $5^{x+1} - 5^x = 100$

2) $4 \cdot 3^{x+2} + 5 \cdot 3^x - 7 \cdot 3^{x+1} = 20$

3) $3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-2} = 25$

4) $10^x - 5^{x-1} \cdot 2^{x-2} = 950$

5) $7^{x+2} - \frac{1}{7} \cdot 7^{x+1} - 14 \cdot 7^{x-1} + 2 \cdot 7^x = 48$

6) $2 \cdot 16^x - 2^{4x} - 4^{2x-2} = 15$

7) $5 \cdot 2^{\sqrt{x}} - 3 \cdot 2^{\sqrt{x}-1} = 56$

8) $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 448$

9) $2^{x+1} + 3 \cdot 2^{x-1} - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$

10) $4^{x-1} + 11 \cdot 4^{x-2} = 15 \cdot 2^{-4}$

www.nismath.org

11) $3^{x-1}\cdot 2^{x+1}+2^{x-1}\cdot 3^{x}=\frac{7}{36}$

12) $3^{2x-3}-9^{x-1}+27^{\frac{2x}{3}}=675$

13) $4^{x-1}+4^{x}+4^{x+1}=84$

14) $5^{x+1}+5^{x}+5^{x-1}=155$

B

15) $3^{3x+1}-4\cdot 27^{x-1}+9^{1,5x-1}=80$

16) $5^{x+6}-3^{x+7}=43\cdot 5^{x+4}-19\cdot 3^{x+5}$

17) $2^{x^2-1}-3^{x^2}=3^{x^2-1}-2^{x^2+2}$

18) $5^{2x}-7^{x}-5^{2x}\cdot 35+7^{x}\cdot 35=0$

19) $x^{2}\cdot 2^{x}+2^{x}=x\cdot 2^{x+1,5}$

20) $3^{x+3}+3^{3}\cdot 3^{x-1}-3=0$

21) $9^{x}-2^{x+0,5}=2^{x+3,5}-3^{2x-1}$

22) $3^{x}+3^{x+1}+3^{x+2}=5^{x}+5^{x+1}+5^{x+2}$

23) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2-x}-6\cdot 9^{\frac{x-4}{2}}+2\cdot 3^{x-6}=29$

24) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2-x}+3^{x-3}=99+\sqrt{\left(\frac{1}{9}\right)^{4-x}}$

ЖАУАПТАРЫ

1) 2 **2)** 0 **3)** 2 **4)** 3

5) 0 **6)** 1 **7)** 16 **8)** 9

www.nismath.org

9) 2 10) 0 11) -1 12) 3

13) 2 14) 2 15) 1 16) -3

17) $\pm\sqrt{3}$ 18) 0 19) $\sqrt{2}\pm1$ 20) $-1-2\log_3 2$

21) 1,5 22) $\log_{\frac{3}{5}}\frac{31}{13}$ 23) 6 24) 6

3 - тобы. Жаңа айнымалы енгізу арқылы теңдеуді шешіңіз:

3.1.3

А

1) $4\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{2x}+15\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{x}=54$

2) $0,2\cdot5^{2x}-4,8\cdot5^{x}-5=0$

3) $4^{x}-10\cdot2^{x-1}-24=0$

4) $25^{x}+24\cdot5^{x-1}-1=0$

5) $2^{x+1}+4^{x}=80$

6) $2^{2x-3}-3\cdot2^{x-2}+1=0$

7) $9^{x-1}-3^{x+1}+3^{x-3}=1$

8) $5\cdot49^{3x}=2\cdot7^{3x}+3$

9) $9^{x}+8\cdot3^{x-1}-1=0$

10) $33\cdot2^{x-1}-4^{x+1}=2$

11) $6^{2x}-8\cdot6^{x}+12=0$

12) $3^{4\sqrt{x}}-4\cdot3^{2\sqrt{x}}+3=0$

www.nismath.org

В

13) $17\cdot 2^{\sqrt{x^2-8x}}-8=2\cdot 4^{\sqrt{x^2-8x}}$

14) $5^x-24=\frac{25}{5^x}$

15) $10\cdot 5^{x-1}-5^{x+1}+25^x=10$

16) $4^{-x}-\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}=8$

17) $\frac{4^x-2^{x+2}+3}{2^{\frac{x}{2}}-1}+2^{\frac{x}{2}}+1=0$

18) $\log_2\left(2^x-7\right)=3-x$

19) $2^{x+2}-2^{2-x}-15=0$

20) $8^x-4^x=2^x$

21) $9^{x^2-1}-36\cdot 3^{x^2-3}+3=0$

22) $4^{x+1}+4^{1-x}-10=0$

23) $3\cdot 81^{\frac{1}{x}}-10\cdot 9^{\frac{1}{x}}+3=0$

24) $2^x-0,5^x=3,75$

ЖАУАПТАРЫ

1) 2 **2)** 2 **3)** 3 **4)** -1

5) 3 **6)** 1; 2 **7)** 3 **8)** 0

9) -1 **10)** -3; 2 **11)** 1; $\log_6 2$ **12)** 0; $\frac{1}{4}$

www.nismath.org

13) $-1;\ 9$ 14) 2 15) 1 16) -2

17) 1 18) 3 19) 2 20) $\log_2\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$

21) $\pm 1;\ \pm\sqrt{2}$ 22) $\pm 0{,}5$ 23) ± 2 24) 2

4-тобы. Біртекті теңдеулерді шешіңіз:

3.1.4

В

1) $9^x + 6^x = 2^{2x+1}$

2) $125 \cdot 25^x - 70 \cdot 10^x + 8 \cdot 4^x = 0$

3) $3 \cdot 4^x - 5 \cdot 6^x + 2 \cdot 9^x = 0$

4) $2^{2x+1} + 3^{2x+1} = 5 \cdot 6^x$

5) $3^{2x^2-6x+3} + 6^{x^2-3x+1} = 2^{2x^2-6x+3}$

6) $8 \cdot 9^x + 6^{x+1} = 27 \cdot 4^x$

7) $4 \cdot 2^{2x} - 6^x = 18 \cdot 3^{2x}$

8) $3 \cdot 16^x + 36^x = 2 \cdot 81^x$

9) $2^{2x+1} + 3^{2x+1} = 5 \cdot 6^x$

10) $4^x + 6^x = 2 \cdot 9^x$

ЖАУАПТАРЫ

1) 0 2) $-2;\ -1$ 3) 0; 1 4) $-1;\ 0$ 5) 1; 2

6) 1 7) -2 8) 0,5 9) $-1;\ 0$ 10) 0

www.nismath.org

5-тобы. Теңдеулердің екі жағын да логарифмдеу арқылы шешіңіз:

3.1.5

А

1) $3^x = 10$

2) $\left(\frac{1}{7}\right)^x = 5$

3) $\left(\frac{2}{3}\right)^x = 8$

4) $14^{x^2} = 9$

5) $\left(\frac{7}{5}\right)^{|x-3|} = 2$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\log_3 10$

2) $\log_{\frac{1}{7}} 5$

3) $\log_{\frac{2}{3}} 8$

4) $\pm\sqrt{\log_{14} 9}$

5) $3 \pm \log_{\frac{7}{5}} 2$

6-тобы. Теңдеулерді әртүрлі әдістермен шешіңіз:

3.1.6

С

1) $27^x - 13 \cdot 9^x + 13 \cdot 3^{x+1} - 27 = 0$

2) $3 \cdot 4^x + \frac{1}{3} \cdot 9^{x+2} = 6 \cdot 4^{x+1} - \frac{1}{2} \cdot 9^{x+1}$

3) $2 \cdot 12^x - 3^{x+1} + 4^{x+1} - 6 = 0$

4) $2 \cdot 3^{x+1} - 5 \cdot 9^{x-2} = 81$

5) $\frac{10^x + 10^{-x}}{10^x - 10^{-x}} = 5$

6) $2^{|3x-5|} = 4 \cdot 8^{|x-1|}$

www.nismath.org

7) $4^{\sin x}+2^{5-2\sin x}=18$

8) $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^{x}+\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{x}=4$

9) $\left(\sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)^{x}+\left(\sqrt{3+2\sqrt{2}}\right)^{x}=6$

10) $3\cdot 8^{x-1}-2^{2x-1}-2^{x+2}=0$

11) $0,5^{2+4+6+\ldots+2x}=0,5^{72}$

12) $6\cdot\sqrt[x]{9}-13\cdot\sqrt[x]{6}+6\cdot\sqrt[x]{4}=0$

13) $3^{x-5}+3^{x-7}+3^{x-9}=45,5+22,75+11,375+\ldots$

14) $2^{|x+1|}-\left|2^{x}-1\right|=1+2^{x}$

15) $f'(x)=f(0)\cdot e^{-2x}$, если $f(x)=\dfrac{e^{-2x}}{1-8x}$

16) $x^{2}\cdot 2^{\sqrt{x+2}}-2^{\sqrt{x+2}+4}=x^{2}\cdot 2^{x}-2^{x+4}$

17) $x^{2}\cdot 3^{\sqrt{x}}+3^{2x+1}=3^{2+\sqrt{x}}+x^{2}\cdot 3^{2x-1}$

18) $4^{2-x+\sqrt{4-5x+2x^{2}}}-5\cdot 2^{1-x+\sqrt{4-5x+2x^{2}}}=6$

19) $3^{\sqrt{2x+5}}=\dfrac{3^{\sqrt{12x+25}}}{3^{\sqrt{5x+6}}}$

20) $\sqrt[x]{81}-\sqrt[x]{9^{x+1}}+18=0$

21) $2^{\cos x}\cdot 2^{\cos^{2}x}\cdot 2^{\cos^{3}x}\cdot\ldots=2$

22) $2^{3+|x-1|}=16\cdot 4^{-0,5x}$

23) $3^{3x-1}+27^{x}=2^{2x+1}+7\cdot 4^{x}$

www.nismath.org

24) $\frac{2^x}{5^{x-1}}+3=\frac{5^x}{2^{x-1}}$

ЖАУАПТАРЫ

1) 0; 1; 2

2) $-\frac{1}{2}$

3) $\frac{1}{2}\left(\log_2 3-1\right)$

4) 4; $4-\log_3 5$

5) $\frac{1}{2}\lg 1{,}5$

6) $(-\infty;1]$

7) $(-1)^k\frac{\pi}{6}+\pi k$

8) ± 2

9) ± 2

10) 2

11) 8

12) $x\in\varnothing$

13) 9

14) $\{-2\}\cup[0;\infty)$

15) $-\frac{1}{8};\ \frac{5}{8}$

16) 2; 4

17) 1; 3

18) 1; 4

19) 2

20) 2

21) $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$

22) $(-\infty;1]$

23) 1

24) 1

***Жауаптарында** $k\in\mathbb{Z}$ **параметрі.**

www.nismath.org

§ 2. КӨРСЕТКІШТІК ТЕҢСІЗДІКТЕРДІ ШЕШУ

1-тобы. Теңсіздіктердің екі жағын да бірдей негізді дәрежеге келтіру арқылы теңсіздіктерді шешіңіз:

3.2.1

A

1) $6^{x^2+2x} > 6^3$

2) $(0,25)^{x-4} \le \left(\frac{1}{16}\right)^x$

3) $\left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{x^2-2x}{x^2}} \ge 1$

4) $(0,1)^{4x^2-2x-2} \le (0,1)^{2x-3}$

5) $3^{2x+3} \cdot 5^{2x+3} < 3^{5x} \cdot 5^{5x}$

6) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2x} > \left(\frac{1}{9}\right)^{16-x}$

7) $3^{x^2-7,2x} > \left(3\sqrt[5]{9}\right)^{-1}$

8) $\frac{1}{5}^{\frac{x^2+2}{x^2-1}} > 25$

9) $\left(0,4^{\frac{1}{x^2-2x-3}}\right)^{6-x} \ge 1$

10) $5^{\frac{2}{x}} \le 0,2^{x-3}$

11) $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x^2} > (2,25)^{x^2-10}$

12) $4^{x^2+x-11} > 5^{\log_5 4}$

13) $\frac{37}{10}^{\frac{x^2+2x-15}{x-4}} > 1$

B

14) $3^{\frac{6x-3}{x}} < \sqrt[3]{27^{2x-1}}$

15) $2^{1-2^{\frac{1}{x}}} < 0,125$

www.nismath.org

16) $\left(\frac{2}{7}\right)^{3(2x-7)} \cdot (12,25)^{\frac{4x+1}{2}} \geq 1$

17) $\left(\sqrt{2}+1\right)^{\frac{6x-6}{x+1}} \leq \left(\frac{1}{\sqrt{2}+1}\right)^{-x}$

18) $\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1} \geq \left(\sqrt{5}-2\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$

19) $\sqrt{6-x} \cdot \left(5^{x^2-7,2x+3,9} - 25\sqrt{5}\right) \geq 0$

20) $2^{\sqrt{2x+3}} \geq \frac{1}{2^x}$

21) $\frac{\left(\sqrt{5}\right)^{x-10}}{4^{x-10}} > \frac{5\sqrt{5}}{64}$

22) $\left(\frac{1}{5}\right)^{|x-2|} > \left(\frac{1}{25}\right)^{|x|}$

23) $0,6^{|x-3|} \geq 0,6^{0,5}$

24) $5^{|4x-6|} \geq 25^{3x-4}$

25) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+4}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2+3x+4}}$

26) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}} > 3^{-x}$

27) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+\frac{1}{2}-\frac{2}{x}} > \frac{1}{\sqrt{27}}$

www.nismath.org

28) $\left(0,(4)\right)^{x^2-1} > \left(0,(6)\right)^{x^2+6}$

29) $2^{x^2-3}\cdot 5^{x^2-3} - 0,01\cdot\left(10^{x-1}\right)^3 < 0$

30) $16\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{x^2+2x} \le \frac{1}{256}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}$

31) $\left(\frac{\pi}{4}\right)^{\frac{x^2-x-6}{x^2-9}} > \arccos\frac{\sqrt{2}}{2}$

32) $\left(0,1(6)\right)^{x-16}\cdot 0,25 < 54$

33) $\left(\frac{1}{3}\right)^6\cdot 3^{x^2} - \frac{1}{243^x} < 0$

34) $8^{x-3} < 3^{2x-6}$

35) $3^{x^2-x} \ge \left(5^{x-1}\right)^x$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(-\infty;-3)\cup(1;\infty)$

2) $(-\infty;-4]$

3) $(0;2]$

4) $x\in\mathbb{R}$

5) $(1;\infty)$

6) $(-8;4)$

7) $\left(-\infty;\frac{1}{5}\right)\cup(7;\infty)$

8) $(-1;0)\cup(0;1)$

9) $(-1;3)\cup[6;\infty)$

10) $(-\infty;0)\cup[1;2]$

11) $\left(-\sqrt{5};\sqrt{5}\right)$

12) $(-\infty;-4)\cup(3;\infty)$

www.nismath.org

13) $(-5;3)\cup(4;\infty)$

14) $\left(0;\frac{1}{2}\right)\cup(3;\infty)$

15) $\left(0;\frac{1}{2}\right)$

16) $(-\infty;11]$

17) $(-1;2]\cup[3;\infty)$

18) $[-2;-1)\cup[1;\infty)$

19) $\left(-\infty;\frac{1}{5}\right]\cup\{6\}$

20) $[-1;\infty)$

21) $(-\infty;13)$

22) $(-\infty;-2)\cup\left(\frac{2}{3};\infty\right)$

23) $[2,5;3,5]$

24) $(-\infty;1,4]$

25) $[-4;-2)\cup(0;\infty)$

26) $(2;\infty)$

27) $(-\infty;-1)\cup(0;2)$

28) $\left(-2\sqrt{2};2\sqrt{2}\right)$

29) $(1;2)$

30) $(-\infty;-3]\cup[2;\infty)$

31) $(-3;3)\cup(3;\infty)$

32) $(13;\infty)$

33) $(-6;1)$

34) $(3;\infty)$

35) $[0;1]$

2-тобы. Жаңа айнымалы енгізу арқылы теңсіздіктерді шешіңіз:

3.2.2

A

1) $25^x \le 6\cdot 5^x - 5$

2) $9^x - 3^x - 6 > 0$

3) $4^{-x+0,5} - 7\cdot 2^{-x} - 4 < 0$

4) $5^{2x+1} > 5^x + 4$

5) $2^x + 11\cdot 2^{0,5x} < 26$

6) $3^{x+2} + 9^{x+1} - 810 > 0$

7) $3 + 2\cdot 3^x - 9^x \ge 0$

8) $0,04^x - 26\cdot 0,2^x + 25 \le 0$

www.nismath.org

В

9) $\frac{1}{3^x+5} \le \frac{1}{3^{x+1}-1}$

10) $(0,1)^{x+1} < 0,8+2\cdot 10^x$

11) $2^{2x+1} - 5\cdot 6^x + 3^{2x+1} \le 0$

12) $3\cdot 4^x + 2\cdot 9^x - 5\cdot 6^x < 0$

13) $\frac{5^x+5^{-x}}{5^x-5^{-x}} < 1$

14) $3\cdot 2^{2x} + 2\cdot 3^{2x} \ge 5\cdot 6^x$

15) $3^x - 3^{1-x} \le 2$

16) $3^{2x+2} + 7^{2x+2} \le 58\cdot 21^x$

17) $4^x - 2\cdot 5^{2x} - 10^x > 0$

18) $\frac{2^x+8}{2^x-1} > 2^x$

19) $5\cdot 4^x + 2\cdot 25^x \le 7\cdot 10^x$

20) $5^x + 5^{3-x} - 30 \le 0$

21) $\frac{2^{1-x}-2^x+1}{2^x-1} \le 0$

22) $4^x - 9\cdot 2^x + 8^{\log_5 7\cdot \log_7 5} < 0$

ЖАУАПТАРЫ

1) $[0;1]$ **2)** $(1;\infty)$ **3)** $(-2;\infty)$

4) $(0;\infty)$ **5)** $(-\infty;2)$ **6)** $(2;\infty)$

www.nismath.org

7) $(-\infty; 1]$ **8)** $[-2; 0]$ **9)** $(-1; 1]$

10) $(-1; \infty)$ **11)** $[-1; 0]$ **12)** $(0; 1)$

13) $(-\infty; 0)$ **14)** $(-\infty; 0]\cup[1; \infty)$ **15)** $(-\infty; 1]$

16) $[-2; 0]$ **17)** $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{5}} 2\right)$ **18)** $(0; 2)$

19) $[0; 1]$ **20)** $[1; 2]$ **21)** $(-\infty; 0)\cup[1; \infty)$

22) $(0; 3)$

3-тобы. Көбейткіштерге жіктеу арқылы теңсіздіктерді шешіңіз:

3.2.3

A

1) $3^{\frac{1}{x}} + 3^{\frac{1}{x}+3} > 84$

2) $3^{x+2} - 3^x - 72 > 0$

3) $2^{3x} + 2^{3x-1} + 2^{3x-2} \le 448$

4) $2^{5x-1} + 2^{5x-2} + 2^{5x-3} - 896 < 0$

5) $\frac{1}{3^{x-1}} + \frac{1}{3^{x+1}} \le 10$

6) $3^{x^2+1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-x^2} > 162$

7) $2^x + (0{,}5)^{3-x} < 9$

www.nismath.org

B

8) $3^{x-10}-2^{x-9}-3^{x-11}-2^{x-12}>0$

9) $5^{2x-1}+2^{2x}-5^{2x}+2^{2x+2}>0$

10) $4\cdot 3^{x+2}-2\cdot 5^{x+2}\le 5^{x+3}-3^{x+3}$

11) $2^{x}\cdot 5^{1-x}+2^{x+1}\cdot 5^{-x}>2{,}8$

12) $2^{x+2}-2^{x+3}-2^{x+4}\ge 5^{x+1}-5^{x+2}$

13) $\frac{1}{8}\cdot 6^{3x}-2^{2x}\cdot 3^{3x}\le 0$

14) $9\cdot 3^{2x+2}+3\cdot 3^{2x+1}-9^{x}\le 89$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(0;1)$ **2)** $(2;\infty)$ **3)** $\left(-\infty;\frac{8}{3}\right]$

4) $(-\infty;2)$ **5)** $[-1;\infty)$ **6)** $(-\infty;-2)\cup(2;\infty)$

7) $(-\infty;3)$ **8)** $(13;\infty)$ **9)** $(-\infty;1)$

10) $[-2;\infty)$ **11)** $(-\infty;1)$ **12)** $[0;\infty)$

13) $(-\infty;3]$ **14)** $(-\infty;0]$

3.2.4 www.nismath.org

4 - тобы. Интервалдар әдісімен теңсіздіктерді шешіңіз:

В

1) $\dfrac{x-2\sqrt{x}-8}{2^x-4}\geq 0$

2) $\left(2^x-4\right)\left(x^2-2x-3\right)>0$

3) $\dfrac{9^x-10\cdot 3^x+9}{1-x^2}\geq 0$

4) $\dfrac{4^x-9\cdot 2^x+8}{4-x^2}\geq 0$

5) $\left(x-6\right)\left(8^{x-6}-64\right)<0$

6) $\left(5^x-125\right)\left(3^x-81\right)<0$

7) $x^2\cdot 2^x+4\geq x^2+2^{x+2}$

8) $x^2\cdot 3^x-3^{x+4}\leq x^2-81$

9) $\dfrac{0,2^x-0,008}{x^2-10x+25}\leq 0$

10) $\dfrac{e^{3x-1}-1}{x+8}\geq 0$

11) $\dfrac{4^x+2x-4}{x-1}\leq 2$

12) $x^4+3^{x+4}\geq x^4\cdot 3^x+81$

ЖАУАПТАРЫ

1) $[0;2)\cup[16;\infty)$

2) $(-1;2)\cup(3;\infty)$

3) $(-1;0]\cup(1;2]$

4) $(-2;0]\cup(2;3]$

5) $(6;8)$

6) $(3;4)$

7) $[-2;0]\cup[2;\infty)$

8) $(-\infty;-9]\cup[0;9]$

9) $[3;5)\cup(5;\infty)$

10) $(-\infty;-8)\cup\left[\frac{1}{3};\infty\right)$

11) $\left[\frac{1}{2};1\right)$

12) $(-\infty;-3]\cup[0;3]$

www.nismath.org

3.2.5

С

Теңсіздіктер жүйесін шешіңіз:

1) $0<3^{x^2-x-6}<1$

2) $\begin{cases}\left(\frac{1}{2}\right)^{5-2x}<32\\ 3^{x^2+6x}<1\end{cases}$

3) $\begin{cases}2^x\cdot 5^{x-1}\geq 0{,}2\cdot 10^{2-x}\\ 4^x\cdot 5^{x+1}\leq 5\cdot 20^{2-x}\end{cases}$

4) $\begin{cases}9^{x+0{,}5}-10\cdot 3^x+3\leq 0\\ x\geq -0{,}5\end{cases}$

5) $\begin{cases}\frac{1}{2-x}\geq 1\\ 2\cdot 4^{2x}\geq 32\end{cases}$

6) $1<3^{|x^2-x|}<9$

7) $\begin{cases}\left(\frac{2}{3}\right)^x\cdot\left(\frac{8}{9}\right)^{-x}>\frac{27}{64}\\ 2^{x^2-6x-3{,}5}<8\sqrt{2}\end{cases}$

8) $\begin{cases}3^{x-2}<\frac{3}{\sqrt[x]{9}}\\ 6^{x+2}>\left(2^{x^2}\cdot 3^{x+2}\right)\end{cases}$

9) $\begin{cases}9^x-3^{x+1}\leq 54\\ \sqrt{3x-5}<2\end{cases}$

Теңсіздіктерді шешіңіз:

10) $\frac{3^{2|x-1|}+3}{4}<3^{|x-1|}$

11) $\left|2^{4x^2-1}-5\right|\leq 3$

12) $2^{x-6}<\sqrt[x]{\frac{1}{32}}$

13) $8^{x+\frac{1}{3}}-9\cdot 4^x+2^{x+2}\geq 0$

www.nismath.org

14) $\frac{9}{81^x}+\frac{17}{27^x}-\frac{2}{9^x}\geq 0$

15) $9^x-84\cdot 3^{-2x}+\frac{1}{3}\geq 0$

16) $\left(\frac{1}{4}\right)^x<2^{3-x}+25^{\frac{1}{\log_3 5}}$

17) $\left(\cos\frac{\pi}{10}\right)^{x^2+x}<1-\sin^2\frac{\pi}{10}$

18) $4^x-2^{2(x-1)}+8^{\frac{2}{3}(x-2)}>52$

19) $8\leq 3^{x^2-2x+1}-1\leq 80$

20) $\left(\frac{1}{9}\right)^{x-0,5x^2}\geq 3^{|3x-12|+2x}$

21) $\left(\frac{2}{5}\right)^{\log_{0,25}\left(x^2-5x+8\right)}\leq 2,5$

22) $3^{72}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^x\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x}}\geq 1$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(-2;3)$

2) $(-6;0)$

3) $x=1$

4) $[-0,5;1]$

5) $[1;2)$

6) $(-1;0)\cup(0;1)\cup(1;2)$

7) $(-1;3)$

8) $x\in\varnothing$

9) $\left[\frac{5}{3};2\right]$

10) $(0;1)\cup(1;2)$

11) $\left[-1;-\frac{1}{\sqrt{2}}\right]\cup\left[\frac{1}{\sqrt{2}};1\right]$

12) $\{2;3;4\}$

13) $(-\infty;-1]\cup[2;\infty)$

14) $(-\infty;2]$

15) $[1;\infty)$

16) $\left(\log_2\frac{1}{9};\infty\right)$

www.nismath.org

17) $(-\infty;-2)\cup(1;\infty)$

18) $(3;\infty)$

19) $\left[-1;1-\sqrt{2}\right]\cup\left[1+\sqrt{2};3\right]$

20) $(-\infty;-3]\cup[4;\infty)$

21) $[1;4]$

22) $[0;64]$

www.nismath.org

§ 3. ЛОГАРИФМДІК ӨРНЕКТЕРДІҢ ТЕҢЕ-ТЕҢ ТҮРЛЕНДІРІЛУІ

1-тобы. Негізгі логарифмдік теңе-теңдікті қолданып есептеңіз:

3.3.1

А

1) $27^{\log_3 2}$

2) $\left(\frac{1}{25}\right)^{4\log_5 2}$

3) $5^{\log_5 7-3}$

4) $10^{3\lg 2}$

5) $e^{5\ln\sqrt{6}}$

6) $\sqrt[4]{4^{6\log_8 5-\log_{\sqrt{2}} 125}}$

7) $32^{\log_4 3-0{,}5\log_2 3}$

8) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^{6-\log_2 27}$

9) $25^{\log_{0,2} 4}$

10) $\left(\frac{16}{25}\right)^{\log_{\frac{125}{64}} 3}$

11) $\dfrac{4^{\log_2 3}}{2^{\frac{1}{3}\log_2 27}}$

12) $\left(\sqrt{3}\right)^{\log_3 4+\log_{\sqrt{3}}\sqrt{2}}$

13) $7^{-\log_{\frac{1}{7}} 5-\frac{1}{3}\log_{\sqrt[3]{7}} 4}$

14) $5^{2\log_{25}\operatorname{tg} 30^\circ}\cdot 2^{-\log_{0,5}\operatorname{tg} 60^\circ}$

15) $9^{3-\log_3 54}+7^{-\log_7 2}$

16) $5^{2\log_{25} 8+\log_{\frac{1}{5}} 5}$

17) $2^{\log_{\sqrt{2}} 5+2\log_{0.5} 5}$

18) $20\cdot 100^{\frac{1}{2}\lg 9-\lg 2}$

19) $\left(1+4^{\log_2\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\cos\dfrac{13\pi}{6}$

www.nismath.org

B

20) $36^{\frac{1}{2}-\log_6 5} - 5^{\log_5 5} + 2^{3-\log_2 10} + 4$

21) $2^{4\log_2 3-1} + 3^{2-\log_3 18} - 32,5$

22) $2^{3\log_2 5+4} + 4^{2\log_4 3} - 2\,009$

23) $0,2^{\frac{1}{2}\log_5 4 - \log_{25} 16}$

24) $4^{0,5\log_4 9 - 0,25\log_2 25}$

25) $36^{\left(\frac{1}{3}\log_6 8 + 2\log_6 3\right)}$

26) $4^{0,25\log_2 4 + 2\log_{16} 4}$

27) $\dfrac{5^{\log_5 2} + 10^{1-\lg 2}}{2^{\log_2 5}}$

28) $36^{\log_6 5} + 10^{1+\lg 2} - 3^{\log_9 36}$

29) $2^{2-\log_2 5} + \left(\dfrac{1}{2}\right)^{\log_2 5}$

30) $\log_{0,6}\left(\log_8 32\right) + 49^{\log_{\sqrt{7}}\sqrt{2}}$

31) $\left(\sqrt[3]{25}\right)^{\log_5 \sqrt{27}} - \left(\sqrt{\sqrt[3]{5}}\right)^{\log_5 64}$

32) $4^{\log_5 0,2 + \frac{1}{\log_5 4}} + \dfrac{\log_2 5}{\log_8 625}$

www.nismath.org

33) $7\cdot\left(4^{\log_{\sqrt[4]{4}}3}-7^{3\log_{49}16}-5\right):3^{\log_{27}14^3}$

34) $36^{\log_6 5}+10^{2-\lg 4}-4^{\log_4 49}$

ЖАУАПТАРЫ

1) 8	**2)** $\frac{1}{256}$	**3)** $\frac{7}{125}$	**4)** 8	**5)** $36\sqrt{6}$
6) 0,04	**7)** 1	**8)** $\frac{4}{3}$	**9)** $\frac{1}{16}$	**10)** $\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$
11) 3	**12)** $2\sqrt{2}$	**13)** 1,25	**14)** 1	**15)** $\frac{3}{4}$
16) 1,6	**17)** 1	**18)** 45	**19)** 1,5	**20)** 0,04
21) 8,5	**22)** 0	**23)** 2	**24)** 0,6	**25)** 324
26) 8	**27)** $\frac{7}{5}$	**28)** 39	**29)** 1	**30)** 3
31) 1	**32)** 2	**33)** 6	**34)** 1	

2 - тобы. Логарифмнің анықтамасын қолданып есептеңіз:

3.3.2

А

1) $\log_{\frac{1}{8}}\sqrt[4]{32}$

2) $\log_9\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$

3) $\log_2\sin 135°$

4) $\log_8\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$

5) $\log_{\frac{1}{7}}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{49}}\right)$

6) $\log_{\sqrt[4]{2}}8$

www.nismath.org

7) $\log_5 \frac{25}{\sqrt[3]{5}}$

8) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{9}$

9) $\log_{0,(3)} \frac{1}{\sqrt[5]{9}}$

10) $\log_a a\sqrt{a\sqrt{a}}$

11) $\log_{\frac{1}{3}\sqrt[5]{3}} \frac{1}{243}$

12) $\log_2 \frac{\sqrt[4]{32}\cdot\sqrt[3]{2}}{\sqrt{8}}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $-\frac{5}{12}$ 2) $-\frac{1}{6}$ 3) $-\frac{1}{2}$ 4) $-\frac{1}{9}$ 5) $\frac{2}{3}$

6) 12 7) $\frac{5}{3}$ 8) $-\frac{2}{3}$ 9) $\frac{2}{5}$ 10) $\frac{7}{4}$

11) $\frac{25}{4}$ 12) $\frac{1}{12}$

3-тобы. Көбейтіндінің, бөліндінің және дәреженің логарифмдерінің формулаларын қолданып есептеңіз:

3.3.3

А

1) $\log_2 \log_4 \log_8 64$

2) $4\log_{\frac{1}{2}} 3 - \frac{2}{3}\log_{\frac{1}{2}} 27 - 2\log_{\frac{1}{2}} 6$

3) $\frac{2}{3}\lg 0,001 + \lg\sqrt[3]{1\,000} - \frac{3}{5}\lg\sqrt{100\,000}$

4) $\log_{\sqrt{\frac{2}{3}}}\left(\log_9 27\right)$

www.nismath.org

5) $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3 \cos\frac{\pi}{6} - \log_3 \sin\frac{\pi}{6}\right)$

6) $\log_{\frac{1}{4}}\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right) + \log_{\frac{1}{4}}\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)$

7) $2\log_2 6 + \log_2 \frac{35}{9} - \log_2 35$

8) $\log_4 \frac{1}{5} + \log_4 36 + \frac{1}{2}\log_4 \frac{25}{81}$

9) $2\lg 5 + \frac{1}{2}\lg 16$

10) $\log_{36} 84 - \log_6 \sqrt{14}$

11) $\frac{\lg 27 + \lg 12}{\lg 2 + 2\lg 3}$

12) $\log_{25} \log_{32} \log_6 36$

13) $\frac{1}{4}\log_6 16 - 3\log_{\frac{1}{6}} \sqrt[3]{3}$

14) $\left(\lg 300 - \lg 15 - \lg 2\right)^{-26}$

15) $\frac{1}{2}\log_{14} 49 - 4\log_{\frac{1}{14}} \sqrt[4]{2}$

16) $\log_2 \log_2 \log_2 3^{2\log_3 4}$

17) $3\log_2\left(\log_4 16\right) + \log_{\frac{1}{2}} 2$

www.nismath.org

18) $\log_3 \frac{1}{27} + \log_{\sqrt{3}} 9$

19) $\log_{\sqrt{3}} \log_9 729$

20) $\log_4 \log_{11} 121 + \log_{16} \sqrt{2}$

21) $\log_8 \log_{14} 196 - \log_7 \sqrt{7}$

22) $\log_5 175 - \log_5 7 - \left(\log_3 8 + 3 \log_3 \frac{3}{2} \right)$

23) $\frac{3 \log_3 2 - \log_3 24}{\log_3 3 + \log_3 9}$

B

24) $\log_{\frac{1}{2}} 16 \cdot \log_5 \frac{\sqrt[3]{5}}{25} : 9^{\log_3 2}$

25) $\frac{3}{7} \left(\log_6 2 + \log_6 3 + 2^{\log_2 4} \right)^{2 \log_5 7}$

26) $\sqrt[3]{\log_{\sqrt{2}} \left(2 \sin \frac{\pi}{8} \right) + \log_{\sqrt{2}} \left(\cos \frac{\pi}{8} \right)}$

27) $\log_5 \left(\sqrt{26} + 1 \right) + \log_{\sqrt{5}} \sqrt{\sqrt{26} - 1}$

28) $\frac{\log_8 7}{\log_{\sqrt[3]{2}} \left(\frac{1}{49} \right)}$

29) $\log_2 \left(1 - \cos^2 \frac{11\pi}{6} \right)$

www.nismath.org

30) $\log_{\frac{1}{7}}\left(\frac{\sqrt[5]{7}}{49}\cdot 5^{\log_{\sqrt{5}}\sqrt[3]{49}}\right)$

31) $\dfrac{\log_6 30-\frac{1}{2}\log_6 150}{\log_7 14-\frac{1}{3}\log_7 56}$

32) $\log_2 \sin\frac{\pi}{6}+\log_2 \cos\frac{7\pi}{4}+\log_2 \operatorname{tg}\frac{5\pi}{4}$

ЖАУАПТАРЫ

1) –1	**2)** 2	**3)** –2,5	**4)** –2	**5)** 1
6) –1	**7)** 2	**8)** 1	**9)** 2	**10)** $\frac{1}{2}$
11) 2	**12)** $-\frac{1}{2}$	**13)** 1	**14)** 1	**15)** 1
16) 1	**17)** 2	**18)** 1	**19)** 2	**20)** $\frac{5}{8}$
21) $-\frac{1}{6}$	**22)** –1	**23)** $-\frac{1}{3}$	**24)** $\frac{5}{3}$	**25)** 21
26) –1	**27)** 2	**28)** $-\frac{1}{18}$	**29)** –2	**30)** $\frac{7}{15}$
31) $\frac{3}{4}$	**32)** –1,5			

www.nismath.org

4-тобы. Басқа негізге көшу формулаларын қолданып есептеңіз:

3.3.4

A

1) $\log_6 4+\log_6 9+\log_4 6\cdot\log_{\sqrt{6}} 2+5^{\log_5 2}$

2) $\left(3\log_7 2-\log_7 24\right):\left(\log_7 3+\log_7 9\right)$

3) $3^{\frac{2}{\log_5 3}}+\frac{\log_2 \frac{1}{3}}{\log_4 81}$

4) $\log_{\sqrt{2}}\left(\log_2 3\cdot\log_3 4\right)$

5) $2^{\frac{3}{\log_{\sqrt[3]{6}} 2}}$

6) $6^{\frac{2}{\log_3 36}+1}$

7) $4^{\frac{1}{\log_9 2}}+3^{\frac{1}{\log_4 \sqrt{3}}}$

8) $\log_3 64\cdot\log_2 \frac{1}{27}$

9) $\left(49^{\frac{1}{\log_5 7}}-1\right)^{\log_{24} 2}$

10) $6\log_2 125\cdot\log_5 2+2^{\lg 7}\cdot 5^{\lg 7}$

www.nismath.org

11) $\log_5 4 \cdot \log_6 5 \cdot \log_7 6 \cdot \log_8 7$

12) $\log_3 7 \cdot \log_7 5 \cdot \log_5 4 + 1$

13) $\dfrac{\log_5 30}{\log_{30} 5} - \dfrac{\log_5 150}{\log_6 5}$

14) $\dfrac{\log_3 12}{\log_{36} 3} - \dfrac{\log_3 4}{\log_{108} 3}$

15) $\sqrt{2^{2+\frac{1}{\log_3 2}} + 25^{\frac{1}{2\log_3 5}} + 1}$

16) $\dfrac{\log_2 40}{\lg 2} - \dfrac{\log_2 5}{\log_{80} 2}$

17) $\sqrt[3]{2^{\log_8 125} + \log_3 5 \cdot \log_5 27}$

18) $\log_2 125 \cdot \log_5 4 - \lg\left(10^{1-\log_2 \cos 2\pi}\right)$

19) $\log_3 2 - \sqrt{\log_3 2 \cdot \left(\log_3 6 + \dfrac{\log_3 6}{\log_3 2}\right)}$

20) $\dfrac{\log_{15} 3 \cdot \log_{\frac{1}{5}} 3}{\log_{15} 3 + \log_{\frac{1}{5}} 3}$

21) $\dfrac{\log_{28} 7 \cdot \log_{\frac{1}{4}} 7}{\log_{28} 7 + \log_{\frac{1}{4}} 7}$

www.nismath.org

22) $\log_3 5 \cdot \log_4 9 \cdot \log_5 2$

23) $81^{\frac{1}{\log_6 3}} - 27^{\log_9 36} - 3^{\frac{4}{\log_7 9}}$

ЖАУАПТАРЫ

1) 5	**2)** $-\frac{1}{3}$	**3)** 24,5	**4)** 2	**5)** 6
6) 18	**7)** 97	**8)** -18	**9)** 2	**10)** 25
11) $\frac{2}{3}$	**12)** $\log_3 12$	**13)** 1	**14)** 2	**15)** 4
16) 3	**17)** 2	**18)** 5	**19)** -1	**20)** 1
21) 1	**22)** 1	**23)** 1 031		

5-тобы. Бір логарифмді басқалары арқылы есептеңіз:

3.3.5

А

1) Берілгені: $\lg 5 = a$, $\lg 3 = b$. $\lg 75$ табыңыз.

2) Берілгені: $\lg 2 = a$, $\lg 15 = b$. $\lg 60$ табыңыз.

3) Берілгені: $\log_5 2 = a$, $\log_5 3 = b$. $\log_5 72$ табыңыз.

4) Берілгені: $\log_2 3 = a$, $\log_2 10 = c$. $\log_5 6$ табыңыз.

5) Берілгені: $\log_b a = 5$. $\log_a\left(a^2 b^2\right)$ табыңыз.

6) Берілгені: $\log_6 2 = a$. $\log_6 9$ табыңыз.

В

7) Берілгені: $\log_{14} 7 = a$, $\log_{14} 5 = b$. $\log_{175} 56$ табыңыз.

www.nismath.org

8) Берілгені: $\lg 5 = a$, $\lg 3 = b$. $\log_{30} 8$ табыңыз.

9) Берілгені: $\log_3 12 = a$. $\log_3 18$ табыңыз.

10) Берілгені: $\log_6 2 = a$, $\log_6 5 = b$. $\log_3 5$ табыңыз.

11) Берілгені: $\log_{14} 7 = a$, $\log_{14} 5 = b$. $\log_5 28$ табыңыз.

12) Берілгені: $\log_a b + \log_a^{-1} b = 3$. $\log_a^2 b + \log_a^{-2} b$ табыңыз.

13) Берілгені: $a^2 + b^2 = 7ab$. $\dfrac{2\lg\left(\dfrac{a+b}{3}\right)}{\lg a + \lg b}$ табыңыз.

14) Берілгені: $13ab = 4a^2 + 9b^2$. $\dfrac{2\lg(2a+3b) - 2\lg 5}{\lg a + \lg b}$ табыңыз.

15) Берілгені: $\log_{12} 2 = a$. $\log_6 32$ табыңыз.

16) Берілгені: $\log_{36} 8 = a$. $\log_{36} 9$ табыңыз.

ЖАУАПТАРЫ

1) $2a+b$ **2)** $2a+b$ **3)** $3a+2b$ **4)** $\dfrac{1+a}{c-1}$ **5)** 2,4

6) $2-2a$ **7)** $\dfrac{3-2a}{a+2b}$ **8)** $\dfrac{3(1-a)}{1+b}$ **9)** $\dfrac{a+3}{2}$ **10)** $\dfrac{b}{1-a}$

11) $\dfrac{2-a}{b}$ **12)** 7 **13)** 1 **14)** 1 **15)** $\dfrac{5a}{1-a}$

16) $1-\dfrac{2}{3}a$

3.3.6
www.nismath.org

6-тобы. Өрнекті ықшамдаңыз:

C

1) $\dfrac{5^{\lg 20}}{20^{\lg 5+1}}$

2) $\dfrac{\log_5^2\left(7\sqrt{5}\right)+2\log_5^2 7-3\log_5\left(7\sqrt{5}\right)\cdot\log_5 7}{\log_5\left(7\sqrt{5}\right)-\log_5 49}$

3) $\dfrac{\lg^2 5-2\lg 5\cdot\lg 2-3\lg^2 2}{2(\lg 5-3\lg 2)}$

4) $\dfrac{5^{\log_3 7+1}}{7^{\log_3 5}}$

5) $\dfrac{3\log_5 15\cdot\log_5 9-2\log_5^2 15-\log_5^2 9}{\log_5 9-\log_5 15}$

6) $\left(\dfrac{\log_{36} 9}{\log_{25} 49}+\dfrac{\log_{49} 25}{\log_9 36}\right)\cdot\log_5 7+2\log_6 2$

7) $\left(\log_5 2+\log_2 5+2\right)\left(\log_5 2-\lg 2\right)\log_2 5-\log_5 2$

8) $\log_3 4\cdot\log_4 5\cdot\log_5 6\cdot\log_6 7\cdot\log_7 8\cdot\log_8 9$

9) $10^{\log_2 3\cdot\log_5 3\cdot\left(\log_2 3+\log_5 3\right)^{-1}}$

10) $10^{-\lg 4}+100^{-\lg 4}+1000^{-\lg 4}+\ldots$

www.nismath.org

11) $\left(3^{2+\frac{\log_3 4}{\log_4 3}} - 9\cdot 4^{\frac{1}{\log_4 3}} + 4^{1+\log_4 25}\right)^{\frac{1}{2}}$

12) $\log^{2}_{\sqrt[5]{5}}\sqrt{5} - \log_{\sqrt[3]{5}} 5\sqrt{5} + \log_{\sqrt{3}+1}\left(4+2\sqrt{3}\right)$

13) $2^{6\log_{2\sqrt{2}}\left(5-\sqrt{10}\right)+8\log_{\frac{1}{4}}\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}$

14) $\log_{12}18\cdot\log_{24}54 + 5\left(\log_{12}18 - \log_{24}54\right)$

15) $\left(\log_3 4+\log_2 9\right)^2 - \left(\log_3 4-\log_2 9\right)^2$

16) $\lg 5\cdot\lg 20 + \lg^2 2$

17) Келесі сандардың қайсысы артық екендігін анықтаңыз:

$A=\log_2 7\cdot\log_7 9\cdot\log_9 16$ немесе $B=\pi$.

18) Келесі сандардың қайсысы артық екендігін анықтаңыз:

$A=\log_5 7\cdot\log_7 9\cdot\log_9 11\cdot\log_{11}25$ немесе $B=\sqrt{5}$.

ЖАУАПТАРЫ

1) 0,05	**2)** 0,5	**3)** $\frac{1}{2}$	**4)** 5	**5)** 2
6) 2	**7)** 1	**8)** 2	**9)** 3	**10)** $\frac{1}{3}$
11) 10	**12)** 3,75	**13)** 25	**14)** 1	**15)** 16
16) 1	**17)** $A>B$	**18)** $A<B$		

www.nismath.org

§ 4. ЛОГАРИФМДІК ТЕҢДЕУЛЕРДІ ШЕШУ

1-тобы. Логарифмнің анықтамасын қолданып, теңдеулерді шешіңіз:

3.4.1

А

1) $\log_x \left(\sqrt[4]{500}\right)^3 = -\frac{3}{4}$

2) $\log_{11} \log_3 \log_2 \frac{2}{1-x} = 0$

3) $\log_{\frac{64}{7+x}} 8 - \frac{1}{2} = 0$

4) $\log_2 \log_3 \log_2 (10x+12) = 1$

5) $\log_3 \log_2 \left(4^x - 8\right) = 1$

6) $\log_4 x + 3\log_2 x = 7$

7) $\log_9 x + 2\log_3 x = 5$

8) $3^{\log_2 1{,}5x} = \log_7 343$

9) $3^{\log_4(-5x)} = \log_5 125$

10) $2\log_{\log_2 x} 2 = 1$

11) $\log_{\sqrt{6-x}} 3 - 2 = 0$

12) $\log_3 |2x-1| = 2$

13) $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$

14) $\log_4 \log_3 \log_2 \left(x^2 - 1\right) = 0$

www.nismath.org

15) $\log_{x+2}\left(3x^2-12\right)=2$

16) $\log_x\left(64\cdot\sqrt[3]{4}\right)=1\frac{2}{3}$

17) $\log_{x+20}\left(2x-\sqrt{x+20}\right)=\frac{1}{2}$

18) $2^{\frac{1}{\log_8 x}}=\frac{1}{64}$

19) $\ln(2x+1)\cdot\ln(9-4x)=0$

B

20) $\log_x\sqrt[3]{4}=0,1(6)$

21) $\log_x\left(36\cdot\sqrt[3]{36}\right)=2,(6)$

22) $\log_x\left(8\cdot\sqrt[5]{0,25}\right)=\frac{13}{5}$

23) $\left(3x^2-5x-2\right)\log_3(5-4x)=0$

24) $\left(4x^2+5x-6\right)\log_2(2x-6)=0$

25) $\log_3\left(3^x-2\right)=1-x$

26) $\log_2\left(9-2^x\right)=10^{\lg(3-x)}$

27) $\log_5\left(2+3\cdot5^{-x}\right)=x+1$

28) $\log_2\left(5\cdot2^x+3\right)=2x+1$

29) $\log_7\left(6+7^{-x}\right)=x+1$

www.nismath.org

30) $\lg\left(81\cdot\sqrt[3]{3^{x^2-8x}}\right)=0$

31) $\log_{2x+7}\left(2\sqrt{2x+7}-2x+5\right)=0,5$

32) $\log_6\left(5+6^{-x}\right)=x+1$

33) $\log_{256}x^2+\log_{16}x^2+\log_4 x^2=7\log_7 7$

34) $\log_8\left(4-\log_6(5-x)\right)=\frac{1}{3}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\frac{1}{500}$ **2)** $\frac{3}{4}$ **3)** -6 **4)** 50

5) 2 **6)** 4 **7)** 9 **8)** $\frac{4}{3}$

9) $-0,8$ **10)** 16 **11)** 3 **12)** $-4;\ 5$

13) 16 **14)** ± 3 **15)** 4 **16)** 16

17) 5 **18)** $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **19)** 0; 2 **20)** 16

21) 6 **22)** 2 **23)** $-\frac{1}{3};\ 1$ **24)** 3,5

25) 1 **26)** 0 **27)** 0 **28)** $\log_2 3$

29) 0 **30)** 2; 6 **31)** 4,5 **32)** 0

33) ± 16 **34)** -31

www.nismath.org

3-тобы. Негізгі логарифмдік теңе-теңдіктерді қолданып, теңдеулерді шешіңіз:

3.4.2

А

1) $2^{\log_4(x-8,5)} = \log_3 81$

2) $x = 81^{\frac{1}{4}+\log_{81}4}$

3) $3x^2 + 5^{\log_5 x} = 16^{\log_4\sqrt{30}}$

4) $0,1^{\lg(36-4x)} = \lg 10^{10}$

5) $9^{\log_3 x} - 12\cdot 3^{\log_3 x} + 3^{\log_3 27} = 0$

6) $\log_4\left(2^{4x}\right) = 2^{\log_2 4}$

7) $9^{\log_3(1-2x)} = 5x^2 - 5$

8) $2\cdot 4^{\log_2 x} = 7x + 4$

9) $7^{\log_7\sqrt{x^2-9}} = 2^{\log_2(21-x^2)}$

10) $2^{-2\log_{0,25}(1-2x^2)} = 0,5\log_{\frac{1}{3}} 9^x$

11) $x^{\log_{\sqrt{x}} 2x} = 4$

ЖАУАПТАРЫ

1) 24,5 **2)** 12 **3)** 3 **4)** $8\frac{39}{40}$ **5)** 3; 9

6) 2 **7)** $-2-\sqrt{10}$ **8)** 4 **9)** $\pm 3\sqrt{2}$ **10)** $-\frac{1}{2}$

11) $x \in \varnothing$

www.nismath.org

3-тобы. Потенцирлеу әдісімен теңдеулерді шешіңіз:

3.4.3

A

1) $\log_2(x+5)+\log_2(2x-1)+2=\log_2 52$

2) $\log_5(x-4)+\log_5 x=\log_5(x+14)$

3) $\log_2(x+3)+\log_2(x-1)=2+\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{8}$

4) $\log_2\sqrt{x-4}+\log_2\sqrt{2x-1}=\log_2 3$

5) $\lg\sqrt{x-5}+\lg\sqrt{2x-3}+1=\lg 30$

6) $\log_{\sqrt[3]{3}}(x-2)+2\log_3(x-2)=10$

7) $\log_3(x+4)+\log_3(x-1)=1+\frac{1}{\log_2 3}$

8) $\lg(x-1)+\lg(x+1)=3\lg 2+\lg(x-2)$

9) $\lg(x-1)^3-3\lg(x-3)=\lg 8$

10) $\ln\sqrt{5x-x^2}-\frac{1}{2}\ln(5-x)=0$

11) $\log_3(x^2-7)=2\log_3\sqrt{x-1}$

12) $\log_3 x=1+\log_3(4-x)^{\frac{1}{2}}$

13) $\log_{5-x^2}(2x^2-8x-2)=1+\log_{5-x^2}2$

14) $\log_{\sqrt{2}}(x^2+2x-1)-\log_{\sqrt{2}}x=2$

www.nismath.org

15) $\log_3 x + \log_3 (x+4) = \dfrac{1}{\log_5 3}$

16) $2\log_7 (x-2) = \log_7 (x-10)^2 - 2$

17) $\log_2 (3-x) - \log_{\frac{1}{2}} (1-x) = 3$

18) $\log_4 \left(2x^2 - x + 1\right) = \log_2 (2x)$

19) $3\log_8 (x-2) = \log_2 \sqrt{2x-1}$

20) $\log_2 \left(21 - \sqrt{x}\right) = \log_2 \left(\sqrt{x} - 3\right) + 1$

21) $\log_5 x + \log_{25} x = \log_{\frac{1}{5}} \sqrt{3}$

B

22) $\lg(x+5) - \lg(3x+25) = \lg(x-15) - \lg 17$

23) $1 + \log_3 \dfrac{x+2}{x+5} = \dfrac{1}{4}\log_{\sqrt{3}} (x-2)^2$

24) $\log_5 \dfrac{x+8}{x-3} = \dfrac{1}{6}\log_{\sqrt[3]{5}} (x-4)^2 - 1$

25) $\lg\left(2^x + 1\right) - \lg 6 = x \lg 5 - x$

26) $\lg\left(2^x + x - 1\right) = x(1 - \lg 5)$

27) $\log_2 \left(2^x + 3\right) + \log_2 \left(5 - 2^x\right) = 4$

28) $\log_3 \left(8 + 3^x\right) + \log_3 \left(10 - 3^x\right) = 4$

www.nismath.org

29) $\lg\left(x^3+1\right)-0,25\cdot\lg\left(x^2+2x+1\right)^2=\lg 3$

30) $\log_5 x^2=0,5\cdot\log_5\left(4x-3\right)^2$

31) $\log_x\sqrt{3}-\log_{x^2}27=\frac{1}{2}$

32) $\log_2\sqrt{x+1}-1=\log_2 3-\log_2\sqrt{2x+3}$

33) $\log_4\left(25^x-4\cdot5^x+43\right)=2+\log_4 3$

ЖАУАПТАРЫ

1) 1,5	**2)** 7	**3)** 5	**4)** 5	**5)** 6
6) 11	**7)** 2	**8)** 3; 5	**9)** 5	**10)** 1
11) 3	**12)** 3	**13)** –1	**14)** 1	**15)** 1
16) 3	**17)** –1	**18)** 0,5	**19)** 5	**20)** 81
21) $\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$	**22)** 20	**23)** 4	**24)** 14	**25)** 1
26) 1	**27)** 0	**28)** 0	**29)** 2	**30)** $-2\pm\sqrt{7}$; 1; 3
31) $\frac{1}{9}$	**32)** 3	**33)** 1		

4-тобы. Жаңа айнымалы енгізу арқылы теңдеуді шешіңіз:

3.4.4

А

1) $\frac{17-\lg x}{4\lg x}=4\lg x$

2) $\log_{\frac{2}{2}} x+\log_2 x^2=-1$

www.nismath.org

3) $\log_4^2 x + \log_4 \sqrt{x} = 1{,}5$

4) $\dfrac{\log_2^2 x - \log_2 x - 2}{\log_2 x + 1} = 1$

5) $4 - \lg x = 3\sqrt{\lg x}$

6) $\lg^2 x + 2\log_{100} x - 6 = 0$

7) $\lg^2\left(\dfrac{1}{x-1}\right) + \lg(x-1) = \lg 100$

8) $\dfrac{1}{5 - \lg x} + \dfrac{2}{1 + \lg x} = 1$

B

9) $0{,}5 \lg x \cdot \lg 0{,}001 x = \lg 0{,}1$

10) $\dfrac{1}{\lg x} + \dfrac{1}{\lg 10x} + \dfrac{3}{\lg 100x} = 0$

11) $0{,}1 \cdot \lg^4 x - \lg^2 x + 0{,}9 = 0$

12) $\lg^2(100x) + \lg^2(10x) = 14 \cdot \lg x + 15$

13) $\log_4^2 x^2 + \log_4 x^4 = 8$

14) $\log_{\frac{1}{3}}^2 \dfrac{1}{x} + 3\log_3 \dfrac{1}{3} = \log_3 x^2$

15) $\dfrac{\log_2 x}{\log_4 2x} = \dfrac{\log_8 4x}{\log_{16} 8x}$

16) $\log_3 x = 1 + \log_x 9$

www.nismath.org

17) $\dfrac{\lg^2(10x)}{5-\lg x}=1$

18) $4^{\log_5 x}-5\cdot 2^{\log_5 x}+2^{\log_5 25}=0$

19) $\lg^2(10x)+\lg x-19=0$

20) $x+\log_2\left(2^x-31\right)=5$

21) $\lg\left(10x^2\right)\cdot\lg x=1$

22) $4^{\log_2 \lg x}=\lg x-\lg^2 x+1$

23) $\log_3 x\cdot\log_9(3x)=2\log_9 3$

24) $\log_{0,5}\left(\log_2^2 x-3\log_2 x+4\right)=-1$

25) $2\log_{-x}^2 4+3\log_{-x}4-2=0$

26) $\log_{\frac{1}{4}}^2(-x)-\log_{\frac{1}{4}}(-x)-2=0$

ЖАУАПТАРЫ

1) $10^{-\frac{17}{16}}$; 10 **2)** $\frac{1}{2}$ **3)** $\frac{1}{8}$; 4

4) 8 **5)** 10 **6)** 10^{-3}; 10^2

7) 1,01; 11 **8)** 100; 1000 **9)** 10; 100

10) $10^{\frac{-4\pm\sqrt{6}}{5}}$ **11)** 0,001; 0,1; 10; 1000 **12)** 10^{-1}; 10^5

13) $\pm\frac{1}{16}$; ± 4 **14)** $\frac{1}{3}$; 27 **15)** $\frac{1}{16}$; 2

www.nismath.org

16) $\frac{1}{3}$; 9 **17)** 10^{-4}; 10 **18)** 1; 25

19) 10^{-6}; 10^{3} **20)** 5 **21)** 0,1; $\sqrt{10}$

22) 10 **23)** $\frac{1}{9}$; 3 **24)** 2; 4

25) -16; $-\frac{1}{2}$ **26)** -4; $-\frac{1}{16}$

5-тобы. Логарифмдерді бірдей негізге келтіру әдісімен теңдеулерді шешіңіз:

3.4.5

B

1) $\log_x 2 - \log_4 x + \frac{7}{6} = 0$

2) $\log_x 2 + \log_{4x} 4 = 1$

3) $\log_x 2 \cdot \log_{2x} 2 = \log_4 2$

4) $\log_7 x + \log_x 7 = 2{,}5$

5) $\log_{3x} 3 = \log_{x^2} 3$

6) $\log_x (3x-4) + \log_{3x-4} (x) = 2$

7) $\log_{x^2} 16 + \log_{2x} 64 = 3$

8) $\log_2 (x+1) + \frac{1}{\log_x 2} = \log_2 30$

9) $\log_5 x \cdot \log_3 x = 9 \log_5 3$

10) $1 + \log_2 (x-1) = \log_{x-1} 4$

www.nismath.org

11) $\log_x\left(5x^2\right)\cdot\log_5^2 x=1$

12) $\log_2 x+\log_3 x=1$

13) $\log_2 x+\log_5 x=\log_5 10$

14) $\log_x 2\cdot\log_{\frac{x}{16}} 2=\log_{\frac{x}{64}} 2$

15) $\log_2 x+\log_x 2=\dfrac{10}{3}$

16) $\log_2(x+4)=\log_{4x+16} 8$

17) $1+2\log_x 2\cdot\log_4(10-x)=\dfrac{2}{\log_4 x}$

18) $\log_3(2x+1)=2\log_{2x+1} 3+1$

19) $\dfrac{1}{\log_x 10}+\dfrac{1}{\log_{x+3} 10}=1$

20) $\lg^2(10x)+\dfrac{1}{\log_x 10}=5$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$; 8 **2)** $\frac{1}{2}$; 4 **3)** $\frac{1}{4}$; 2 **4)** $\sqrt{7}$; 49

5) 3 **6)** 2 **7)** $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$; 4 **8)** 5

9) $\frac{1}{27}$; 27 **10)** $\frac{5}{4}$; 3 **11)** $\frac{1}{5}$; $\sqrt{5}$ **12)** $2^{\log_6 3}$

13) 2 **14)** 4; 8 **15)** $\sqrt[3]{2}$; 8 **16)** $-3\frac{7}{8}$; -2

17) 2; 8 **18)** $-\frac{1}{3}$; 4 **19)** 2 **20)** 0,0001; 10

www.nismath.org

6-тобы. Теңдеулердің екі жағын да логарифмдеу арқылы теңдеулерді шешіңіз:

3.4.6

В

1) $x^{\lg x}=1000\,x^2$

2) $x^{\lg x-3}=0{,}01$

3) $x^{\log_5 x}=625$

4) $x^{\frac{\lg x+5}{3}}=10^{5+\lg x}$

5) $x^{\frac{\lg x+7}{4}}=10^{\lg x+1}$

6) $x^{1+\log_3 x}=9x^2$

7) $16^{\log_x 2}=8$

8) $100\,x=x^{\lg x}$

9) $x^{3-4\lg x}=0{,}1$

10) $x^{\lg x+1}=100$

11) $x^{\log_2 x+4}=32$

12) $2^{\log_2^2 x}+x^{\log_2 x}=4$

13) $3^{\log_3^2 x}+x^{\log_3 x}=162$

14) $x^{\log_4 x}=x\cdot 16^{\log_4 x}$

15) $x^{\log_3 x}=9x^{-1}$

16) $(8x)^{\log_2 x-3}=32\sqrt{x}$

17) $2^{\log_2^2 x}+x^{\log_2 x}=32$

ЖАУАПТАРЫ

1) 0,1; 1000 2) 10; 100 3) $\frac{1}{25}$; 25 4) 10^{-5}; 10^3

5) 10^{-4}; 10 6) $\frac{1}{3}$; 9 7) $2\sqrt[3]{2}$ 8) $\frac{1}{10}$; 100

9) $\sqrt[4]{0{,}1}$; 10 10) 0,01; 10 11) $\frac{1}{32}$; 2 12) $\frac{1}{2}$; 2

13) $\frac{1}{9}$; 9 14) 1; 64 15) $\frac{1}{9}$; 3 16) $\frac{\sqrt{2}}{16}$; 16

17) $\frac{1}{4}$; 4

www.nismath.org

3.4.7

7-тобы. Теңдеулерді әртүрлі әдістермен шешіңіз:

С

1) $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{\log_3 x \cdot \log_2 x}{\log_3 x - \log_2 x}} = 4$

2) $6^{\lg x} = 72 - x^{\lg 6}$

3) $\lg x + \frac{1}{2}\lg x + \frac{1}{4}\lg x + \frac{1}{8}\lg x + \ldots = 2$

4) $x^{\lg\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots\right)} = 1$

5) $\log_{1-x}(3-x) = \log_{3-x}(1-x)$

6) $3\log_x 4 + 2\log_{4x} 4 + 3\log_{16x} 4 = 0$

7) $\log_{x+1}\left(x^3+8-9x\right)\cdot\log_{x-1}(x+1) = 3$

8) $\log_x 9x^2 \cdot \log_3^2 x = 4$

9) $4^{\lg x+1} - 6^{\lg x} - 3\cdot 3^{\lg x^2} = 0$

10) $\log_5\left(5^{\frac{1}{x}} + 125\right) = \log_5 6 + 1 + \frac{1}{2x}$

11) $\lg\lg x + \lg\left(\lg x^3 - 2\right) = 0$

12) $|x-3|\cdot\lg x = 2(x-3)$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\frac{1}{2}$ 2) 100 3) 10 4) $x \in \mathbb{R},\ x \neq 0$

www.nismath.org

5) $2-\sqrt{2}$ **6)** $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{2}$ **7)** 3 **8)** $\frac{1}{9}$; 3

9) 1 **10)** $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$ **11)** 10 **12)** 0,01; 3; 100

www.nismath.org

§ 5. ЛОГАРИФМДІК ТЕҢСІЗДІКТЕРДІ ШЕШУ

1-тобы. Теңсіздіктерді мәндес жүйемен алмастыру арқылы теңсіздіктерді шешіңіз:

3.5.1

А

1) $\log_{0,4}\left(x^2-7x\right)\geq\log_{0,4}\left(3x+11\right)$

2) $\lg\dfrac{x+3}{x+4}>\lg\dfrac{x+5}{x+2}$

3) $\lg\left(2x^2+4x+10\right)>\lg\left(x^2-4x+3\right)$

4) $\log_2\dfrac{4}{x+3}>\log_2\left(2-x\right)$

5) $3^{\log_2\left(\frac{x-1}{x+2}\right)}<\dfrac{1}{9}$

6) $\log_{0,5}\left(x^2-5x+6\right)>-1$

7) $\log_{\sin\frac{\pi}{3}}\left(x^2-3x+2\right)\geq 2$

8) $\log_{0,(3)}\dfrac{2-3x}{x}\geq -1$

9) $\log_{\frac{1}{4}}\dfrac{x-3}{x+3}\geq\cos\dfrac{2\pi}{3}$

10) $\log_{\frac{1}{4}}\left(2x+3\right)>\log_9 27$

11) $2-\log_2\left(x^2+3x\right)\geq 0$

12) $3^{\log_2\left(x^2-3x+2\right)}\leq 3$

www.nismath.org

13) $4^{\log_4(4-9x)} < 16$

14) $\log_{\sqrt{10}}\left(2x^2+x\right) < 2$

15) $\log_3\left(x^2+10x+24\right) \le \log_3\left(6x+36\right)$

16) $\log_{0,5}\left(x+5\right)^2 > \log_{\frac{1}{2}}\left(3x-1\right)^2$

17) $\lg\sqrt{x^2-3x+4} - \lg\sqrt{x+1} > 0$

18) $\log_2\left(2x-1\right) < \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 2$

19) $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x < 6$

20) $\log_5\sqrt{x} - 2\log_{25} x > 2$

B

21) $\lg\left(x-2\right)+\lg\left(27-x\right) < 2$

22) $\log_{0,1}\left(x^2+75\right) - \log_{0,1}\left(x-4\right) \le -2$

23) $\log_{20} x + \log_{20}\left(x+1\right) \le \log_{20}\left(2x+6\right)$

24) $\log_5\left(20+5^x\right) > 3-x$

25) $\log_{\frac{1}{2}} \log_3 \frac{x-4}{x-6} > 0$

26) $\log_2\left(x+2\right) < 1-3\log_8\left(x+1\right)$

27) $\log_{2x-3} x > 1$

www.nismath.org

28) $\log_{x^2}(3x+4) \geq 1$

29) $\log_{x-2}(2x-3) > \log_{x-2}(24-6x)$

30) $\log_{\frac{x-1}{x+5}} 0,3 > 0$

31) $\log_x \frac{x+3}{x-1} > 1$

32) $\log_3 x + \log_3 (x-1) - 1 \leq \log_3 2$

33) $\log_{0,5} \log_5 (x^2-4) > \log_{0,5} 1$

34) $\log_2 (4^x - 5 \cdot 2^x + 2) > 2$

35) $\left(\frac{2}{5}\right)^{\log_{0,25}(x^2+5x+8)} \leq 2,5$

36) $\log_{0,5} \log_6 \frac{x^2+x}{x+4} \leq 0$

37) $\log_{\frac{1}{2}} \log_8 \frac{x^2-1}{x-2} \leq 0$

38) $\log_3 |3-4x| > 2$

39) $\log_7 (x^2-6) \leq \log_7 |x|$

40) $\log_2 \left|1+\frac{1}{x}\right| > 1$

41) $4-x < \log_2 (6+2^x)$

www.nismath.org

42) $1-2\log_{\frac{1}{9}}(x+2)\geq\log_3(x-3)$

43) $\lg 10^{\lg\left(x^2+21\right)}>1+\lg x$

44) $\log_2\left(9^{x-1}+7\right)-2<\log_2\left(3^{x-1}+1\right)$

45) $\log_\pi(x+27)-\log_\pi(16-2x)<\log_\pi x$

46) $\log_7 x-\log_7(2x-5)\leq\log_7 2-\log_7(x-3)$

47) $\left|3-\log_2 x\right|<2$

48) $\dfrac{\log_{0,5}\left(x^2-3\right)}{\lg 3}\leq 0$

49) $\log_{0,5}\left(x^2-1\right)\cdot\lg 0,5\leq 0$

50) $\log_x\dfrac{4x+5}{6-5x}<-1$

ЖАУАПТАРЫ

1) $[-1;0)\cup(7;11]$

2) $(-\infty;-5)$

3) $(-\infty;-7)\cup(-1;1)\cup(3;\infty)$

4) $(-3;-2)\cup(1;2)$

5) $(1;2)$

6) $(1;2)\cup(3;4)$

7) $\left[\frac{1}{2};1\right)\cup\left(2;\frac{5}{2}\right]$

8) $\left[\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$

9) $(-\infty;-9]\cup(3;\infty)$

10) $\left(-\frac{3}{2};-\frac{23}{16}\right)$

www.nismath.org

11) $[-4;-3)\cup(0;1]$

12) $[0;1)\cup(2;3]$

13) $\left(-\frac{4}{3};\frac{4}{9}\right)$

14) $\left(-\frac{5}{2};-\frac{1}{2}\right)\cup(0;2)$

15) $(-4;2]$

16) $(-\infty;-5)\cup(-5;-1)\cup(3;\infty)$

17) $(-1;1)\cup(3;\infty)$

18) $\left(\frac{1}{2};\frac{5}{8}\right)$

19) $(0;27)$

20) $\left(0;\frac{1}{625}\right)$

21) $(2;7)\cup(22;27)$

22) $(4;5]\cup[95;\infty)$

23) $(0;3]$

24) $(1;\infty)$

25) $(7;\infty)$

26) $(-1;0)$

27) $(2;3)$

28) $(1;4]$

29) $(2;3)\cup\left(\frac{27}{8};4\right)$

30) $(1;\infty)$

31) $(1;3)$

32) $(1;3]$

33) $\left(-3;-\sqrt{5}\right)\cup\left(\sqrt{5};3\right)$

34) $x>\log_2\left(5+\sqrt{33}\right)-1$

35) $[-4;-1]$

36) $(-4;-3]\cup[8;\infty)$

37) $(2;3]\cup[5;\infty)$

38) $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right)\cup(3;\infty)$

39) $\left[-3;-\sqrt{6}\right)\cup\left(\sqrt{6};3\right]$

40) $\left(-\frac{1}{3};0\right)\cup(0;1)$

41) $(1;\infty)$

42) $(3;\infty)$

www.nismath.org

43) $(0;3)\cup(7;\infty)$

44) $(1;2)$

45) $\left(3;\frac{9}{2}\right)$

46) $(3;5]$

47) $(2;32)$

48) $(-\infty;-2]\cup[2;\infty)$

49) $\left[-\sqrt{2};-1\right)\cup\left(1;\sqrt{2}\right]$

50) $\left(\frac{1}{2};1\right)$

2 - тобы. Жаңа айнымалы енгізу арқылы теңсіздіктерді шешіңіз:

3.5.2

В

1) $\frac{1}{1+\lg x}+\frac{1}{1-\lg x}>2$

2) $\frac{1-\log_4 x}{1+\log_2 x}\le\frac{1}{2}$

3) $4\log_4^2 x-\log_4 x>3$

4) $\frac{2}{1+\lg x}\ge 1$

5) $\log_2^2(x-1)^2+5\log_{0,5}(x-1)>-1$

6) $\log_5(x+3)\ge\log_{x+3}625$

7) $\frac{\lg^2 x-4\lg x+5}{2\lg x-3}<1$

8) $\frac{\lg^2 x+\lg x-6}{\lg x}>0$

www.nismath.org

9) $\log_2 x - 2\log_x 2 + 1 \geq 0$

10) $\lg x + 6\log_x 10 \leq 5$

11) $\lg^2(-x) + \lg x^2 - 3 < 0$

12) $\log^2_{0,5} x + \log_{0,5} x - 2 \leq 0$

13) $\left(\frac{x}{10}\right)^{\lg x - 2} < 100$

14) $\left(\frac{x}{4}\right)^{\log_2 x - 1} < 4$

15) $\frac{1}{\lg x} - \frac{1}{\lg x - 1} < 1$

16) $\log_2\left(2^x + 1\right) \cdot \log_{0,5}\left(2^{x+1} + 2\right) > -2$

17) $\log_2 x \leq \frac{2}{\log_2 x - 1}$

18) $\log_3(x+2) > \log_{x+2} 81$

19) $\left(\lg^2 x + 2\lg x\right)^2 > 9$

20) $\log^2_3 x - 6\log_3 x + 5 \geq 0$

21) $\frac{\lg^2 x - 3\lg x + 3}{\lg x - 1} < 1$

22) $\log_2 x - \log_x 32 \leq 4$

23) $\log_{\sqrt{10}} \sqrt{x^3} \cdot \lg 100x < 3\lg x$

www.nismath.org

24) $\log_{\frac{1}{3}} x > \log_x 3 - \frac{5}{2}$

25) $\frac{\log_2 x - 5}{1 - 2\log_x 2} \geq 2\log_2 x$

26) $\log_2\left(\log^2_{0,5} x - \log_{0,5} x - 2\right) \geq 2$

27) $\log_3 x - \log^2_3 x \leq \frac{3}{2}\log_{\frac{1}{2\sqrt{2}}} 4$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\left(\frac{1}{10}; 1\right) \cup (1; 10)$

2) $\left(0; \frac{1}{2}\right) \cup \left[\sqrt{2}; \infty\right)$

3) $\left(0; \frac{\sqrt{2}}{4}\right) \cup (4; \infty)$

4) $\left(\frac{1}{10}; 10\right]$

5) $\left(1; 1+\sqrt[4]{2}\right) \cup (3; \infty)$

6) $[-2,96; -2) \cup [22; \infty)$

7) $\left(0; 10\sqrt{10}\right) \cup (100; 10\,000)$

8) $(0,001; 1) \cup (100; \infty)$

9) $\left[\frac{1}{4}; 1\right) \cup [2; \infty)$

10) $(0; 1) \cup [100; 1\,000]$

11) $(-10; -0,001)$

12) $[0,5; 4]$

13) $(1; 1\,000)$

14) $(1; 8)$

15) $(0; 1) \cup (10; \infty)$

16) $(-\infty; 0)$

17) $\left(0; \frac{1}{2}\right] \cup (2; 4]$

18) $\left(-\frac{17}{9}; -1\right) \cup (7; \infty)$

www.nismath.org

19) $(0;0,001)\cup(10;\infty)$

20) $(0;3]\cup[243;\infty)$

21) $(0;10)$

22) $\left(0;\frac{1}{2}\right]\cup(1;32]$

23) $\left(\frac{1}{10};1\right)$

24) $(0;1)\cup\left(\sqrt{3};9\right)$

25) $\left(0;\frac{1}{2}\right]\cup(1;4)$

26) $\left(0;\frac{1}{8}\right]\cup[4;\infty)$

27) $\left(0;\frac{1}{3}\right]\cup[9;\infty)$

3 - тобы. Интервалдар әдісімен теңсіздіктерді шешіңіз:

3.5.3

В

1) $\dfrac{3-\log_2\left(x^2-6x+8\right)}{x-3}>0$

2) $\dfrac{3x^2-16x+21}{\log_{0,3}\left(x^2+4\right)}<0$

3) $(x-1)\cdot\log_2\left(x^2-4x+3\right)<0$

4) $\dfrac{x^2(x-2)^2}{\log_{0,5}\left(x^2+1\right)}\geq 0$

5) $(4x-1)\cdot\log_2 x\geq 0$

6) $\dfrac{\left(\log_{\sqrt{2}}(x-3)\right)^2}{x^2.-4x-5}\geq 0$

www.nismath.org

7) $\dfrac{\log^2_{2,5-x}(2,5+x)}{(x+3,5)(x-1)} \geq 0$

8) $(x^2-4)\cdot \log_{\frac{1}{2}} x > 0$

9) $\dfrac{\log_2(3\cdot 2^{x-1}-1)}{x} \geq 0$

10) $\dfrac{\log_{0,3}|x-2|}{x^2-4x} < 0$

11) $\dfrac{x^2-4}{\log_{\frac{1}{2}}(x^2-1)} < 0$

12) $\dfrac{\log_{0,25}(5+x)}{\log_4(7-x)} > 0$

13) $\dfrac{\log_{0,2}(9-x)}{\log_5(7+x)} < 0$

14) $\dfrac{\log_{0,3}\left(\frac{10}{7}(\log_2 5-1)\right)}{(x-8)(2-x)} > 0$

15) $\dfrac{\lg 7-\lg(8-x^2)}{\lg(x+3)} > 0$

16) $\dfrac{4\log^2_2 x}{x^2-2} \geq 0$

www.nismath.org

17) $\dfrac{\sqrt{x-0,3}}{\log_2 x^2} \le 0$

18) $\dfrac{\log_5\left(x^2+3\right)}{4x^2-16x} < 0$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(-\infty; 0) \cup (4; 6)$

2) $\left(-\infty; \frac{7}{3}\right) \cup (3; \infty)$

3) $\left(-\infty; 2-\sqrt{2}\right) \cup \left(3; 2+\sqrt{2}\right)$

4) $x = 2$

5) $\left(0; \frac{1}{4}\right] \cup [1; \infty)$

6) $\{4\} \cup (5; \infty)$

7) $\{-1,5\} \cup (1; 1,5) \cup (1,5; 2,5)$

8) $(1; 2)$

9) $\left(\log_2 \frac{2}{3}; 0\right) \cup \left[\log_2 \frac{4}{3}; \infty\right)$

10) $(-\infty; 0) \cup (1; 2) \cup (2; 3) \cup (4; \infty)$

11) $(-\infty; -2) \cup \left(-\sqrt{2}; -1\right) \cup \left(1; \sqrt{2}\right) \cup (2; \infty)$

12) $(-5; -4) \cup (6; 7)$

13) $(-6; 8)$

14) $(-\infty; 2) \cup (8; \infty)$

15) $(-2; -1) \cup \left(1; \sqrt{8}\right)$

16) $\{1\} \cup \left(\sqrt{2}; \infty\right)$

17) $[0,3; 1)$

18) $(0; 4)$

www.nismath.org

4 - тобы. Логарифмдік теңсіздіктерді шешіңіз:

3.5.4

C

1) $\left|\log_2 x^2+2\right|>\left|\log_2 x+4\right|$

2) $\sqrt{2\log_{100} x}>\log_{10}\sqrt{x}$

3) $\sqrt{4-x^2}\left(\log_3\frac{x+1}{x}+2\right)\le 0$

4) $\frac{\log_2\cos x+1}{2x^2+3}>0$

5) $\frac{1-\log_{0,5}(-x)}{\sqrt{2-6x}}<0$

6) $\frac{\lg\left(x^2-6x+8\right)}{\lg(x-8)}<1$

7) $\log_{0,5}\log_4\frac{2x-1}{x+1}<1$

8) $\frac{x-1}{\log_3\left(9-3^x\right)-3}\ge 0$

9) $5^{\log_5^2 x}+x^{\log_5 x}<10$

10) $x^{(\lg x)^2-3\lg x+1}>1000$

11) $x^{\log_2 x-2}>\frac{x}{4}$

www.nismath.org

Логарифмдік теңсіздіктердің жүйесін шешіңіз:

12) $\begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^{-2x+1} > 32 \\ \log_4 (x-6)^2 \le 1 \end{cases}$

13) $\begin{cases} \log_3 (1-x)^2 \le 2 \\ 3^{2x-6} < \frac{1}{27} \end{cases}$

14) $\begin{cases} \log_2 \left(x^2 - 2x - 2\right) > 0 \\ 2^{2x^2+5x+2} > 1 \end{cases}$

15) $\begin{cases} \log_{0,5} \left(x^2 - 5x + 7\right) > 0 \\ \log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x < 6 \end{cases}$

16) $\begin{cases} \log_4 (x+7) \ge \log_2 (x+1) \\ \log_2 (x-2) + \log_2 (x+2) \le \log_2 5 \end{cases}$

17) $\begin{cases} \log_{0,2} (x+2) - \log_5 x > \log_{0,2} 15 \\ |2x+1| < |x-3| \end{cases}$

18) $\begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} (x-3) > -1 \\ \sin x > 0 \end{cases}$

19) $\begin{cases} \lg |x-2| < 2 \\ \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} < 27^x \end{cases}$

20) $\begin{cases} \lg^2 x + \lg 0,01x > 0 \\ \frac{1}{x} < 1000 \end{cases}$

www.nismath.org

21) $\begin{cases} \lg\left(x^2-3x-3\right)\geq 0 \\ \lg\left(x^2-15\right)<1 \end{cases}$

22) $\begin{cases} \dfrac{x^2+5}{x^2-16x+64}>0 \\ \lg(x-5)-2\lg 2<\lg\sqrt{x+7} \end{cases}$

23) $-1<\lg\dfrac{12-5x}{3}<1$

24) $\begin{cases} \dfrac{2^{4x+2}}{4^{x+1}}>1 \\ 1+\log_3(x-4)\leq\log_3(x+21) \end{cases}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\left(0;\frac{1}{4}\right)\cup(4;\infty)$

2) $\left(1;10^4\right)$

3) $\{-2\}\cup\left[-\frac{9}{8};-1\right)\cup\{2\}$

4) $\left(-\frac{\pi}{3}+2\pi k;\frac{\pi}{3}+2\pi k\right);\ k\in\mathbb{Z}$

5) $\left(-\frac{1}{2};0\right)$

6) $(8;9)$

7) $(-\infty;-1)$

8) $(-\infty;1]$

9) $(0,2;5)$

10) $(1000;\infty)$

11) $(0;2)\cup(4;\infty)$

12) $[4;6)\cup(6;8]$

13) $[-2;1)\cup\left(1;\frac{3}{2}\right)$

14) $(-\infty;-2)\cup(3;\infty)$

15) $(2;3)$

16) $x\in\varnothing$

www.nismath.org

17) $\left(0;\frac{2}{3}\right)$

18) $(3;\pi)$

19) $(-98;-3)\cup(0;2)\cup(2;102)$

20) $\left(\frac{1}{1000};\frac{1}{100}\right)\cup(10;\infty)$

21) $\left(-5;-\sqrt{15}\right)\cup[4;5)$

22) $(5;8)\cup(8;29)$

23) $(-3,6;2,34)$

24) $(4;16,5]$

www.nismath.org

§ 6. КӨРСЕТКІШТІК ЖӘНЕ ЛОГАРИФМДІК ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІН ШЕШУ

1 - тобы. Бірдей негізге келтіру арқылы көрсеткіштік теңдеулер жүйесін шешіңіз:

3.6.1

А

1) $\begin{cases} 2^x \cdot 4^y = 16 \\ 5^{3x} - 5^{4y+7} = 0 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 9^{x+y} = 729 \\ 3^{x-y-1} = 1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3^{x+y} = 243 \\ 9^{x-y-1} = 1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 8^x = 10y \\ 2^x = 5y \end{cases}$

5) $\begin{cases} 3^{2x-1} \cdot 27^{x+y} = 3 \\ (5x-y)^2 = 36 \end{cases}$

6) $\begin{cases} (0,7)^{x-y} = \left(\frac{10}{7}\right)^{-2} \\ (2,3)^{x+y} = 5,29 \end{cases}$

7) $\begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-y} = 128 \\ 7^{7x-y} = \frac{1}{49} \end{cases}$

8) $\begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^{3x-y} = 243 \\ 2^{5x-y} = \frac{1}{8} \end{cases}$

9) $\begin{cases} 5^{x+2} \cdot 2^{y+1} = \frac{1}{8} \\ x-y=2 \end{cases}$

10) $\begin{cases} 3^{x+3} \cdot 2^{y-2} = 3 \\ x-y=-4 \end{cases}$

www.nismath.org

11) $\begin{cases} 2^{x-y} = 4^{y} \\ \dfrac{6}{x} + \dfrac{1}{5y} = 1 \end{cases}$

12) $\begin{cases} (0,6)^{x-y} = \left(\dfrac{3}{5}\right)^{2} \\ (1,3)^{x+y} = 1,69 \end{cases}$

13) $\begin{cases} 7^{x} - 16y = 0 \\ 4^{x} - 49y = 0 \end{cases}$

14) $\begin{cases} 4^{(x-y)^2} - 1 = 3 \\ 5^{x+y} = 125 \end{cases}$

15) $\begin{cases} 2^{x-y} = 128 \\ \left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-2y+1} = 2^{-3} \end{cases}$

B

16) $\begin{cases} 3^{x} \cdot 5^{y} = 75 \\ 3^{y} \cdot 5^{x} = 45 \end{cases}$

17) $\begin{cases} 3^{x} \cdot 7^{y} = 27\,783 \\ x + y = 7 \end{cases}$

18) $\begin{cases} 2^{x} \cdot 3^{y} = 12 \\ 2^{y} \cdot 3^{x} = 18 \end{cases}$

19) $\begin{cases} 27^{x} = 3^{7-y} \\ \dfrac{1}{x} + 2 = \dfrac{10}{y} \end{cases}$

20) $\begin{cases} 4^{\frac{x}{y}} = 32 \cdot 8^{\frac{y}{x}} \\ 3^{\frac{x}{y}} = 3 \cdot 9^{\frac{1-y}{y}} \end{cases}$

21) $\begin{cases} 2^{y} \cdot 2^{x} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ \dfrac{3^{y}}{3^{x-y}} = 81 \end{cases}$

www.nismath.org

22) $\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 648 \\ 3^x \cdot 2^y = 432 \end{cases}$

23) $\begin{cases} 8 \cdot 2^y = 4^{1,5x-0,5} \\ 5^{2x} = \frac{1}{25} \cdot 5^y \end{cases}$

24) $\begin{cases} 2^{x-y} \cdot 2^{xy} = 8 \\ 9^y = 3^{4-x} \end{cases}$

25) $\begin{cases} 9^{xy} \cdot 3^{x^2+y^2} = 3 \\ \sqrt{25^{2x+y}} = \frac{5^x}{5^y} \end{cases}$

26) $\begin{cases} \frac{3^y}{27} = \left(\frac{1}{9}\right)^{0,5-x} \\ \left(\sqrt{2}\right)^{2x} = 2^{y-3,5} \end{cases}$

27) $\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 24 \\ 2^y \cdot 3^x = 54 \end{cases}$

28) $\begin{cases} 3^y \cdot \sqrt[x]{64} = 36 \\ 5^y \cdot \sqrt[x]{512} = 200 \end{cases}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\left(3; \frac{1}{2}\right)$ **2)** $(2; 1)$ **3)** $(3; 2)$

4) $\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{5}\right)$ **5)** $(1; -1)$; $(-0,8; 2)$ **6)** $(2; 0)$

7) $(1; 9)$ **8)** $(1; 8)$ **9)** $(-2; -4)$

10) $(-2; 2)$ **11)** $(6,6; 2,2)$ **12)** $(2; 0)$

13) $\left(-2; \frac{1}{784}\right)$ **14)** $(1; 2)$; $(2; 1)$ **15)** $(12; 5)$

www.nismath.org

16) $(1;2)$ 17) $(4;3)$ 18) $(2;1)$

19) $(-1;10)$; $\left(\frac{7}{6};\frac{7}{2}\right)$ 20) $(-2;4)$; $\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$ 21) $\left(-\frac{5}{3};\frac{7}{6}\right)$

22) $(3;4)$ 23) $(6;14)$ 24) $(2;1)$; $(5;-0,5)$

25) $(2;-1)$; $(-2;1)$ 26) $\left(\frac{3}{2};5\right)$ 27) $(3;1)$

28) $(3;2)$

2-тобы. Жаңа айнымалылар енгізу арқылы көрсеткіштік теңдеулер жүйесін шешіңіз:

3.6.2

A

1) $\begin{cases} 5^x \cdot 5^y = 3125 \\ 5^x + 5^y = 150 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3^x \cdot 7^y = 63 \\ 3^x + 7^y = 16 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2^x + 3^y = 17 \\ 2^{x+2} - 3^{y+1} = 5 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2 \cdot 7^x - 4 \cdot 6^y = 542 \\ 3 \cdot 7^x - 5 \cdot 6^y = 849 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 2^x + 2^y = 5 \\ 2^{x+y} = 4 \end{cases}$

6) $\begin{cases} 5 \cdot 2^{x-1} - 2 \cdot 5^{y+1} = -\frac{75}{8} \\ 4^x + 5^y = \frac{17}{16} \end{cases}$

7) $\begin{cases} 3^x + 3^y = 28 \\ 3^{x+y} = 27 \end{cases}$

www.nismath.org

B

8) $\begin{cases} 3^x - 2^{2y} = 17 \\ 3^{\frac{x}{2}} + 2^y = 17 \end{cases}$

9) $\begin{cases} 7^{2x} + 4^{2y+1} = 85 \\ 7^x - 4^y = 5 \end{cases}$

10) $\begin{cases} 3^x - 2^{2y} = 23 \\ \sqrt{3^{2x}} - 2^y = 25 \end{cases}$

11) $\begin{cases} 3^x + 2^{x+y+1} = 5 \\ 3^{x+1} - 2^{x+y} = 1 \end{cases}$

12) $\begin{cases} 3 \cdot 2^x - 2^{x+y} = -2 \\ 5 \cdot 2^{x+1} - 2^{x+y-1} = 16 \end{cases}$

13) $\begin{cases} 3^x + 3^y = 36 \\ 3^{2x-y} + 3^x = 12 \end{cases}$

14) $\begin{cases} 25^{2x} + 25^{2y} = 30 \\ 25^{x+y} = 5\sqrt{5} \end{cases}$

15) $\begin{cases} 3^x - 4^y = 77 \\ \left(\sqrt{3}\right)^x - 2^y = 7 \end{cases}$

16) $\begin{cases} 3^{2x} - 2^y = 77 \\ 3^x - 2^{\frac{y}{2}} = 7 \end{cases}$

17) $\begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^{x-y} - \left(\frac{2}{3}\right)^{x-y} = \frac{65}{36} \\ xy - x + y = 118 \end{cases}$

18) $\begin{cases} 2x + 2^y = -1 \\ -20x + 3{,}5 \cdot 2^{y+1} = 146 \end{cases}$

19) $\begin{cases} 5^{2x} - 2^y = 561 \\ 5^x - 2^{\frac{y}{2}} = 17 \end{cases}$

20) $\begin{cases} 2^{\cos x} + 4^{\sin y} = 3 \\ 2^{\cos x} \cdot 4^{\sin y} = 2 \end{cases}$

21) $\begin{cases} 3^{-x} - 2^{y^2} = 77 \\ \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x}{2}} - 2^{0{,}5y^2} = 7 \end{cases}$

22) $\begin{cases} 64^{2x} + 64^{2y} = 12 \\ 64^{x+y} = 4\sqrt{2} \end{cases}$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $(2;3)$; $(3;2)$

2) $\left(\log_3 7; \log_7 9\right)$; $(2;1)$

3) $(3;2)$

4) $(3;2)$

5) $(0;2)$; $(2;0)$

6) $(-2;0)$

7) $(0;3)$; $(3;0)$

8) $(4;3)$

9) $\begin{cases} x = \log_7\left(\sqrt{13}+4\right) \\ y = \log_4\left(\sqrt{13}-1\right) \end{cases}$

10) $(3;1)$

11) $(0;1)$

12) $(1;2)$

13) $(2;3)$

14) $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$; $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right)$

15) $(4;1)$

16) $(2;2)$

17) $(-10;-12)$; $(12;10)$

18) $(-4,5;3)$

19) $(2;6)$

20) $(2\pi k;\pi n)$; $\left(\frac{\pi}{2}+\pi k;(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n\right)$

21) $\left(-4;\sqrt{2}\right)$; $\left(-4;-\sqrt{2}\right)$

22) $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{6}\right)$; $\left(\frac{1}{6};\frac{1}{4}\right)$

***Жауаптарында** $k, n \in \mathbb{Z}$ **параметрлері**

www.nismath.org

3.6.3

3-тобы. Потенцирлеу әдісімен логарифмдік теңдеулер жүйесін шешіңіз:

В

1) $\begin{cases} \lg x - \lg y = \lg 1{,}6 \\ 5x + 2y = 100 \end{cases}$

2) $\begin{cases} \lg x - \lg y = \lg 15 - 1 \\ 3x + 2y = 39 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \lg\left(x^2 + y^2\right) = 1 + \lg 13 \\ \lg(x+y) - \lg(x-y) = 3\lg 2 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 425 \\ \lg x + \lg y = 2 \end{cases}$

5) $\begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}(y-x) + \log_2\left(\frac{1}{y}\right) = -2 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$

6) $\begin{cases} \log_5 x + \log_5 y = 2 + 2\log_5 4 \\ \log_{81}(y-x) = 0{,}5 \end{cases}$

7) $\begin{cases} \log_4 x + \log_4 y = 1 + \log_4 9 \\ x + y - 20 = 0 \end{cases}$

8) $\begin{cases} \log_2\left(x^2 + y^2\right) = 5 \\ 2\log_4 x + \log_2 y = 4 \end{cases}$

www.nismath.org

9) $\begin{cases} \lg^2 x - \lg^2 y = 1 \\ \log_2 x - \log_2 y = 1 + \log_2 5 \end{cases}$

10) $\begin{cases} 3^{1+\log_3 (x+y)} = 15 \\ \log_5 (x+y) + \log_5 (x-y) = 1 \end{cases}$

11) $\begin{cases} \log_3 (x+2y) + \log_{\frac{1}{3}} (x-2y) = 1 \\ x^2 + y^2 = 4 + \dfrac{y}{2} \end{cases}$

12) $\begin{cases} \log_2 \log_3 (x+y) = 1 \\ \lg x + \lg y = 3 \lg 2 \end{cases}$

13) $\begin{cases} \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y} = \dfrac{2}{15} \\ \log_3 x + \log_3 y = 1 + \log_3 5 \end{cases}$

14) $\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 2 + \log_2 5 \\ \log_{0,5} (x-y) = 0 \end{cases}$

15) $\begin{cases} \log_2 x + \log_4 y = \dfrac{3}{2} \\ \log_{16} x + \log_4 y = \dfrac{3}{2} \end{cases}$

16) $\begin{cases} 2 + \log_2 (x+y) = \log_2 8 \\ x^2 - y^2 = 16 \end{cases}$

www.nismath.org

17) $\begin{cases} 10^{1+\lg(x+y)} = 40 \\ \lg(x-y)+\lg(x+y)=3\lg 2 \end{cases}$

18) $\begin{cases} \log_4 x - \log_2 y = 0 \\ x^2 - 5y^2 + 4 = 0 \end{cases}$

19) $\begin{cases} \lg(x+y)+\lg(x-y)=1+2\lg 2 \\ 10^{\lg(x-y)+1} = 40 \end{cases}$

20) $\begin{cases} \log_3 x^2 = 2 \\ \log_3 x - \log_3 y = 1 \end{cases}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(16;10)$ **2)** $(9;6)$ **3)** $(9;7)$

4) $(5;20)$; $(20;5)$ **5)** $\left(-\frac{7\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $(3;4)$ **6)** $(16;25)$

7) $(2;18)$; $(18;2)$ **8)** $(4;4)$ **9)** $(10;1)$

10) $(3;2)$ **11)** $\left(2;\frac{1}{2}\right)$ **12)** $(1;8)$; $(8;1)$

13) $(3;5)$ **14)** $(5;4)$ **15)** $(1;8)$

16) $(5;-3)$ **17)** $(3;1)$ **18)** $(1;1)$; $(4;2)$

19) $(7;3)$ **20)** $(3;1)$

www.nismath.org

3.6.4

4-тобы. Жаңа айнымалылар енгізу арқылы логарифмдік теңдеулер жүйесін шешіңіз:

В

1) $\begin{cases} \log_x y - \log_y x = \frac{3}{2} \\ x + y = 0,75 \end{cases}$

2) $\begin{cases} xy = 30 \\ x^{\lg y} = 3 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \log_x y + \log_y x = 2 \\ x^2 + y = 12 \end{cases}$

4) $\begin{cases} \log_y x + \log_x y = \frac{26}{5} \\ xy = 64 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x^{\log_5 y} = 64 \\ xy = 500 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x^y = \frac{1}{\sqrt{1\,000}} \\ \frac{1}{y} \cdot \lg x = -6 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x^{\lg y} = 2 \\ xy = 20 \end{cases}$

8) $\begin{cases} \log_x y + \log_y x = 2,5 \\ 4\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 1 \end{cases}$

9) $\begin{cases} \log_x y + 4\log_y x = 4 \\ x^2 + 3y = 8 \end{cases}$

10) $\begin{cases} \lg x \cdot \lg(xy) = 2 \\ \lg\left(\frac{x}{y}\right) = 3 \end{cases}$

11) $\begin{cases} \log_y x - 2\log_x y = 1 \\ x^2 + 2y^2 = 3 \end{cases}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$

2) $(3; 10)$; $(10; 3)$

www.nismath.org

3) $(3;3)$

4) $(2;32)$; $(32;2)$

5) $(4;125)$; $(125;4)$

6) $\left(0{,}001;\frac{1}{2}\right)$; $\left(1000;-\frac{1}{2}\right)$

7) $(2;10)$; $(10;2)$

8) $\left(\frac{1}{9};\frac{1}{81}\right)$

9) $\left(\sqrt{2};2\right)$

10) $(100;0{,}1)$; $\left(\frac{1}{\sqrt{10}};\frac{1}{\sqrt{10^7}}\right)$

11) $\left(\sqrt{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

3.6.5

5-тобы. Көрсеткіштік және логарифмдік теңдеулер жүйесін шешіңіз:

В

1) $\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 576 \\ \log_{\sqrt{2}}(y-x)=4 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2^{\frac{x-y}{2}} - 2^{\frac{x-y}{4}} = 12 \\ 3^{\lg(2y-x)} = 1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3^{\log_3 y} - \log_3 x = 1 \\ x^y = 3^{12} \end{cases}$

4) $\begin{cases} \log_{11}(y-3x)=1 \\ \sqrt[4]{2^{3y-2x}} = 8 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 5^{\log_6(x-4y)} = 1 \\ 4^{x-2y} - 7\cdot 2^{x-2y} = 8 \end{cases}$

www.nismath.org

6) $\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 1152 \\ \log_{\sqrt{5}}(y-x) = 2 \end{cases}$

7) $\begin{cases} \log_3 x - 2^y + y = 3 \\ y \cdot 2^y + 2^y \cdot \log_3 x = 4 \end{cases}$

8) $\begin{cases} 2^x \cdot 4^y = 32 \\ \lg(x-y)^2 = 2\lg 2 \end{cases}$

9) $\begin{cases} 4^{x-y} = 16 \\ \log_5(\log_3 x + \log_3 y) = 0 \end{cases}$

10) $\begin{cases} 4^{1+\log_4(x+y)} = 12 \\ \log_{\frac{1}{3}}(x+y) + \log_{\frac{1}{3}}(x-y) = -1 \end{cases}$

11) $\begin{cases} \log_{\sqrt{2}}(x+y) = 2 \\ 3^{6-x} \cdot 4^{y+3} = 36 \end{cases}$

12) $\begin{cases} \log_2(x-y) = 1 \\ 2^x \cdot 3^{y+1} = 72 \end{cases}$

13) $\begin{cases} \left(\sqrt{3}\right)^{x-y} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2y} \\ \log_2(x+y) + \log_2(x-y) = 4 \end{cases}$

14) $\begin{cases} 2^{\log_{\sqrt{2}} x} = y^4 \\ \log_2 x - \log_2 y = 1 \end{cases}$

www.nismath.org

15) $\begin{cases} \log_3(x-y)=\log_3 2 \\ 2^x\cdot 4^y=32 \end{cases}$

16) $\begin{cases} \log_3(x+y)=0 \\ 3^y\cdot\left(\frac{1}{7}\right)^x=63 \end{cases}$

17) $\begin{cases} 2x+3^y=10 \\ y=\log_3(18x) \end{cases}$

18) $\begin{cases} \log_2(4x-y)=-1 \\ 9^{2x+2}\cdot 3^{2y}=1 \end{cases}$

19) $\begin{cases} 3^y+x=10 \\ y-\log_3 x=2 \end{cases}$

20) $\begin{cases} 5^x\cdot 2^y=3\,200 \\ \log_{\sqrt{5}}(y-x)=2 \end{cases}$

21) $\begin{cases} 2^x\cdot 8^{-y}=2\sqrt{2} \\ \log_9\frac{1}{x}+0,5=\frac{1}{2}\log_3 9y \end{cases}$

22) $\begin{cases} \log_3 x+\log_3 y=1 \\ 3^{x-y}=\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} \end{cases}$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $(2;6)$ 2) $(17;9)$ 3) $(27;4)$

4) $(-3;2)$ 5) $(5;1)$ 6) $(2;7)$

7) $(81;0)$ 8) $\left(\frac{1}{3};\frac{7}{3}\right)$; $(3;1)$ 9) $(3;1)$

10) $(2;1)$ 11) $(4;-2)$ 12) $(3;1)$

13) $(5;3)$ 14) $(4;2)$ 15) $(3;1)$

16) $(-1;2)$ 17) $\left(\frac{1}{2};2\right)$ 18) $\left(-\frac{1}{4};-1{,}5\right)$

19) $(1;2)$ 20) $(2;7)$ 21) $\left(2;\frac{1}{6}\right)$

22) $(3;1)$

3.6.6

6 - тобы. Әртүрлі әдістермен көрсеткіштік теңдеулер жүйесін шешіңіз:

С

1) $\begin{cases} x^y = 243 \\ \sqrt[y]{1\,024} = \left(\frac{2}{3}x\right)^2 \end{cases}$

2) $\begin{cases} \sqrt[x]{x+y} = 2 \\ (x+y)\cdot 5^x = 100 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \sqrt{5^x}\cdot\sqrt[3]{5^y} = 125 \\ \sqrt[4]{11^x}\cdot\sqrt{4^y} = 88 \end{cases}$

4) $\begin{cases} \sqrt[x-y]{x+y} = 2\sqrt{3} \\ (x+y)\cdot 2^{y-x} = 3 \end{cases}$

www.nismath.org

5) $\begin{cases} 2^{\frac{x+y}{3}} + 2^{\frac{x+y}{6}} = 6 \\ x^2 + 5y^2 = 6xy \end{cases}$

6) $\begin{cases} 3^{\frac{x-y}{4}} + 3^{\frac{x-y}{2}} = 12 \\ x^2 - 5y^2 = 4xy \end{cases}$

7) $\begin{cases} x^y = 256 \\ 2 \cdot \sqrt[y]{81^2} = 3x \end{cases}$

8) $\begin{cases} \sqrt[x]{27} \cdot \sqrt[y]{625} = 15 \\ 7x + 5y = 41 \end{cases}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(3; 5)$ **2)** $(2; 2)$ **3)** $(4; 3)$

4) $(7; 5)$ **5)** $(3; 3)$; $(5; 1)$ **6)** $(2; -2)$; $(5; 1)$

7) $(2; 8)$ **8)** $(3; 4)$

www.nismath.org

IV ТАРАУ. ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫҚ ФУНКЦИЯЛАР

§1. ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫҚ ТҮРЛЕНДІРУЛЕР

1 – тобы. Келтіру формулаларын қолданып ықшамдаңыз:

Ч.1.1

A

1) $\sin^2(270°-\alpha)+\sin^2(360°-\alpha)$

2) $\dfrac{\cos 2\alpha+\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)\cdot\sin\alpha}{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)}$

3) $\dfrac{1-\sin^2(270°+\alpha)}{1-\sin^2(180°+\alpha)}$

4) $\dfrac{\sin 2\alpha}{1-\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-2\alpha\right)}$

5) $\dfrac{\cos^2(180°-\alpha)}{1-\cos(270°-\alpha)}$

6) $\dfrac{\sin(\pi-2\alpha)}{1+\cos 2\alpha}$

7) $\dfrac{\cos^2(270°-\alpha)}{1-\cos(180°+\alpha)}$

8) $\dfrac{\cos(-\alpha)\cdot\cos(180°+\alpha)}{\sin(-\alpha)\cdot\sin(90°+\alpha)}$

9) $2\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)\cdot\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\operatorname{tg}(\pi-\alpha)$

B

10) $\dfrac{\sin 135°\cdot\cos 210°\cdot\operatorname{tg}240°}{\operatorname{ctg}300°}$

11) $\sin(90°+\alpha)\cdot\sin(270°-\alpha)+\cos(\alpha-90°)\cdot\sin(\alpha-180°)$

12) $\dfrac{\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)\cdot\cos(\pi+\alpha)\cdot\operatorname{ctg}\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{\operatorname{tg}(2\pi-\alpha)}$

www.nismath.org

13) $\dfrac{\operatorname{tg}(2\pi-\alpha)\cdot\cos(\pi-\alpha)}{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}$

14) $\dfrac{\sin(\pi-\alpha)\cdot\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)\cdot\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}{\operatorname{tg}(2\pi-\alpha)}$

15) $8\sin 105^\circ\cdot\sin 15^\circ-3\operatorname{tg}209^\circ\cdot\operatorname{tg}299^\circ+2$

16) $\sin\left(\frac{7\pi}{2}-2\alpha\right)\cdot\cos(3\pi-\alpha)\cdot\sin\alpha;\quad \alpha=\frac{3\pi}{16}$

17) $\dfrac{\sin(\pi-\alpha)\cdot\operatorname{tg}\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\operatorname{ctg}(\pi-\alpha)}$

18) $\sin 225^\circ-\cos 495^\circ-\operatorname{tg}330^\circ-\operatorname{ctg}600^\circ$

19) $\dfrac{\sin(\pi-\alpha)\cdot\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{\operatorname{tg}(2\pi-\alpha)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}$

20) $\cos 3\pi\cdot\cos\frac{10\pi}{3}\cdot\cos\frac{13\pi}{3}$

21) $\dfrac{\sin^3(\alpha-270^\circ)\cdot\cos(\alpha-360^\circ)}{\operatorname{tg}^3(\alpha-90^\circ)\cdot\cos^3(\alpha-270^\circ)}$

22) $\dfrac{\cos^2(270^\circ+\alpha)}{\operatorname{tg}^2(\alpha-360^\circ)}+\dfrac{\cos^2(-\alpha)}{\operatorname{tg}^2(\alpha-270^\circ)}$

23) $\sin(180^\circ-\alpha)-\dfrac{\cos^2(180^\circ+\alpha)}{\cos(270^\circ-\alpha)}$

www.nismath.org

24) $\sin(90°+\alpha)-\dfrac{\cos^2(\alpha-90°)}{\sin(\alpha+270°)}$

25) $2\sin 1320°\cdot\operatorname{ctg}(-780°)-3\cos(-900°)$

26) $\dfrac{\sin\left(\dfrac{13\pi}{2}-\alpha\right)-\operatorname{ctg}(6\pi+\alpha)}{1+\sin(2\pi-\alpha)}$

27) $\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{2}\right)\cdot\cos\alpha-\sin^2(\pi-\alpha)\cdot\sin^2\alpha-\cos^2(\pi-\alpha)\cdot\cos^2\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)$

28) $2\sin\left(\alpha-\dfrac{5\pi}{2}\right)\cdot\sin(\alpha-9\pi)-\sin(3\pi-2\alpha)$

29) $\dfrac{\sin(-\alpha)}{\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)}-\dfrac{\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)}{\operatorname{tg}\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)}$

30) $\dfrac{\sin(0,5\pi+\alpha)+\cos(\pi-3\alpha)}{1-\cos(-2\alpha)}$

ЖАУАПТАРЫ

1) 1	**2)** $\cos\alpha$	**3)** $\operatorname{tg}^2\alpha$	**4)** $\operatorname{ctg}\alpha$
5) $1-\sin\alpha$	**6)** $\operatorname{tg}\alpha$	**7)** $1-\cos\alpha$	**8)** $\operatorname{ctg}\alpha$
9) $-2\sin^2\alpha$	**10)** $\dfrac{3\sqrt{6}}{4}$	**11)** -1	**12)** $\cos^2\alpha$
13) $-\operatorname{tg}\alpha$	**14)** $-\sin^2\alpha$	**15)** 7	**16)** $\dfrac{\sqrt{2}}{8}$
17) 1	**18)** 0	**19)** -1	**20)** $\dfrac{1}{4}$

www.nismath.org

21) $\cos\alpha$ 22) 1 23) $\frac{1}{\sin\alpha}$ 24) $\frac{1}{\cos\alpha}$

25) 4 26) $-\operatorname{ctg}\alpha$ 27) -1 28) 0

29) 2 30) $2\cos\alpha$

4.1.2

2-тобы. Өрнекті ықшамдаңыз:

А

1) $\dfrac{\sin(-\alpha)\cdot\operatorname{tg}(-\alpha)}{\cos(-\alpha)\cdot\operatorname{ctg}(-\alpha)}$

2) $\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha+\dfrac{1}{\sin^2\alpha}\right)\cdot\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha$

3) $\dfrac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}+\dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$

4) $\cos^2\alpha\cdot(1+\operatorname{tg}^2\alpha)-\sin^2\alpha$

5) $\dfrac{2\sin^2\alpha-1}{\sin\alpha+\cos\alpha}$

6) $\dfrac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}-\operatorname{tg}\alpha\cdot\cos\alpha$

7) $\dfrac{(\cos\alpha+\sin\alpha)^2-1}{\operatorname{ctg}\alpha-\sin\alpha\cdot\cos\alpha}$

8) $\dfrac{2\sin\alpha-\sin 2\alpha}{2\sin\alpha+\sin 2\alpha}$

9) $\sin^2\alpha+\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha+\cos^4\alpha$

10) $\sin^2\alpha\cdot(1+\operatorname{ctg}\alpha)+\cos^2\alpha\cdot(1+\operatorname{tg}\alpha)$

11) $\cos^4 2\alpha-\sin^4 2\alpha$

www.nismath.org

12) $(\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{tg}\alpha)^2-(\operatorname{ctg}\alpha-\operatorname{tg}\alpha)^2$

13) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)\cdot\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$

14) $(1+\cos 2\alpha)\cdot\operatorname{tg}\alpha$

15) $(\sin 2\alpha+3\cos 2\alpha)^2+(\cos 2\alpha-3\sin 2\alpha)^2$

16) $\sin^4\alpha+\cos^2\alpha-\cos^4\alpha$

17) $\operatorname{tg}\alpha-\frac{1-2\cos^2\alpha}{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}$

18) $2\cos^2\frac{\alpha}{2}-\cos\alpha$

19) $\frac{\sin 2\alpha+\sin 10\alpha}{\cos 2\alpha+\cos 10\alpha}\cdot\operatorname{ctg}6\alpha$

20) $\frac{1+\operatorname{tg}2\alpha+\operatorname{tg}^2 2\alpha}{1+\operatorname{ctg}2\alpha+\operatorname{ctg}^2 2\alpha}$

21) $\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}\cdot\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}-\cos^2\alpha$

22) $\frac{1+\operatorname{tg}^4 2\alpha}{\operatorname{tg}^2 2\alpha+\operatorname{ctg}^2 2\alpha}-\frac{1}{\cos^2 2\alpha}$

B

23) $\frac{\sin\alpha+\sin 3\alpha}{\cos\alpha+\cos 3\alpha}$

24) $\frac{\operatorname{ctg}^2 2\alpha-1}{2\operatorname{ctg}2\alpha}-\cos 8\alpha\cdot\operatorname{ctg}4\alpha$

25) $\frac{\sin^4\alpha-\cos^4\alpha+\cos^2\alpha}{2(1-\cos\alpha)}$

www.nismath.org

26) $\dfrac{1-\cos 2\alpha+\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha+\sin 2\alpha}$

27) $\dfrac{2}{\sin 4\alpha}-\operatorname{ctg} 2\alpha$

28) $\dfrac{\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}+\dfrac{\operatorname{ctg}\alpha}{1+\operatorname{ctg}^2\alpha}$

29) $4\sin\alpha\cdot\cos^3\alpha-2\sin 2\alpha\cdot\sin^2\alpha$

30) $\dfrac{\sin 2\alpha}{\cos\alpha}+\dfrac{\cos 2\alpha}{\sin\alpha}$

31) $\cos\alpha\cdot\left(1+\cos^{-1}\alpha+\operatorname{tg}\alpha\right)\left(1-\cos^{-1}\alpha+\operatorname{tg}\alpha\right)$

32) $\left(1+\dfrac{1}{\operatorname{tg}^2\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)}\right)\cdot\sin^2\alpha$

33) $\left(\sin\alpha+\dfrac{1}{\sin\alpha}\right)^2+\left(\cos\alpha+\dfrac{1}{\cos\alpha}\right)^2-\operatorname{tg}^2\alpha-\operatorname{ctg}^2\alpha$

34) $\sin\left(\dfrac{\pi}{4}-\alpha\right)\cdot\sin\left(\dfrac{\pi}{4}+\alpha\right)-\cos\left(\dfrac{\pi}{4}+\alpha\right)\cdot\cos\left(\dfrac{\pi}{4}-\alpha\right)$

35) $\sqrt{\left(1-\cos\alpha\cdot\cos\beta\right)^2-\sin^2\alpha\cdot\sin^2\beta}$

36) $\sin^{-1}\alpha+\operatorname{tg}^{-1}\alpha$

37) $\left(\sin\alpha+\sin\beta\right)^2+\left(\cos\alpha+\cos\beta\right)^2$

38) $\dfrac{\sin^2\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}+\dfrac{\sin\alpha+\cos\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}-\sin\alpha$

39) $\dfrac{\operatorname{tg}2\alpha\cdot\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}2\alpha-\operatorname{tg}\alpha}$

www.nismath.org

40) $\dfrac{\sin(0,5\pi+3\alpha)-\cos(-5\alpha)}{4\sin\alpha\cdot\cos 2\alpha}$

41) $\dfrac{\sin^2(\beta-45°)-\cos^2(\beta-45°)}{\sin 2\beta}$

42) $\dfrac{\sin 6\alpha}{\sin 2\alpha}+\dfrac{\cos(6\alpha-\pi)}{\cos 2\alpha}$

43) $\dfrac{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)-\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}(\alpha+\beta)}\cdot\operatorname{ctg}\beta$

44) $\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\alpha}{2}\right)\cdot\dfrac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha}$

45) $\cos 4\alpha-\dfrac{\sin 4\alpha}{\operatorname{tg}2\alpha}-\cos 2\alpha+2\cos^2\alpha$

46) $\dfrac{1-2\sin^2\alpha}{1+\sin 2\alpha}-\dfrac{1-\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}\alpha}$

47) $\dfrac{1-\sin^4\alpha-\cos^4\alpha}{\cos^4\alpha}-2\operatorname{tg}^2\alpha$

48) $\dfrac{\sqrt{2}\cos\alpha-2\sin(45°-\alpha)}{2\sin(60°+\alpha)-\sqrt{3}\cos\alpha}$

49) $\dfrac{1-\cos\alpha+\cos 2\alpha}{\sin\alpha-\sin 2\alpha}$

50) $\dfrac{\cos\alpha-2\sin 3\alpha-\cos 5\alpha}{\sin 5\alpha-2\cos 3\alpha-\sin\alpha}$

51) $\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-2\alpha\right)\cdot\sin\left(\dfrac{\pi}{6}-2\alpha\right)+\sin^2 2\alpha$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $-\operatorname{tg}^3\alpha$ **2)** 1 **3)** $\frac{2}{\sin\alpha}$

4) $\cos^2\alpha$ **5)** $\sin\alpha-\cos\alpha$ **6)** $\cos\alpha$

7) $2\operatorname{tg}^2\alpha$ **8)** $\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}$ **9)** 1

10) $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2$ **11)** $\cos 4\alpha$ **12)** 4

13) 1 **14)** $\sin 2\alpha$ **15)** 10

16) $\sin^2\alpha$ **17)** $\operatorname{ctg}\alpha$ **18)** 1

19) 1 **20)** $\operatorname{tg}^2 2\alpha$ **21)** $\sin^2\alpha$

22) -1 **23)** $\operatorname{tg} 2\alpha$ **24)** $\sin 8\alpha$

25) $\cos^2\frac{\alpha}{2}$ **26)** $\operatorname{tg}\alpha$ **27)** $\operatorname{tg} 2\alpha$

28) $\sin 2\alpha$ **29)** $\sin 4\alpha$ **30)** $\frac{1}{\sin\alpha}$

31) $2\sin\alpha$ **32)** $\operatorname{tg}^2\alpha$ **33)** 7

34) 0 **35)** $|\cos\alpha-\cos\beta|$ **36)** $\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}$

37) $4\cos^2\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$ **38)** $\cos\alpha$ **39)** $\sin 2\alpha$

40) $\sin 2\alpha$ **41)** -1 **42)** 2

43) 1 **44)** 1 **45)** 0

46) 0 **47)** 0 **48)** $\sqrt{2}$

49) $-\operatorname{ctg}\alpha$ **50)** $\operatorname{tg} 3\alpha$ **51)** 0,25

4.1.3 www.nismath.org

3 – тобы. Есептеңіз:

A

1) $\sqrt{3}\cos\frac{7\pi}{6}+\cos(-480°)$

2) $\sin\frac{2\pi}{3}+\cos\frac{\pi}{4}-\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}$

3) $\cos^2 15°-4\sin^2 97{,}5°\cdot\cos^2 97{,}5°$

4) $\sqrt{3}\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right)-\sin 570°$

5) $\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}+\sin\frac{5\pi}{6}+\cos\frac{\pi}{3}$

6) $8\sin 15°\cdot\cos 165°\cdot\sin 300°$

7) $\frac{1}{4}\cos(-330°)\cdot\operatorname{tg}690°$

8) $\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}-\sin\frac{2\pi}{3}-\cos\frac{\pi}{6}$

9) $\left(\cos^2 67{,}5°-\sin^2 67{,}5°\right)-\sin^2 225°$

10) $\frac{\sin 46°-\sin 44°}{\cos 44°-\cos 46°}$

11) $\frac{\cos 72°+\cos 12°}{\sin 12°-\sin 72°}$

12) $\frac{\cos 155°-\cos 35°}{\sin 155°+\sin 35°}$

13) $8\sin 37°30'\cdot\cos 37°30'\cdot\cos 75°$

14) $\sin^4 15°+\cos^4 15°$

www.nismath.org

15) $\sin(30°-\alpha)+\sin(30°+\alpha)$

16) $\dfrac{\cos\dfrac{3\pi}{8}\cdot\cos\dfrac{\pi}{8}-\sin\dfrac{3\pi}{8}\cdot\sin\dfrac{\pi}{8}}{\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}+\beta\right)}$

17) $\cos^2 15°-\cos^2 75°$

18) $\dfrac{2\operatorname{tg}75°}{1-\operatorname{tg}^2 75°}$

19) $\dfrac{\operatorname{tg}^2 9°-1}{2\operatorname{tg}9°}$

20) $\dfrac{\cos\dfrac{\pi}{30}\cdot\cos\dfrac{\pi}{15}+\sin\dfrac{\pi}{30}\cdot\sin\dfrac{\pi}{15}}{\sin\dfrac{7\pi}{30}\cdot\cos\dfrac{4\pi}{15}+\cos\dfrac{7\pi}{30}\cdot\sin\dfrac{4\pi}{15}}$

21) $\cos 75°+\cos 15°$

22) $3+\dfrac{\operatorname{tg}15°-\operatorname{tg}60°}{1+\operatorname{tg}15°\cdot\operatorname{tg}60°}$

23) $\dfrac{10}{\sqrt{2}}\operatorname{ctg}135°\cdot\sin 210°\cdot\cos 225°$

24) $\dfrac{2\cos^2 48°-1}{\sin 186°-\sin 6°}$

25) $\dfrac{1-2\sin^2 43°}{\sin 176°+\sin 4°}$

26) $\operatorname{ctg}(112°30')$

27) $\sin 50°\cdot\cos 200°-\cos 230°\cdot\sin 20°$

28) $\operatorname{tg}110°+\operatorname{ctg}20°$

www.nismath.org

29) $\dfrac{\sin 35^\circ + \cos 65^\circ}{2\cos 5^\circ}$

30) $\sin\dfrac{\pi}{8}\cdot\cos\dfrac{\pi}{8}\cdot\operatorname{tg}\dfrac{\pi}{8}\cdot\operatorname{ctg}\dfrac{9\pi}{8}$

B

31) $\sin 70^\circ\cdot\sin 50^\circ\cdot\sin 10^\circ$

32) $\dfrac{1-4\sin 10^\circ\cdot\sin 70^\circ}{2\sin 10^\circ}$

33) $\sqrt{(1-2\sin 45^\circ)^2}-\sqrt{(1-2\cos 45^\circ)^2}$

34) $\sqrt{(\operatorname{tg}60^\circ-2)^2}-\sqrt{(\operatorname{ctg}30^\circ-2)^2}$

35) $\cos 105^\circ$

36) $\cos 15^\circ$

37) $\operatorname{tg}75^\circ$

38) $\dfrac{\cos 70^\circ\cdot\cos 10^\circ+\cos 80^\circ\cdot\cos 20^\circ}{\cos 68^\circ\cdot\cos 8^\circ+\cos 82^\circ\cdot\cos 22^\circ}$

39) $\cos^2 3^\circ+\cos^2 123^\circ+\cos^2 117^\circ$

40) $\cos 20^\circ\cdot\cos 40^\circ\cdot\cos 80^\circ$

41) $-\cos 10^\circ+\dfrac{\sin^2 10^\circ}{2\sin^2 5^\circ}$

42) $\sin 50^\circ+\sin 40^\circ\cdot\operatorname{tg}20^\circ$

43) $(\operatorname{tg}60^\circ\cdot\cos 15^\circ-\sin 15^\circ)\cdot 7\sqrt{2}$

44) $\cos 92^\circ\cdot\cos 73^\circ-\sin 92^\circ\cdot\sin 73^\circ$

45) $\operatorname{ctg}35^\circ-\operatorname{tg}35^\circ-2\operatorname{tg}20^\circ$

46) $\sin 87^\circ-\sin 59^\circ-\sin 93^\circ+\sin 61^\circ$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) -2 2) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}-2}{2}$ 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 4) -1

5) $\frac{\sqrt{3}+3}{3}$ 6) $\sqrt{3}$ 7) $-\frac{1}{8}$ 8) 0

9) $\frac{-\sqrt{2}-1}{2}$ 10) 1 11) $-\sqrt{3}$ 12) $-\sqrt{3}$

13) 1 14) $\frac{7}{8}$ 15) $\cos\alpha$ 16) 0

17) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 18) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 19) $-\operatorname{ctg} 18^\circ$ 20) $\cos\frac{\pi}{30}$

21) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 22) 2 23) $-2,5$ 24) 0,5

25) 0,5 26) $1-\sqrt{2}$ 27) $-0,5$ 28) 0

29) $\frac{1}{2}$ 30) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ 31) $\frac{1}{8}$ 32) 1

33) 0 34) 0 35) $\frac{\sqrt{2}\left(1-\sqrt{3}\right)}{4}$ 36) $\frac{\sqrt{2}\left(1+\sqrt{3}\right)}{4}$

37) $2+\sqrt{3}$ 38) 1 39) 1,5 40) $\frac{1}{8}$

41) 1 42) 1 43) 14 44) $\frac{-\sqrt{2}\left(1+\sqrt{3}\right)}{4}$

45) 0 46) $\sin 1^\circ$

Ч.1.Ч www.nismath.org

4 – тобы.

A

1) Егер $\operatorname{ctg}\alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}$, $\alpha \in$ II ш болса, $4\sin^2\alpha - 2\cos\alpha - \sqrt{3}\operatorname{tg}\alpha + 1$ өрнегін есептеңіз.

2) Егер $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\alpha \in$ I ш болса, $2\operatorname{tg}\alpha \cdot \sin\alpha + 8\cos^2\alpha + 4$ өрнегін есептеңіз.

3) Егер $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \sqrt{2}$ болса, $\operatorname{tg}\alpha$ есептеңіз.

4) Егер $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$ болса, $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$ есептеңіз.

5) Егер $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = 1$ болса, $\sqrt{\frac{2\sin\alpha - \sin 2\alpha}{2\sin\alpha + \sin 2\alpha}}$ өрнегін есептеңіз.

6) Егер $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{3}{2}$ болса, $\frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{ctg}\alpha}$ өрнегін есептеңіз.

7) Егер $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{2}$ болса, $\frac{\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha}$ өрнегін есептеңіз.

8) Егер $\sin\alpha = \frac{2}{3}$ болса, $\frac{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2\alpha}$ өрнегін есептеңіз.

9) Егер $\cos\alpha = -\frac{1}{3}$ болса, $\frac{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}{1 - \operatorname{ctg}^2\alpha}$ өрнегін есептеңіз.

10) Егер $\operatorname{ctg}\alpha = \sqrt{3}$ болса, $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right)$ есептеңіз.

11) Егер $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = 3$ болса, $\sin\alpha + \cos\alpha$ өрнегін есептеңіз.

12) Егер $\operatorname{ctg} 2\alpha = -2$ болса, $\sin 4\alpha$ есептеңіз.

www.nismath.org

13) Егер $\operatorname{tg}\alpha=\frac{1}{5}$ болса, $\cos 2\alpha$ есептеңіз.

14) Егер $\cos\alpha=-\frac{2}{3}$, $\alpha\in$ II ш болса, $\operatorname{tg}\alpha$ есептеңіз.

15) Егер $\operatorname{tg}\alpha=2$, $\alpha\in$ III ш болса, $\sqrt{5}\sin\alpha$ есептеңіз.

16) Егер $\operatorname{tg}\alpha=0{,}2$ болса, $\frac{87}{3+4\cos 2\alpha}$ өрнегін есептеңіз.

17) Егер $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=2$ болса, $\operatorname{ctg}\alpha$ есептеңіз.

18) Егер $\cos\alpha=\frac{1}{5}$ болса, $\frac{2\sin\alpha+\sin 2\alpha}{2\sin\alpha-\sin 2\alpha}$ өрнегін есептеңіз.

19) Егер $\alpha-\beta=\frac{\pi}{2}$ болса, $\frac{\sin\alpha-\sin\beta}{\cos\alpha+\cos\beta}$ өрнегін есептеңіз.

20) Егер $\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta=\frac{5}{6}$ және $\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta=\frac{1}{6}$ болса, $\alpha+\beta$ есептеңіз.

21) Егер $\alpha=-45°$, $\beta=15°$ болса, $\cos(\alpha+\beta)+2\sin\alpha\cdot\sin\beta$ өрнегін есептеңіз.

В

22) Егер $\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{3}{5}$, $\alpha\in$ II ш болса, $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)$ өрнегін есептеңіз.

23) Егер $\cos 2\alpha=\sin\alpha$, $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$ болса, $\cos\alpha$ есептеңіз.

24) Егер $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$ болса, $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha$ өрнегін есептеңіз.

25) Егер $\operatorname{ctg}\alpha=5$ болса, $\frac{7\sin^2\alpha+5\sin\alpha\cdot\cos\alpha+4}{6\sin\alpha\cdot\cos\alpha+2\cos^2\alpha-2}$ өрнегін есептеңіз.

26) Егер $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$ болса, $\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot\operatorname{ctg}\alpha-1$ өрнегін есептеңіз.

www.nismath.org

27) Егер $\cos\alpha=\frac{5}{13}$, $\sin\beta=-0,6$, $\alpha\in$ I ш, $\beta\in$ III ш болса, $\sin(\alpha-\beta)$ өрнегін есептеңіз.

28) Егер $\sin\alpha=-\frac{40}{41}$, $\operatorname{tg}\beta=\frac{9}{40}$, $\alpha\in$ IV ш болса, $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)$ өрнегін есептеңіз.

29) Егер $\frac{1}{\operatorname{tg}^2\alpha}+\frac{1}{\operatorname{ctg}^2\alpha}+\frac{1}{\sin^2\alpha}+\frac{1}{\cos^2\alpha}=7$ болса, $\sin^2 2\alpha$ өрнегін есептеңіз.

30) Егер $\sin 2\alpha=-0,6$ және $135°<\alpha<180°$ болса, $\operatorname{tg}4\alpha$ есептеңіз.

31) Егер $\sin 2\alpha=3^{-\frac{1}{2}}$ болса, $A=\frac{\sin^2(4\alpha-540°)}{\cos^2(4\alpha-540°)}$ өрнегін есептеңіз.

32) Егер $\sin 2\alpha=0,5$ болса, $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha$ өрнегін есептеңіз.

33) Егер $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=-1,25$ болса, $\frac{4\sin 2\alpha\cdot\cos\alpha}{(1+\cos\alpha)(1+\cos 2\alpha)}$ өрнегін есептеңіз.

34) Егер $\sin\alpha=\frac{4}{5}$; $\cos\beta=\frac{12}{13}$ және α мен β – сүйір бұрыштар болса, $13\sin(\alpha+\beta)$ есептеңіз.

35) Егер $\operatorname{tg}\alpha=\frac{1}{2}$ болса, $\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$ өрнегін есептеңіз.

36) Егер $\operatorname{tg}(x+y)=3$ және $\operatorname{tg}(x-y)=2$ болса, $\operatorname{tg}2x$ есептеңіз.

37) Егер $\cos 15°-\sin 15°=\frac{a}{4\cos 15°}$ болса, a табыңыз.

38) Егер $\cos\alpha-\sin\alpha=0,2$ болса, $\cos^3\alpha-\sin^3\alpha$ өрнегін есептеңіз.

39) Егер $\operatorname{tg}\alpha=-2$ болса, $1+5\sin 2\alpha-3\cos^{-1}2\alpha$ өрнегін есептеңіз.

40) Егер $\operatorname{tg}(\alpha-\beta)=2$, $\sin\beta=\frac{3}{5}$, $\frac{\pi}{2}<\beta<\pi$ болса, $\operatorname{tg}\alpha$ есептеңіз.

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) 8	**2)** 9	**3)** $-2\sqrt{2}$	**4)** ± 2
5) 1	**6)** $-2\frac{3}{5}$	**7)** $\frac{6}{5}$	**8)** 0,8
9) -8	**10)** $\sqrt{3}$	**11)** $-\frac{1}{5}$	**12)** $-0,8$
13) $\frac{12}{13}$	**14)** $-\frac{\sqrt{5}}{2}$	**15)** -2	**16)** 13
17) -3	**18)** $\frac{3}{2}$	**19)** 1	**20)** $\frac{\pi}{4}+\pi k\ ;\ k\in\mathbb{Z}$
21) $\frac{1}{2}$	**22)** 7	**23)** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$	**24)** $\frac{7}{8}$
25) $\frac{34}{7}$	**26)** $-\frac{1}{3}$	**27)** $-\frac{33}{65}$	**28)** $-\frac{1519}{720}$
29) $\frac{8}{9}$	**30)** $-\frac{24}{7}$	**31)** 8	**32)** $\frac{7}{8}$
33) -5	**34)** 12,6	**35)** $\frac{7\sqrt{2}}{10}$	**36)** -1
37) $\sqrt{3}+1$	**38)** 0,296	**39)** 2	**40)** $\frac{1}{2}$

4.1.5 www.nismath.org

5-топ. Есептеңіз:

A

1) $\operatorname{arctg}\left(\frac{-\sqrt{3}}{3}\right)$

2) $\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{2}\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$

3) $\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\sqrt{3}+\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

4) $\frac{12}{\pi}\left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\operatorname{arctg}\left(-\sqrt{3}\right)\right)$

5) $2\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\operatorname{arctg}(-1)+\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}$

6) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)-\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

B

7) $\cos\left(\arcsin\left(-\frac{1}{3}\right)\right)$

8) $\cos\left(\operatorname{arctg}(-2)\right)$

9) $\operatorname{tg}\left(\arccos\left(-\frac{1}{4}\right)\right)$

10) $\sin\left(\arccos\frac{2}{3}\right)$

11) $\sin\left(\operatorname{arctg}\left(-\frac{2}{3}\right)\right)$

12) $\operatorname{tg}\left(\arcsin\left(-\frac{1}{3}\right)+\frac{\pi}{2}\right)$

13) $\operatorname{ctg}\left(2\pi-3\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

14) $\sin\left(2\arccos\frac{3}{5}\right)$

15) $\cos\left(2\arcsin\frac{1}{5}\right)$

16) $\sin\left(2\arcsin\frac{1}{7}\right)$

www.nismath.org

17) $\operatorname{tg}\left(2\arccos\left(-\frac{2}{3}\right)\right)$

18) $\sin\left(\frac{1}{2}\operatorname{arcctg}\left(-\frac{3}{4}\right)\right)$

19) $\cos(2\operatorname{arcctg} x)$

20) $\cos\left(2\arcsin\frac{2}{7}\right)$

21) $\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\frac{2}{3}\right)$

22) $\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\frac{2}{3}\right)$

23) $\sin\left(\arcsin\frac{5}{13}+\arcsin\frac{12}{13}\right)$

24) $\cos\left(\arcsin\left(-\frac{12}{13}\right)+\arcsin\frac{4}{5}\right)$

25) $\sin(\arcsin 0,6+\arccos 0,8)$

26) $\sin\left(\frac{\pi}{2}-2\operatorname{arctg} 0,28\right)$

27) $\sin\left(2\arcsin\frac{1}{3}\right)$

28) $\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{3}+\operatorname{arctg}\frac{1}{9}\right)$

29) $\sin(2\operatorname{arctg} 3)-\cos(2\operatorname{arctg} 2)$

30) $\sin\left(\arcsin\frac{1}{2}+\arccos\frac{1}{2}\right)$

ЖАУАПТАРЫ

1) $-\frac{\pi}{6}$ **2)** $\frac{\pi}{6}$ **3)** $\frac{\pi}{36}$ **4)** 2 **5)** $-\frac{2\pi}{3}$

6) $\frac{\pi}{3}$ **7)** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ **8)** $\frac{\sqrt{5}}{5}$ **9)** $-\sqrt{15}$ **10)** $\frac{\sqrt{5}}{3}$

11) $-\frac{2\sqrt{13}}{13}$ **12)** $2\sqrt{2}$ **13)** 1 **14)** 0,96 **15)** $\frac{23}{25}$

16) $\frac{8\sqrt{3}}{49}$ **17)** $4\sqrt{5}$ **18)** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ **19)** $\frac{x^2-1}{x^2+1}$ **20)** $\frac{41}{49}$

21) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ **22)** $\sqrt{\frac{5}{6}}$ **23)** 1 **24)** $\frac{63}{65}$ **25)** $\frac{24}{25}$

26) $\frac{288}{337}$ **27)** $\frac{4\sqrt{2}}{9}$ **28)** $\frac{6}{13}$ **29)** $\frac{6}{5}$ **30)** 1

www.nismath.org

4.1.6

6 – тобы.

С

Өрнекті ықшамдаңыз:

1) $4\sin^3\alpha\cdot\cos3\alpha+4\cos^3\alpha\cdot\sin3\alpha$

2) Егер $\alpha\in$ I ш болса, $\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}+\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}$ өрнегін есептеңіз.

3) $\frac{\cos^4\alpha-\sin^4\alpha-\cos^2\alpha}{2(\cos\alpha-1)}$

4) $\frac{2\sin\alpha+\sin2\alpha}{2\cos\alpha+\sin2\alpha}\cdot\frac{1-\cos\alpha}{1-\sin\alpha}$

5) Егер $\alpha\in\left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$ болса, $\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}-\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$ өрнегін есептеңіз.

6) Егер $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$ болса, $\sqrt{\left(\frac{1}{\cos^2\alpha}-1\right)\left(1-\sin^2\alpha\right)}$ өрнегін есептеңіз.

7) Егер $\alpha=\frac{5\pi}{6}$ болса, $\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}\cdot\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}-\sin^2\alpha$ өрнегін есептеңіз.

8) Егер $\alpha=\frac{\pi}{9}$ болса, $\frac{\sin\alpha+\sin3\alpha+\sin5\alpha}{\cos\alpha+\cos3\alpha+\cos5\alpha}$ өрнегін есептеңіз.

9) Егер $180°<\alpha<270°$ болса, $4\cos^2\left(45°-\frac{\alpha}{2}\right)+\sqrt{4\sin^4\alpha+\sin^2 2\alpha}$ өрнегін есептеңіз.

10) $\sin^2\alpha+\cos(60°+\alpha)\cdot\cos(60°-\alpha)$

Есептеңіз:

11) $\operatorname{ctg}70°+4\cos70°$

12) $4\operatorname{arc\,tg}\frac{1}{5}-\operatorname{arc\,tg}\frac{1}{239}$

www.nismath.org

13) $0,25\sin 20° - \frac{\sqrt{3}}{4}\cos 20° + \cos^2 25°$

14) $\frac{\sin^3 15° + \cos^3 15°}{\sin 15° + \cos 15°}$

15) $\cos^2 5 + \cos^2 1 - \cos 6 \cdot \cos 4$

16) Егер $\sin\frac{\alpha}{2} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ болса, $A = 9\sin(2\alpha - 450°)$ өрнегін есептеңіз.

17) Егер $2\sin 3\alpha \cdot \cos 5\alpha - 0,5 = \sin 8\alpha$ болса, $\operatorname{ctg}\alpha$ есептеңіз.

18) Егер $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{2}{3}$ болса, $\cos\left(2\alpha + \frac{7\pi}{4}\right)$ өрнегін есептеңіз.

19) Егер $\sin\alpha = -\frac{1}{\sqrt{8}}$ болса, $A = 7\operatorname{tg}^{-2}(2\alpha - 7\pi)$ өрнегін есептеңіз.

20) Егер $\operatorname{tg}\frac{5\alpha}{2} = 3$ болса, $\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - 5\alpha\right)}{2 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5\alpha\right)}$ өрнегін есептеңіз.

21) Егер $\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = 5\sqrt{3} - 8$ болса, $10\cos 2\alpha$ өрнегін есептеңіз.

22) Егер α мен β – сүйір бұрыштар болса, $\operatorname{ctg}\alpha = 4$; $\operatorname{ctg}\beta = \frac{5}{3}$ болатындай, $\alpha + \beta$ градустарда есептеңіз.

23) Егер $\cos 4\alpha = \frac{12}{13}$ болса, $A = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{(1 + \operatorname{tg}^2\alpha)^2} \cdot (1 - \operatorname{tg}^2\alpha)$ өрнегін есептеңіз.

24) $(\cos x + 5)(3 - \cos x)$ өрнегінің ең үлкен мәнін табыңыз.

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $3\sin 4\alpha$	**2)** $\frac{2}{\sin\alpha}$	**3)** $\cos^2\frac{\alpha}{2}$	**4)** $\mathrm{tg}^3\alpha$	**5)** $-2\mathrm{ctg}\,\alpha$
6) $\sin\alpha$	**7)** $\frac{3}{4}$	**8)** $\sqrt{3}$	**9)** 2	**10)** $\frac{1}{4}$
11) $\sqrt{3}$	**12)** $\frac{\pi}{4}$	**13)** 0,5	**14)** $\frac{3}{4}$	**15)** 1
16) 7	**17)** $-2\pm\sqrt{3}$	**18)** $\frac{7\sqrt{2}}{26}$	**19)** 9	**20)** $\frac{4}{7}$
21) -6	**22)** $\frac{\pi}{4}$	**23)** $\pm\frac{5}{26}$	**24)** 16	

www.nismath.org

§ 2. ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫҚ ТЕҢДЕУЛЕРДІ ШЕШУ

1-тақырып. Қарапайым тригонометриялық теңдеулерді шешіңіз

4.2.1

А

1) $\sin(0,5x)=-1$

2) $\cos x=\frac{1}{2}$ теңдеуін $[700°;1050°]$ аралығындағы ең үлкен шешімін табыңыз.

3) $\sin(\pi+x)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-1$

4) $2\sqrt{3}\,\mathrm{tg}(-x)+6=0$

5) $\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{2}$

6) $\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)=-1$

7) $\cos\left(\frac{4x}{3}+\frac{\pi}{3}\right)=1$

8) $\lg\cos x=1$

9) $\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=\frac{1}{2}$

10) $2\sin x\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=1$

11) $\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{tg}\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{3}$

12) $\mathrm{tg}(3x-10°)=0$

13) $\log_3\cos x=0$

14) $\left(\cos\frac{x}{2}+1\right)\left(\sin^2\frac{x}{2}+2\right)=0$

15) $\cos(x-1)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

16) $2\cos x+3\sin x=0$

В

17) $3^{|\sin x-1|}=9$

18) $4^{\sin x\cdot\cos x}=\sqrt{2}$

19) Егер $x\in(2;4)$ болса, $1+2\sin\frac{\pi x}{3}=0$ шешіңіз.

20) $5^{1+\log_5\cos x}=2,5$

www.nismath.org

21) $\sin(\pi\cos 3x)=1$

22) $8^{\sin^2 x}-2^{\cos^2 x}=0$

23) $(3\cos\pi x-\pi)(2\sin\pi x-\sqrt{3})=0$, теңдеудің ең кіші оң түбірін табыңыз.

24) $\dfrac{\cos x}{\sin x-1}=0$

25) $1+2\cos\dfrac{\pi x}{15}=0$

26) $\dfrac{\cos x-\dfrac{1}{2}}{\sin x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=0$

27) $|\sin 2x|=1$

28) $\dfrac{\operatorname{tg}3x}{\sin x}=0$

29) $\cos^2 2x=\dfrac{1}{2}$

30) $\sin^2 2x=\dfrac{1}{2}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $-\pi+4\pi k$

2) $1020°$

3) $(-1)^k\dfrac{\pi}{6}+\pi k$

4) $\dfrac{\pi}{3}+\pi k$

5) $\dfrac{\pi}{4}\pm\dfrac{2\pi}{3}+2\pi k$

6) $\pi(2k+1)$

7) $-\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{3\pi}{2}k$

8) $x\in\varnothing$

9) $(-1)^{k+1}\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\pi}{4}+\pi k$

10) $\dfrac{\pi}{4}+\pi k$

11) $\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\pi k}{2}$

12) $3°20'+60°\cdot k$

13) $2\pi k$

14) $2\pi+4\pi k$

15) $1\pm\dfrac{\pi}{6}+2\pi k$

16) $-\operatorname{arc\,tg}\dfrac{2}{3}+\pi k$

17) $-\dfrac{\pi}{2}+2\pi k$

18) $(-1)^k\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{\pi k}{2}$

19) 3,5

20) $\pm\dfrac{\pi}{3}+2\pi k$

21) $\pm\dfrac{\pi}{9}+\dfrac{2\pi k}{3}$

www.nismath.org

22) $\pm\frac{\pi}{6}+\pi k$ 23) $\frac{1}{3}$ 24) $-\frac{\pi}{2}+2\pi k$

25) $\pm 10+30k$ 26) $-\frac{\pi}{3}+2\pi k$ 27) $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi k}{2}$

28) $\frac{\pi}{3}(3k\pm 1)$ 29) $\frac{\pi}{8}(2k+1)$ 30) $\frac{\pi}{8}+\frac{\pi}{4}k$

*Жауаптарында $k\in\mathbb{Z}$ параметрі.

2 – тобы. Негізгі тригонометриялық формулаларды қолдана отырып теңдеулерді шешіңіз:

4.2.2

A

1) $\sin 3x+\sin x=0$ 2) $\sqrt{3}\sin x\cdot\cos x=\sin^2 x$

3) $\sin^2 x-\frac{1}{2}\sin 2x=0$ 4) $3\sin x\cdot\cos x-2\cos^2 x=0$

5) $\cos 5x\cdot\cos x=\cos 4x$ 6) $\sin x\cdot\sin 2x+\cos 3x=0$

7) $\cos x\cdot\cos 4x=\cos 5x$ 8) $3\sin x\cdot\cos x-5\cos^2 x=0$

9) $\cos 3x\cdot\cos x-\sin 3x\cdot\sin x=-\frac{1}{2}$ 10) $\sin x+\sin 2x+\sin 3x=0$

11) $\sin 2x=2\sqrt{3}\cos^2 x$ 12) $\sin x+\sin 3x=2\sin 2x$

13) $\sin^2 x+\frac{1}{2}\sin 2x=1$ 14) $\sqrt{3}\cos^2 x-0,5\sin 2x=0$

15) $2\left(\cos^4 x-\sin^4 x\right)=1$ 16) $2\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}\cos x$

17) $\sin 3x-2\sin x=0$ 18) $\operatorname{tg}(x+20^\circ)+\operatorname{tg}(70^\circ-x)=2$

19) Егер $90^\circ<x<180^\circ$ болса, $\cos 2x\cdot\sin x=\cos 2x$ шешіңіз.

www.nismath.org

20) $\cos^4 x - \sin^4 x = 0$

21) Егер $x \in (0°;\ 90°)$ болса, $2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin 2x = 0$ шешіңіз.

B

22) $\sin^2 3x = 3\cos^2 3x$

23) $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2$

24) $\cos 3x + \cos\frac{5x}{2} = 2$

25) $\sin x + \sin 2x = \cos x + 2\cos^2 x$

26) $\sin 5x \cdot \sin 4x + \cos 6x \cdot \cos 3x = 0$

27) $\sin 2x + \sin(-x) = 2\cos(-x) - 1$

28) $\sin(x + 30°) + \cos(x + 60°) = 1 + \cos 2x$

29) $\sin^2 3x + \sin^2 4x = \sin^2 5x + \sin^2 6x$

30) $\cos 2x = 2\sin^2 x$

31) $\cos^2 2x + \cos^2 3x = 1$

32) $\operatorname{tg} 3x - \operatorname{tg} x = 0$

33) $\cos 2x \cdot \sin 4x - \cos x \cdot \sin 5x = 0$

34) $\cos 7x = \cos 4x \cdot \cos 3x$

35) $\sin^2 2x + \sin^2 3x + \sin^2 4x + \sin^2 5x = 2$, жауабында $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ кесіндісіне тиісті әртүрлі түбірлердің санын көрсетіңіз.

36) Егер $180° < x < 270°$ болса, $1 + \sin x + \cos(2x - 180°) = 0$ шешіңіз.

37) $\cos 6x + 6\cos^2 3x = 1$

38) $2\sin^2 3x + \cos^2 3x + \sin 3x = 1$, $[0°; 180°]$ кесіндісіндегі әртүрлі шешімдердің санын табыңыз.

www.nismath.org

39) $\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+\sqrt{3}=0$

40) $\frac{\cos x-\cos 3x}{\sin x}=0$

41) $\cos 9x-\cos 7x+\cos 3x-\cos x=0$

42) $\sin 6x+\sin 2x=\sin 4x$

43) $\cos\left(2x-\frac{7\pi}{2}\right)=\sin(4x+3\pi)$

44) $\sin^4 x+\cos^4 x=\frac{1}{2}\sin^2 2x$

45) $\cos 3x\cdot\cos 2x-\sin x\cdot\sin 6x=\cos 7x$

46) $4\sin\frac{x}{2}-\cos x+1=0$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\frac{\pi k}{2}$

2) πk; $\frac{\pi}{3}+\pi n$

3) πk; $\frac{\pi}{4}+\pi n$

4) $\frac{\pi}{2}+\pi k$; $\operatorname{arc\,tg}\frac{2}{3}+\pi n$

5) $\frac{\pi k}{5}$

6) $\frac{\pi}{2}(2k+1)$; $\frac{\pi}{4}(2n+1)$

7) $\frac{\pi k}{4}$

8) $\operatorname{arc\,tg}\frac{5}{3}+\pi k$; $\frac{\pi}{2}+\pi n$

9) $\pm\frac{\pi}{6}+\frac{\pi k}{2}$

10) $\frac{\pi k}{2}$; $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n$

11) $\frac{\pi}{2}+\pi k$; $\frac{\pi}{3}+\pi n$

12) $\frac{\pi k}{2}$

www.nismath.org

13) $\frac{\pi}{4}+\pi k;\ \frac{\pi}{2}+\pi n$

14) $\frac{\pi}{2}+\pi k;\ \frac{\pi}{3}+\pi n$

15) $\pm\frac{\pi}{6}+\pi k$

16) πk

17) $\pi k;\ \pm\frac{\pi}{6}+\pi n$

18) $25°+180°\cdot k$

19) $135°$

20) $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi k}{2}$

21) $60°$

22) $\frac{\pi}{9}(3k\pm1)$

23) $\frac{\pi}{2}+\pi k;\ \frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2};\ \frac{\pi}{10}+\frac{\pi m}{5}$

24) $4\pi k$

25) $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k;\ \frac{\pi}{4}+\pi n$

26) $\frac{\pi}{2}(2k+1);\ \frac{\pi}{4}(2n+1)$

27) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k;\ \frac{\pi}{2}+2\pi n$

28) $90°(2k+1);\ 60°(6n\pm1)$

29) $\frac{\pi k}{9};\ \frac{\pi n}{2}$

30) $\pm\frac{\pi}{6}+\pi k$

31) $\frac{\pi}{10}+\frac{\pi k}{5};\ \frac{\pi}{2}+\pi n$

32) πk

33) $\pi k;\ \frac{\pi}{6}+\frac{\pi n}{3}$

34) $\frac{\pi k}{4};\ \frac{\pi n}{3}$

35) 5

36) $210°$

37) $\pm\frac{\pi}{9}+\frac{\pi k}{3}$

38) 5

39) $\pi+2\pi k$

40) $\frac{\pi}{2}+\pi k$

www.nismath.org

41) $\frac{\pi}{6}+\frac{\pi k}{3}$; $\frac{\pi n}{5}$

42) $\frac{\pi k}{4}$; $\pm\frac{\pi}{6}+\pi n$

43) $\pm\frac{\pi}{6}+\pi k$; $\frac{\pi n}{2}$

44) $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi k}{2}$

45) $\frac{\pi k}{4}$; $\frac{\pi n}{3}$

46) $2\pi k$

*Жауаптарында $k, n, m \in \mathbb{Z}$ параметрлері.

3 – тобы. Жаңа айнымалы енгізу арқылы теңдеуді шешіңіз:

4.2.3

A

1) $2\cos^2 x = 3\sin x$

2) $2\sin^2\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-5\cos(\pi-x)+2=0$

3) $\cos 2x-\cos x=2-\sin^2 x$

4) $6\sin x=3-8\cos^2 x$

5) $\operatorname{ctg} x=-4-3\operatorname{tg} x$

6) $8\cos^2 x+6\sin x-3=0$

7) $2\cos^2 x-5\cos x=-3$

8) $5-5\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=2\cos^2(\pi-x)$

9) $3\cos 2x=4-11\cos x$

10) $2\cos^2(x-\pi)+3\sin(\pi+x)=0$

11) $3\cos^2\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-2\cos x+2\cos^2 x=0$

www.nismath.org

В

12) $\operatorname{tg}^2 x - 3\operatorname{tg} x + 4 = 3\operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg}^2 x$

13) $6\cos^2 x - 2\sin 2x = 1$

14) $1 + \sin x \cdot \cos x - 3\cos^2 x = 0$

15) $\sin x \cdot \cos x - \cos^2 x = 1$

16) $2\sin^2 x - 7\sin x \cdot \cos x + 6\cos^2 x = 0$

17) $3\sin^2 x + 4\cos^2 x = 13\sin x \cdot \cos x$

18) $6\cos^2 x + \sin^2 x = 5\sin x \cdot \cos x$

19) $\sin^2 x + \frac{1}{2}\sin 2x = 1$

20) $2\sin^2 x - 5\sin x \cdot \cos x + 3\cos^2 x = 0$

21) $3\cos^2 x - \sin^2 x - \sin 2x = 0$

22) $\sin^2 x - 10\sin x \cdot \cos x + 9\cos^2 x = 0$, егер $0° < x < 90°$ болса, x-тің ең кіші шешімін табыңыз.

23) $3\sin\left(2x + \frac{3\pi}{2}\right) - 5\sin x - 1 = 0$

24) $\cos 2x\left(\cos 2x - 1\right) + \sin^2 x = \cos^2 x - 1$

25) Егер $0° < x < 100°$ болса, $1 + \cos 4x - 2\cos^2\left(x - 270°\right) = 0$ шешіңіз.

26) $\sin^4 x + \cos^4 x = \sin x \cdot \cos x$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$

2) $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$

3) $\pi + 2\pi k$

4) $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k$

www.nismath.org

5) $-\frac{\pi}{4}+\pi k;\ -\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{3}\right)+\pi n$

6) $(-1)^{k+1}\frac{\pi}{6}+\pi k$

7) $2\pi k$

8) $\frac{\pi}{2}+2\pi k$

9) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$

10) $(-1)^{k}\frac{\pi}{6}+\pi k$

11) $2\pi k$

12) $\frac{\pi}{4}+\pi k$

13) $\frac{\pi}{4}+\pi k;\ -\operatorname{arctg}5+\pi n$

14) $\frac{\pi}{4}+\pi k;\ -\operatorname{arctg}2+\pi n$

15) $x\in\varnothing$

16) $\operatorname{arctg}2+\pi k;\ \operatorname{arctg}\frac{3}{2}+\pi n$

17) $\operatorname{arctg}4+\pi k;\ \operatorname{arctg}\frac{1}{3}+\pi n$

18) $\operatorname{arctg}2+\pi k;\ \operatorname{arctg}3+\pi n$

19) $\frac{\pi}{2}+\pi k;\ \frac{\pi}{4}+\pi n$

20) $\frac{\pi}{4}+\pi k;\ \operatorname{arctg}\frac{3}{2}+\pi n$

21) $\frac{\pi}{4}+\pi k;\ \pi n-\operatorname{arctg}3$

22) $45°$

23) $(-1)^{k+1}\frac{\pi}{6}+\pi k$

24) πk

25) $30°;\ 90°$

26) $\frac{\pi}{4}+\pi k$

***Жауаптарында** $k, n\in\mathbb{Z}$ **параметрлері.**

www.nismath.org

4 – тәсіл. Қосымша бұрыш енгізу арқылы теңдеулерді шешіңіз:

4.2.4

А

1) $\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2$

2) $\sqrt{3}\sin x-\cos x=1$

3) $\sin x+\cos x=1$

4) Егер $90^\circ<x<180^\circ$ болса, $\sqrt{3}\sin x+\cos x=\sqrt{2}$ шешіңіз.

5) $\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

В

6) $\sin x+2\cos x=1$

7) $8\sin x-3\cos x=4$

8) $4\cos x+3\sin x=2$

9) $\sin x-\sqrt{2}\cos x=\sqrt{3}$

10) $3\sin x-2\cos x=2$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\frac{\pi}{3}+\pi k$

2) $\frac{\pi}{6}+(-1)^k\frac{\pi}{6}+\pi k$

3) $(-1)^k\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{4}+\pi k$

4) 105°

5) $-\frac{\pi}{2}\pm\frac{2\pi}{3}+4\pi k$

6) $\frac{\pi}{2}+2\pi k$; $2\pi n-2\operatorname{arctg}\frac{1}{3}$

7) $(-1)^k\arcsin\frac{4}{\sqrt{73}}+\operatorname{arctg}\frac{3}{8}+\pi k$

8) $-\arcsin\frac{4}{5}+(-1)^k\arcsin\frac{2}{5}+\pi k$

9) $\frac{\pi}{2}+\operatorname{arctg}\sqrt{2}+2\pi k$

10) $\operatorname{arctg}\frac{2}{3}+(-1)^k\arcsin\frac{2}{\sqrt{13}}+\pi k$

***Жауаптарында** $k,n\in\mathbb{Z}$ **параметрлері.**

4.2.5
www.nismath.org

Теңдеуді шешіңіз:

C

1) $\operatorname{tg}x=\dfrac{-\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$, $90°<x<270°$ шартын қанағаттандыратын ең үлкен бүтін шешімді табыңыз.

2) $\sqrt{1-\sin^2 x}=-\cos x$, $90°<x<270°$ шартын қанағаттандыратын ең кіші бүтін шешімді табыңыз.

3) $7+\dfrac{4\sin x}{\cos^{-1} x}+3\cos^{-1}(90°-2x)=0$, $[0°;360°]$ кесіндісіндегі әртүрлі шешімдердің санын табыңыз.

4) $\sin^2 3x-\cos(180°-x)+\cos^2 3x+\sin\left(90°+\dfrac{x}{2}\right)=0$,

$[0°;720°]$ кесіндісіндегі әртүрлі шешімдердің санын табыңыз.

5) $2\sin^2 x=4\sin^2 2x+7\cos 2x-6$

6) $2\cos^2 4x-6\cos^2 2x+1=0$

7) $\cos 4x+2\cos^2 x=0$

8) $\cos^3 x+\sin^3 x=\cos x+\sin x$

9) $\operatorname{tg}x-\sin x=1-\operatorname{tg}x\cdot\sin x$

10) $\sin x+\operatorname{tg}x=\dfrac{\sin^2 x}{\sin 2x}$

11) $\sin\left(2x-\dfrac{7\pi}{2}\right)+\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}-8x\right)+\cos 6x=1$, жауабында ең кіші оң түбірін көрсетіңіз.

12) $5^{2+\cos 2x}-26\cdot 5^{\cos^2 x}+5=0$

www.nismath.org

13) $[\pi; 2\pi]$ кесіндісінде $\frac{|\cos x|}{\cos x} = \cos 2x - 1$ теңдеуінің қанша түбірлері бар?

14) $\cos^2\left(\frac{\pi x}{6}\right) + \sqrt{2x^2 - 5x - 3} = 0$

15) $4\cos^2 x + \sin x \cdot \cos x + 3\sin^2 x = 3$, егер $x \in [90°; 180°]$ болса, теңдеудің осы аралықтағы түбірлерінің қосындысын табыңыз.

16) $\sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x$

ЖАУАПТАРЫ

1) $269°$ **2)** $91°$ **3)** 4

4) 4 **5)** $\pm\frac{\pi}{6} + \pi k$ **6)** $\pm\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{2}$

7) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$; $\pm\frac{\pi}{3} + \pi n$ **8)** $-\frac{\pi}{4} + \pi k$; $\frac{\pi n}{2}$ **9)** $\frac{\pi}{4} + \pi k$

10) $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$ **11)** $22°30'$ **12)** πk

13) 1 **14)** 3 **15)** $225°$

16) $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}$; $\frac{\pi n}{2}$

***Жауаптарында** $k, n \in \mathbb{Z}$ **параметрлері.**

www.nismath.org

§ 3. ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫҚ ТЕҢСІЗДІКТЕРДІ ШЕШУ

1-тақырып. Қарапайым тригонометриялық теңсіздіктерді шешіңіз:

4.31

A

1) $\sin x < \frac{\sqrt{2}}{2}$

2) $\operatorname{ctg} x \le 0$

3) $2\cos x < -\sqrt{2}$

4) $\sqrt{3}\operatorname{tg} x < 1$

5) $\sqrt{3} - 2\cos x \ge 0$

6) $\operatorname{tg} x \ge -\sqrt{3}$

7) $\sin x \le \frac{\sqrt{3}}{2}$

8) $\sin x > -\frac{1}{2}$

9) $\cos x \ge -\frac{1}{\sqrt{2}}$

10) $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$

11) $\sin x \ge \frac{\sqrt{3}}{2}$

12) $2\cos 2x \ge 1$

B

13) $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \ge 1$

14) $2\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \le \sqrt{3}$

15) $\cos^2 x - \sin^2 x \ge \frac{1}{2}$

16) $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \ge -1$

17) $\cos^2 x - \sin^2 x \le -\frac{\sqrt{3}}{2}$

18) $\sin(2x-1) > -\frac{1}{\sqrt{2}}$

19) $0 < \cos x \le \frac{1}{2}$

20) $y = \sqrt{\operatorname{ctg} x - 1}$ функциясының анықталу облысын табыңыз.

www.nismath.org

21) $\begin{cases}\cos x=-\frac{1}{2}\\ \sin x>0\end{cases}$ жүйесін шешіңіз және $[0;4\pi]$ аралығына тиі шешімдерінің қосындысын табыңыз.

22) $\operatorname{tg}\frac{x}{4}<0$

23) $|\operatorname{ctg}x|<\sqrt{3}$

24) $\operatorname{tg}2x\geq 1$

25) $|\sin x|\leq\frac{\sqrt{2}}{2}$

26) $\log_{\frac{1}{2}}\sin x>1$

27) $\operatorname{ctg}\left(x+\frac{\pi}{3}\right)<-1$

28) $|\operatorname{tg}x|\geq\sqrt{3}$

29) $\operatorname{tg}^2x\geq\frac{1}{3}$

30) $\sin\left(\frac{3x}{2}+\frac{\pi}{12}\right)<\frac{1}{\sqrt{2}}$

31) $|\cos x|\geq\frac{\sqrt{2}}{2}$

32) $|\sin x|\leq\frac{\sqrt{3}}{2}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\left(-\frac{5\pi}{4}+2\pi n;\ \frac{\pi}{4}+2\pi n\right)$

2) $\left[\frac{\pi}{2}+\pi n;\ \pi+\pi n\right)$

3) $\left(\frac{3\pi}{4}+2\pi n;\ \frac{5\pi}{4}+2\pi n\right)$

4) $\left(-\frac{\pi}{2}+\pi n;\ \frac{\pi}{6}+\pi n\right)$

5) $\left[\frac{\pi}{6}+2\pi n;\ \frac{11\pi}{6}+2\pi n\right]$

6) $\left[-\frac{\pi}{3}+\pi n;\ \frac{\pi}{2}+\pi n\right)$

7) $\left[-\frac{4\pi}{3}+2\pi n;\ \frac{\pi}{3}+2\pi n\right]$

8) $\left(-\frac{\pi}{6}+2\pi n;\ \frac{7\pi}{6}+2\pi n\right)$

9) $\left[-\frac{3\pi}{4}+2\pi n;\ \frac{3\pi}{4}+2\pi n\right]$

10) $\left(\frac{\pi}{4}+2\pi n;\ \frac{7\pi}{4}+2\pi n\right)$

www.nismath.org

11) $\left[\frac{\pi}{3}+2\pi n;\ \frac{2\pi}{3}+2\pi n\right]$

12) $\left[-\frac{\pi}{6}+\pi n;\ \frac{\pi}{6}+\pi n\right]$

13) $\left[\pi n;\ \frac{\pi}{4}+\pi n\right)$

14) $\left[-\pi+2\pi n;\ \frac{2\pi}{3}+2\pi n\right]$

15) $\left[-\frac{\pi}{6}+\pi n;\ \frac{\pi}{6}+\pi n\right]$

16) $\left[\frac{\pi}{12}+\pi n;\ \frac{3\pi}{4}+\pi n\right]$

17) $\left[\frac{5\pi}{12}+\pi n;\ \frac{7\pi}{12}+\pi n\right]$

18) $\left(-\frac{\pi}{8}+\frac{1}{2}+\pi n;\ \frac{5\pi}{8}+\frac{1}{2}+\pi n\right)$

19) $\left(-\frac{\pi}{2}+2\pi n;\ -\frac{\pi}{3}+2\pi n\right]\cup\left[\frac{\pi}{3}+2\pi n;\ \frac{\pi}{2}+2\pi n\right)$

20) $\left(\pi n;\ \frac{\pi}{4}+\pi n\right]$

21) $\frac{10\pi}{3}$

22) $(-2\pi+4\pi n;\ 4\pi n)$

23) $\left(\frac{\pi}{6}+\pi n;\ \frac{5\pi}{6}+\pi n\right)$

24) $\left[\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2};\ \frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2}\right)$

25) $\left[-\frac{\pi}{4}+\pi n;\ \frac{\pi}{4}+\pi n\right]$

26) $\left(2\pi n;\ \frac{\pi}{6}+2\pi n\right)\cup\left(\frac{5\pi}{6}+2\pi n;\ \pi+2\pi n\right)$

27) $\left(\frac{5\pi}{12}+\pi n;\ \frac{2\pi}{3}+\pi n\right)$

28) $\left(-\frac{\pi}{2}+\pi n;\ -\frac{\pi}{3}+\pi n\right]\cup\left[\frac{\pi}{3}+\pi n;\ \frac{\pi}{2}+\pi n\right)$

29) $\left(-\frac{\pi}{2}+\pi n;\ -\frac{\pi}{6}+\pi n\right]\cup\left[\frac{\pi}{6}+\pi n;\ \frac{\pi}{2}+\pi n\right)$

30) $\left(-\frac{8\pi}{9}+\frac{4\pi n}{3};\ \frac{\pi}{9}+\frac{4\pi n}{3}\right)$

31) $\left[-\frac{\pi}{4}+\pi n;\ \frac{\pi}{4}+\pi n\right]$

32) $\left[-\frac{\pi}{3}+\pi n;\ \frac{\pi}{3}+\pi n\right]$

***Жауаптарында** $n\in\mathbb{Z}$ **параметрі.**

4.3.2
www.nismath.org

2-тобы. Негізгі тригонометриялық [illegible] қолдана отырып, тригонометриялық [illegible]

A

1) $1-4\sin^2 x<0$

2) $3-4\cos^2 x<0$

3) $\cos 3x\cdot\cos x+\sin 3x\cdot\sin x\geq\frac{1}{2}$

4) $2\sin^2 2x<1$

5) $\sin 3x\cdot\cos x+\cos 3x\cdot\sin x\geq\frac{1}{2}$

6) $\sin x\cdot\cos x>0$

7) $2\cos 5x\cdot\cos 4x+2\sin 5x\cdot\sin 4x<\sqrt{3}$

B

8) $\sin x+\sqrt{3}\cos x>0$

9) $\sin x>\cos x$

10) $(1+\cos 4x)\sin 2x\geq\cos^2 2x$

11) $4\cos x-\sin 2x>0$

12) $3\sin x+\sin 2x<0$

13) $\sin^4\frac{x}{3}+\cos^4\frac{x}{3}>\frac{1}{2}$

14) $\left(\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}\right)^2<\sin x$

15) $\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\cdot\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)>\frac{1}{4}$

16) $2\cos^2 x<\sqrt{2}+2\sin^2 x$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\left(\frac{\pi}{6}+\pi n;\ \frac{5\pi}{6}+\pi n\right)$

2) $\left(-\frac{\pi}{6}+\pi n;\ \frac{\pi}{6}+\pi n\right)$

3) $\left[-\frac{\pi}{6}+\pi n;\ \frac{\pi}{6}+\pi n\right]$

4) $\left(-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2};\ \frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}\right)$

5) $\left[\frac{\pi}{24}+\frac{\pi n}{2};\ \frac{5\pi}{24}+\frac{\pi n}{2}\right]$

6) $\left(\pi n;\ \frac{\pi}{2}+\pi n\right)$

www.nismath.org

7) $\left(\frac{\pi}{6}+2\pi n;\ \frac{11\pi}{6}+2\pi n\right)$

8) $\left(-\frac{\pi}{3}+2\pi n;\ \frac{2\pi}{3}+2\pi n\right)$

9) $\left(\frac{\pi}{4}+2\pi n;\ \frac{5\pi}{4}+2\pi n\right)$

10) $\left[\frac{\pi}{12}+\pi n;\ \frac{5\pi}{12}+\pi n\right]\cup\left\{\frac{3\pi}{4}+\pi k\right\}$

11) $\left(-\frac{\pi}{2}+2\pi n;\ \frac{\pi}{2}+2\pi n\right)$

12) $(-\pi+2\pi n;\ 2\pi n)$

13) $x\neq\frac{3\pi}{4}+\frac{3\pi n}{2}$

14) $\left(\frac{\pi}{6}+2\pi n;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi n\right)$

15) $\left(-\frac{\pi}{12}+\pi n;\ \frac{\pi}{4}+\pi n\right)$

16) $\left(\frac{\pi}{8}+\pi n;\ \frac{7\pi}{8}+\pi n\right)$

***Жауаптарында** $n, k\in\mathbb{Z}$ **параметрлері.**

4.3.3

3 – тобы. Жаңа айнымалы енгізу арқылы тригонометриялық теңсіздіктерді шешіңіз:

В

1) $\cos 2x+5\cos x+3\geq 0$

2) $2\sin^2 x-7\sin x+3>0$

3) $\sin x+\cos 2x>1$

4) $3\sin^2 2x+7\cos 2x-3\geq 0$

5) $3\sin^2 x-2\sin x\cdot\cos x-\cos^2 x\leq 0$

6) $3\cos 2x+2\cos x\geq 5$

7) $3\sin x>2\cos^2 x$

8) $\operatorname{tg}^3 x+\operatorname{tg}^2 x-\operatorname{tg} x-1<0$

9) $2\sin^2 x+\sqrt{3}\sin x-3>0$

10) $\operatorname{ctg}^2 x+\operatorname{ctg} x\geq 0$

11) $2\cos^4 x-3\cos^2 x+1>0$

12) $2\sin^2 x-3\sin x+1<0$

13) $\cos 2x<\cos 4x$

14) $2\sin^2 x+\sin 2x-4\cos^2 x>0$

15) $\frac{2}{\cos^2 x}-\operatorname{tg} x-3<0$

16) $\cos 2x+5\sin x+2\geq 0$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $\left[-\frac{2\pi}{3}+2\pi n;\ \frac{2\pi}{3}+2\pi n\right]$

2) $\left(-\frac{7\pi}{6}+2\pi n;\ \frac{\pi}{6}+2\pi n\right)$

3) $\left(2\pi n;\ \frac{\pi}{6}+2\pi n\right)\cup\left(\frac{5\pi}{6}+2\pi n;\ \pi+2\pi n\right)$

4) $\left[-\frac{\pi}{4}+\pi n;\ \frac{\pi}{4}+\pi n\right]$

5) $\left[-\operatorname{arc\,tg}\frac{1}{3}+\pi n;\ \frac{\pi}{4}+\pi n\right]$

6) $x=2\pi n$

7) $\left(\frac{\pi}{6}+2\pi n;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi n\right)$

8) $\left(-\frac{\pi}{2}+\pi n;\ -\frac{\pi}{4}+\pi n\right)\cup\left(-\frac{\pi}{4}+\pi k;\ \frac{\pi}{4}+\pi k\right)$

9) $\left(\frac{\pi}{3}+2\pi n;\ \frac{2\pi}{3}+2\pi n\right)$

10) $\left[\frac{3\pi}{4}+\pi n;\ \pi+\pi n\right)\cup\left(\pi k;\ \frac{\pi}{2}+\pi k\right]$

11) $\left(\frac{\pi}{4}+\pi n;\ \frac{3\pi}{4}+\pi n\right)$

12) $\left(\frac{\pi}{6}+2\pi n;\ \frac{\pi}{2}+2\pi n\right)\cup\left(\frac{\pi}{2}+2\pi n;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi n\right)$

13) $\left(\frac{\pi}{3}+\pi n;\ \frac{2\pi}{3}+\pi n\right)$

14) $\left[-\frac{\pi}{2}+\pi n;\ -\operatorname{arc\,tg}2+\pi n\right)\cup\left(\frac{\pi}{4}+\pi k;\ \frac{\pi}{2}+\pi k\right]$

15) $\left(-\operatorname{arc\,tg}\frac{1}{2}+\pi n;\ \frac{\pi}{4}+\pi n\right)$

16) $\left[-\frac{\pi}{6}+2\pi n;\ \frac{7\pi}{6}+2\pi n\right]$

***Жауаптарында** $n\in\mathbb{Z}$ **параметрі**

Ч.34 www.nismath.org

4 – тобы. Тригонометриялық теңсіздіктерді шешіңіз:

C

1) $\operatorname{tg}\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)<-\sqrt{3},\ x\in\left[-\frac{3}{8};\frac{21}{8}\right]$

2) $2\sin^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{3}\cos 2x>0$

3) $|\sin x|\geq|\cos x|$

4) $\sqrt{\cos^2\left(\frac{\pi}{3}-\frac{x}{3}\right)}<\frac{1}{2}$

5) $\sin^6 x+\cos^6 x\geq\frac{5}{8}$

6) $\sin 3x\left(\cos 2x+1\right)\geq 0$

7) $\sin 3x-2\sin x\leq 0$

8) $\cos x\cdot\cos 7x>\cos 3x\cdot\cos 5x$

9) $\begin{cases}\sin x<\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \cos x>-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$ **10)** $\left[\begin{array}{l}\sin x>\frac{2}{3}\\ \cos x<0\end{array}\right.$

11) $2+\operatorname{tg}2x+\operatorname{ctg}2x<0$

12) $2\sin^2 3x+\sin^2 6x<2$

13) $\sin x\leq\frac{3a-6}{a+1}$, a-ның қандай мәндерінде теңсіздіктің шешімдерінің болмайтындығын табыңыз.

14) $\left(-2x^2+5x-7\right)\left(3\operatorname{tg}^2 x-1\right)\geq 0$

15) $(0;\pi)$ аралығына тиісті болатын $1\leq\frac{\operatorname{tg}3x+\operatorname{tg}x}{1-\operatorname{tg}3x\cdot\operatorname{tg}x}\leq\sqrt{3}$ қос теңсіздігінің ең үлкен және ең кіші шешімдерінің қосындысын табыңыз.

www.nismath.org

16) $\left(\cos x+\frac{\pi}{2}\right)\left(\sin x-\frac{\pi}{3}\right)\left(\operatorname{tg}^2 x-\frac{1}{3}\right)\geq 0$

17) $\sin 2x(\cos 3x-1)<0$

18) $\sin 2x\cdot\sin 3x-\cos 2x\cdot\cos 3x>\sin 10x$

19) $\frac{5}{4}\sin^2 x+\frac{1}{4}\sin^2 2x>\cos 2x$

20) $\cos\left(4x+\frac{5\pi}{2}\right)\leq\cos^4 x-\sin^4 x$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\left[-\frac{3}{8};\ -\frac{\pi}{12}\right)\cup\left(\frac{\pi}{3};\ \frac{5\pi}{12}\right)\cup\left(\frac{5\pi}{6};\ 2\frac{5}{8}\right]$

2) $\left(-\frac{\pi}{4}+\pi n;\ \frac{5\pi}{12}+\pi n\right)$

3) $\left[\frac{\pi}{4}+\pi n;\ \frac{3\pi}{4}+\pi n\right]$

4) $(2\pi+3\pi n;\ 3\pi+3\pi n)$

5) $\left[-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2};\ \frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}\right]$

6) $\left[\frac{2\pi n}{3};\ \frac{\pi}{3}+\frac{2\pi n}{3}\right]\cup\left\{\frac{\pi}{2}+\pi n\right\}$

7) $\left[-\frac{\pi}{6}+2\pi n;\ 2\pi n\right]\cup\left[\frac{\pi}{6}+2\pi n;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi n\right]\cup\left[\pi+2\pi n;\ \frac{7\pi}{6}+2\pi n\right]$

8) $\left(\frac{\pi}{4}+\pi n;\ \frac{\pi}{2}+\pi n\right)\cup\left(\frac{\pi}{2}+\pi n;\ \frac{3\pi}{4}+\pi n\right)$

9) $\left(-\frac{3\pi}{4}+2\pi n;\ \frac{\pi}{3}+2\pi n\right)\cup\left(\frac{2\pi}{3}+2\pi n;\ \frac{3\pi}{4}+2\pi n\right)$

www.nismath.org

10) $\left(\arcsin\frac{2}{3}+2\pi n;\ \frac{3\pi}{2}+2\pi n\right)$

11) $\left(-\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2};\ -\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}\right)\cup\left(-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2};\ \frac{\pi n}{2}\right)$

12) $\left(-\frac{\pi}{12}+\frac{\pi n}{3};\ \frac{\pi}{12}+\frac{\pi n}{3}\right)$

13) $\left(-1;\frac{5}{4}\right)$

14) $\left[-\frac{\pi}{6}+\pi n;\ \frac{\pi}{6}+\pi n\right]$

15) $\frac{43\pi}{48}$

16) $\left[-\frac{\pi}{6}+\pi n;\ \frac{\pi}{6}+\pi n\right]$

17) $\left(2\pi n;\ \frac{\pi}{2}+2\pi n\right)\cup\left(\pi+2\pi n;\ \frac{4\pi}{3}+2\pi n\right)\cup\left(\frac{4\pi}{3}+2\pi n;\ \frac{3\pi}{2}+2\pi n\right)$

18) $\left(-\frac{\pi}{10}+\frac{2\pi n}{5};\ -\frac{\pi}{30}+\frac{2\pi n}{5}\right)\cup\left(\frac{\pi}{10}+\frac{2\pi n}{5};\ \frac{7\pi}{30}+\frac{2\pi n}{5}\right)$

19) $\left(\frac{\pi}{6}+\pi n;\ \frac{5\pi}{6}+\pi n\right)$

20) $\left[-\frac{\pi}{12}+\pi n;\ \frac{\pi}{4}+\pi n\right]\cup\left[\frac{7\pi}{12}+\pi n;\ \frac{3\pi}{4}+\pi n\right]$

***Жауаптарында** $n, k\in\mathbb{Z}$ **параметрлері.**

www.nismath.org

V ТАРАУ. ПРОГРЕССИЯҒА БАЙЛАНЫСТЫ ЕСЕПТЕРДІ ШЫҒАРУ

5.1.1

§ 1. АРИФМЕТИКАЛЫҚ ПРОГРЕССИЯ

1-тобы. Арифметикалық прогрессияның n-ші мүшесінің формуласы

1. Егер $a_4 = -3$, $d = 5$ болса, 47-ге тең арифметикалық прогрессия мүшесінің нөмірін табыңыз.

Жауабы: 14.

2. Егер $a_6 = 23$, $a_{11} = 48$ болса, арифметикалық прогрессияның бірінші мүшесін табыңыз.

Жауабы: -2.

3. Арифметикалық прогрессияда 10 мүше бар. Жұп нөмірлері бар мүшелердің қосындысы 25, ал тақ нөмірлері бар мүшелердің қосындысы 10-ға тең. Прогрессияның жетінші мүшесін табыңыз.

Жауабы: 8.

4. a_1, a_2, 15, a_4, a_5, 33, a_7 ... әріптермен белгіленген арифметикалық прогрессиялардың мүшелерін табыңыз. Жауабында $a_1 \cdot a_7$ көрсетіңіз.

Жауабы: 117.

5. Арифметикалық прогрессияның бірінші мүшесі 2-ге тең, ал екінші және үшінші мүшелері сәйкесінше тізбектес екі натурал сандардың квадраттарына тең. Осы прогрессияның айырмасын табыңыз.

Жауабы: 7.

6. x_1 және x_2 $x^2 - 4x + a = 0$ теңдеуінің түбірлері; x_3 және x_4 $x^2 - 12x + b = 0$ теңдеуінің түбірлері екендігі белгілі. x_1, x_2, x_3, x_4 сандары – арифметикалық прогрессия болып табылады. $a \cdot b$ табыңыз.

Жауабы: 105.

www.nismath.org

7. Өспелі арифметикалық прогрессияның екінші, төртінші және алтыншы мүшелерінің қосындысы 15-ке тең, ал осы прогрессияның үшінші және бесінші мүшелерінің квадраттарының қосындысы 58-ге тең. Осы прогрессияның жетінші мүшесін анықтаңыз.

Жауабы: 11.

8. Арифметикалық прогрессияның алғашқы үш мүшесінің қосындысы 30-ға тең, ал осы прогрессияның бірінші және екінші мүшелерінің квадраттарының қосындысы 116-ға тең. Егер оның бесінші мүшесі 13-ке бүтіндей бөлінетіндігі белгілі болса, осы прогрессияның бірінші мүшесін табыңыз.

Жауабы: -4.

9. Үш санның қосындысы $0,6(1)$ тең, ал арифметикалық прогрессияны құрайтын, оларға кері сандардың қосындысы 18-ге тең. Осы сандарды табыңыз.

Жауабы: $\frac{1}{3};\ \frac{1}{6};\ \frac{1}{9}$.

10. Кемімелі арифметикалық прогрессияның екінші және үшінші мүшелерінің көбейтіндісі 21-ге тең, ал осы прогрессияның алғашқы жеті мүшесінің қосындысы (-7)-ге тең. Прогрессияның бесінші мүшесін анықтаңыз.

Жауабы: -5.

11. Арифметикалық прогрессияны құрайтын үш санның қосындысы 111-ге тең. Екінші сан біріншіден 5 есе артық. Бірінші санды табыңыз.

Жауабы: 7,4.

12. $\begin{cases} a_2 + a_5 - a_3 = 10, \\ a_1 + a_6 = 17 \end{cases}$ арифметикалық прогрессиясы берілген.

a_1-ді табыңыз.

Жауабы: 1.

www.nismath.org

13. $\begin{cases} a_7 - a_3 = 8, \\ a_2 \cdot a_7 = 75 \end{cases}$ мүшелері оң арифметикалық прогрессия берілген.

Жауабында $(3d - 2a_1)$ көрсетіңіз.

Жауабы: 0.

14. $(d > 0)$ $\begin{cases} a_3 \cdot a_4 = 80, \\ \dfrac{a_2}{a_5} = 2 \end{cases}$ арифметикалық прогрессиясы берілген.

Осы прогрессияда модульдері 10-нан аспайтын, қанша мүше бар екендігін анықтаңыз.

Жауабы: 11.

15. Арифметикалық прогрессияның он үшінші мүшесін үшінші мүшесіне бөлгенде бөліндісі 3, ал он сегізінші мүшесін жетінші мүшеге бөлгенде бөліндісі 2-ге және қалдығы 8-ге тең болады. a_1 және d-ны анықтаңыз.

Жауабы: 12; 4.

16. $\begin{cases} a_2 + a_4 = 16, \\ a_1 \cdot a_5 = 28 \end{cases}$ арифметикалық прогрессиясы берілген.

a_1; d-ны табыңыз.

Жауабы: 2; 3 немесе 14; -3.

17. Осы сандармен бірге арифметикалық прогрессияны құрайтын, 8 және 26 сандарының арасына бес сан қойып шығыңыз.

Жауабы: 11; 14; 17; 20; 23.

18. 9,2; 8,7; 8,2; ... арифметикалық прогрессия мүшелерінің арасында $(-0,8)$ саны кездеседі ма?

Жауабы: $a_{21} = -0,8$.

19. $\begin{cases} S_2 - S_4 + a_2 = 14, \\ S_3 + a_3 = 17 \end{cases}$ арифметикалық прогрессиясы берілген.

a_1; d табыңыз.

Жауабы: $\dfrac{138}{11}$; $-\dfrac{73}{11}$.

www.nismath.org

20. $\begin{cases} 5a_1+10a_5=0, \\ S_4=14 \end{cases}$ **арифметикалық прогрессиясы берілген.**

$(a_1 \cdot d)$**-ны табыңыз.**

Жауабы: -24.

21. $\begin{cases} S_5-S_2-a_5=0{,}1 \\ S_4+a_7=0{,}1 \end{cases}$ **арифметикалық прогрессиясы берілген.**

(a_1-d)**-ны табыңыз.**

Жауабы: -1.

22. Өспелі арифметикалық прогрессиясындағы a_3 **және** a_6 **көбейтіндісі 406-ға тең.** a_9**-ны** a_4**-ке бөлген кезде бөліндісі 2 және қалдығы 6 шығады.** a_1 **және** d**-ны табыңыз.**

Жауабы: 4; 5.

23. Арифметикалық прогрессияның бірінші және екінші мүшелерінің қосындысы, алғашқы үш мүшенің қосындысының 60%-ын құрайды. Егер оның үшінші мүшесі 12-ге тең болса, прогрессияның бірінші мүшесін анықтаңыз.

Жауабы: 8.

24. Осылармен бірге арифметикалық прогрессияны құрайтындай, 1 және 1,3 сандарының арасына бес санды қойып шығыңыз.

Жауабы: 1,05; 1,1; 1,15; 1,2; 1,25.

25. $\begin{cases} a_1+a_2+a_3=30, \\ a_6-a_4=-4, \\ a_n=-10 \end{cases}$ **арифметикалық прогрессиясындағы** n қаншаға тең?

Жауабы: 12.

26. 299 **саны,** 5; 8; 11 ... **және** 3; 7; 11 ... **келесі екі арифметикалық прогрессияларының ортақ мүшесі болып табыла ма? Егер болатын болса, онда оның нөмірін әрбір прогрессияда көрсетіңіз.**

Жауабы: Иә $(99; 75)$.

www.nismath.org

27. 227 саны, 5; 8; 11 ... және 3; 7; 11 ... келесі екі арифметикалық прогрессиялардың ортақ мүшесі болып табыла ма? Егер болатын болса, онда оның нөмірін әрбір прогрессияда көрсетіңіз.

Жауабы: Иә $(75;57)$.

28. $\frac{7}{12}$; 0,55; ... арифметикалық прогрессияның бірінші теріс мүшесін табыңыз.

Жауабы: $-\frac{1}{60}$.

29. Егер $a_9=-30$, $a_{19}=-45$ болса, арифметикалық прогрессияның n-ші мүшесінің формуласын құрыңыз.

Жауабы: $a_n=-18-1{,}5\cdot(n-1)$.

30. $a_1=-\sqrt{2}$, $d=1+\sqrt{2}$ арифметикалық прогрессиясындағы a_7 табыңыз.

Жауабы: $6+5\sqrt{2}$.

5.1.2

2-тобы. Арифметикалық прогрессияның алғашқы n мүшелерінің қосындысының формуласы

1. $a_n=4n+1$ арифметикалық прогрессияның алғашқы он мүшесінің қосындысын табыңыз.

Жауабы: 230.

2. –63; –58 ... арифметикалық прогрессиясындағы оның барлық теріс мүшелерінің қосындысын табыңыз.

Жауабы: –429.

3. $a_9=6$ арифметикалық прогрессиясындағы S_{17} табыңыз.

Жауабы: 102.

4. $a_3=8$, $a_4=5$, $S_n=28$ арифметикалық прогрессиясындағы n-ді табыңыз.

Жауабы: 8.

www.nismath.org

5. $S_3 = 30$, $S_5 = 75$, $S_n = 105$ арифметикалық прогрессиясындағы n-ді табыңыз.

Жауабы: 6.

6. 6-ға еселі және 70-тен аспайтын барлық натурал сандардың қосындысын табыңыз.

Жауабы: 396.

7. Арифметикалық прогрессияның үшінші мүшесі екіншісінен үш есе артық, ал барлық мүшелерінің қосындысы үшіншіден 40 есе артық. Мүшелердің санын табыңыз.

Жауабы: 12.

8. $a_1 = -5$, $S_{23} = 1909$ арифметикалық прогрессиясындағы d-ны табыңыз.

Жауабы: 8.

9. Турист бірінші сағатта 800 *м* биіктікке жетті, ал әрбір келесі сағатта алғашқыға қарағанда 25 *м* кем көтерілді. Ол 5 700 *м* биіктікке қанша сағат ішінде жетеді?

Жауабы: 8 *сағ.*

10. Екі арифметикалық прогрессия берілген:

1) $a_1 = 7$, $a_5 = -5$; 2) $a_1 = 0$, $a_n = 3{,}5$.

Егер екі прогрессияның үшінші мүшелері өзара тең екендігі белгілі болса, екінші прогрессия мүшелерінің қосындысын табыңыз.

Жауабы: 14.

11. $-\frac{9}{4} - \frac{31}{12} - \frac{35}{12} - \ldots - \frac{45}{4}$ есептеңіз.

Жауабы: -189.

12. Егер оның бірінші мүшесі 69-ға тең болса, ал алғашқы он мүшесінің қосындысы одан кейінгі осы прогрессияның жиырма мүшесінің қосындысына тең болса, арифметикалық прогрессияның айырмасын табыңыз.

Жауабы: -2.

www.nismath.org

13. Олардың қосындысы нөлге тең болу үшін, 105; 98; 91 ... арифметикалық прогрессиясының қанша мүшесін алу қажет?

Жауабы: 31.

14. Арифметикалық прогрессияда жүз отыз мүше бар. Тақ орында тұрған мүшелерінің қосындысы 34-ке тең, жұп орында тұрған мүшелерінің қосындысы 21-ге тең. Прогрессияның айырмасын табыңыз.

Жауабы: $-0,2$.

15. Егер алғашқы үш мүшесінің қосындысы нөлге тең, ал алғашқы төрт мүшесінің қосындысы 1-ге тең болса, арифметикалық прогрессияның он екі мүшесінің қосындысын табыңыз.

Жауабы: 27.

16. $\begin{cases} a_n = 55; \\ a_2 + a_5 = 32,5; \\ S_{15} = 412,5 \end{cases}$ арифметикалық прогрессиясындағы n-ді табыңыз.

Жауабы: 19.

17. $\begin{cases} a_3 + a_7 = 6, \\ a_3 \cdot a_7 = 8 \end{cases}$ кемімелі арифметикалық прогрессиясы үшін S_{16}-ны табыңыз.

Жауабы: 20.

18. Егер оның үшінші мүшесі 9-ға тең болса, ал жетінші және екінші мүшелерінің айырмасы 20-ға тең болса, олардың қосындысы 91 құрауы үшін, арифметикалық прогрессияның қанша мүшесін алу қажет?

Жауабы: 7.

19. $\begin{cases} S_3 = 9, \\ S_4 = 16, \\ S_n = 100 \end{cases}$ арифметикалық прогрессиясындағы $(a_1 \cdot d \cdot n)$-ді табыңыз.

Жауабы: 20.

www.nismath.org

20. Арифметикалық прогрессияның сегізінші мүшесі төртінші мүшенің 40%-ын құрайды, ал олардың қосындысы 2,8-ге тең. Олардың қосындысы 14,3-ке тең болу үшін, осы прогрессияның қанша мүшесін алу қажет?

Жауабы: 13.

21. Өспелі арифметикалық прогрессияның бірінші және бесінші мүшелерінің қосындысы 26-ға тең, ал екінші және төртінші мүшелердің көбейтіндісі 160-қа тең. Прогрессияның алғашқы алты мүшесінің қосындысын табыңыз.

Жауабы: 87.

22. $\begin{cases} a_1 + a_4 + a_7 = 45 \\ a_4 \cdot a_6 = 315 \end{cases}$ орындалатындай, арифметикалық прогрессияның жиырма мүшесінің қосындысын табыңыз.

Жауабы: 690.

23. Арифметикалық прогрессияның барлық мүшелері натурал сандар. Оның алғашқы тоғыз мүшесінің қосындысы 200-ден артық, бірақ 220-дан кем. Егер екіншісі 12-ге тең болса, осы прогрессияның бесінші мүшесін табыңыз.

Жауабы: 24.

24. Оның барлық мүшелерінің қосындысы 112, екінші мүшесінің айырмаға көбейтіндісі 30, ал үшінші және бесінші мүшелерінің қосындысы 32-ге тең болса, арифметикалық прогрессия мүшелерінің санын табыңыз.

Жауабы: 7.

25. 5-ке еселі барлық үш таңбалы сандардың қосындысы қаншаға тең?

Жауабы: 98 550.

26. Егер $a_1 = 6$, $a_{10} = 33$ болып, ал барлық мүшелерінің қосындысы 405-ке тең болса, арифметикалық прогрессия мүшелерінің санын табыңыз.

Жауабы: 15.

27. 4-ке бөлгенде, 3-ке тең қалдық шығатын,барлық екі таңбалы сандардың қосындысын табыңыз.

Жауабы: 1 265.

www.nismath.org

28. Арифметикалық прогрессияның алғашқы сегіз мүшелерінің қосындысы 32-ге тең, ал алғашқы жиырма мүшесінің қосындысы 200-ге тең. Алғашқы жиырма сегіз мүшесінің қосындысын табыңыз.

Жауабы: 392.

29. Арифметикалық прогрессияның үшінші мүшесі 10, ал сегізіншісі 30. Қосындысы 242-ге тең болу үшін, қанша мүшені алу керек?

Жауабы: 11.

30. 10 200-ге тең қосындыны алу үшін 3; 5; 7; 9 ... арифметикалық прогрессиясының қанша мүшесін алу қажет?

Жауабы: 100.

5.1.3

3-тобы. Арифметикалық прогрессияның қасиеттері қолданылатын есептер

1. Арифметикалық прогрессияның алғашқы төрт мүшесінің қосындысы 56-ға тең, ал соңғы төрт мүшесінің қосындысы 112-ге тең. Егер оның бірінші мүшесі 11-ге тең болса, прогрессия мүшелерінің санын табыңыз.

Жауабы: 11.

2. Арифметикалық прогрессияның алғашқы төрт мүшесінің қосындысы 40-қа тең, соңғы төрт мүшесінің қосындысы 104-ке тең, ал осы прогрессияның барлық мүшелерінің қосындысы 216-ға тең. Осы прогрессияда қанша мүше бар?

Жауабы: 12.

3. Оның алғашқы төрт мүшесінің қосындысы 26, соңғы төрт мүшесінің қосындысы 110, ал барлық мүшелерінің қосындысы 187 екенін біле отырып, арифметикалық прогрессияны құрайтын сандарды табыңыз.

Жауабы: 2; 5; 8 ...

4. $\lg\left(5^x-4\right)$; $\lg 3$ және $\lg\left(5^x+4\right)$ үш сан x-тің қандай мәндерінде арифметикалық прогрессия құрайды?

Жауабы: 1.

www.nismath.org

5. $\lg(2^x-1)$; $\frac{1}{2}\lg 31$ және $\lg(2^x+1)$ үш сан x-тің қандай мәндерінде арифметикалық прогрессия құрайды?

Жауабы: 2,5.

6. $2\sqrt{x}$; $\sqrt{7x+8}$ және $4\sqrt{x}$ тізбегі x-тің қандай мәндерінде арифметикалық прогрессия құрайды?

Жауабы: 4.

7. $\sqrt{2x+9}$; $\sqrt{5x}$ және $\sqrt{8x+9}$ тізбегі x-тің қандай мәндерінде арифметикалық прогрессия құрайды?

Жауабы: 20.

8. $\lg 4$; $\lg(9^x+5)$; $\lg(9^x+13)$ сандары x-тің қандай мәндерінде арифметикалық прогрессия құрайтынын анықтаңыз.

Жауабы: 0,5.

9. $2\cos\frac{\pi}{6}$; $4\sin\alpha$; $6\sin(\pi-\alpha)$ сандары α-ның қандай мәндерінде, арифметикалық прогрессияның тізбектес мүшелері болып табылады?

Жауабы: $(-1)^k\frac{\pi}{3}+\pi k$; $k\in\mathbb{Z}$.

10. $\sin x$; $\sin 2x$; $\sin 3x$ арифметикалық прогрессияның тізбектес үш мүшелері берілген. x табыңыз.

Жауабы: $\frac{\pi k}{2}$; $k\in\mathbb{Z}$.

5.1.4

4-тобы. Арифметикалық прогрессияның дәстүрлі емес есептері

1. Арифметикалық прогрессияның төртінші және оныншы мүшелерінің қосындысы 10-ға тең. Алғашқы 13 мүшесінің қосындысын табыңыз.

Жауабы: 65.

2. $50^2-49^2+48^2-47^2+\ldots+2^2-1$ қосындысын табыңыз.

Жауабы: 1 275.

www.nismath.org

3. Теңдеуді шешіңіз: $\frac{x-1}{x}+\frac{x-2}{x}+...+\frac{1}{x}=3$.

Жауабы: 7.

4. Теңдеуді шешіңіз: $2+5+8+...+x=155$.

Жауабы: 29.

5. Арифметикалық прогрессия берілген.

$4a_9^2-4a_1\cdot a_9+a_1^2-a_{17}^2+\frac{1}{2}$ есептеп шығарыңыз.

Жауабы: $\frac{1}{2}$.

6. Тік бұрышты үшбұрыштың қабырғалары арифметикалық прогрессияны құрайды. Үшбұрыштың периметрі 24-ке тең. Үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: 24.

7. Егер $a_4+a_8+a_{12}+a_{16}=224$ екендігі белгілі болса, онда арифметикалық прогрессияның алғашқы 19 мүшесінің қосындысын табыңыз.

Жауабы: 1 064.

8. Теңдеуді шешіңіз: $2+6+10+...+2x=242$.

Жауабы: 21.

9. Кез-келген n үшін белгілі бір арифметикалық прогрессияның мүшелерінің қосындысы $S_n=4n^2-3n$ формуласы түрінде өрнектелетіні белгілі. Осы прогрессияның алғашқы үш мүшесінің көбейтіндісін табыңыз.

Жауабы: 153.

10. Арифметикалық прогрессияның алғашқы бес мүшесінің қосындысы оның келесі бес мүшесінің қосындысынан 50-ге кем. Прогрессияның оныншы мүшесі екіншісінен қаншаға артық?

Жауабы: 16.

11. 13-ке бөлінбейтін барлық үш таңбалы сандардың қосындысын табыңыз.

Жауабы: 456 876.

www.nismath.org

12. 17-ге бөлінбейтін барлық үш таңбалы сандардың қосындысын табыңыз.

Жауабы: 465 718.

13. Теңдеуді шешіңіз: $3^3 \cdot 3^5 \cdot 3^7 \cdot \ldots \cdot 3^{2x-1} = 27^5 \quad (x \in \mathbb{N})$.

Жауабы: 4.

14. Тік бұрышты үшбұрыштың қабырғалары арифметикалық прогрессияны құрайды. Егер оның ауданы 6-ға тең болса, үшбұрыштың периметрін табыңыз.

Жауабы: 12.

15. Төрт таңбалы сандардың цифрларының қосындысы 16-ға тең. Егер оның цифрлары арифметикалық прогрессияны құрайтын болса және бірлік цифры жүздік цифрдан 4-ке артық екендігі белгілі болса, онда осы санды табыңыз.

Жауабы: 1 357.

16. Көпбұрыштың периметрі 158-ге тең, олардың қабырғаларының ұзындықтары арифметикалық прогрессияны құрайды. Прогрессияның айырмасы 3-ке тең. Көпбұрыштың ең үлкен қабырғасы 44-ке тең. Көпбұрыштың қанша қабырғасы бар?

Жауабы: 4.

17. Айырмасы 10° арифметикалық прогрессияны құрайтын, дөңес көпбұрыштың ішкі бұрыштарының ең кішісі 100° екендігі белгілі. Осы көпбұрыштың қабырғаларының санын табыңыз.

Жауабы: 8.

18. Үшбұрыштың ең кіші катеті a-ға тең, қабырғалары арифметикалық прогрессияны құрайды. Ауданын табыңыз.

Жауабы: $\frac{2}{3}a^2$.

19. Арифметикалық прогрессияның бірінші мүшесі бірге тең. d прогрессия айырмасының қандай мәнінде $\left(a_1 \cdot a_3 + a_2 \cdot a_3\right)$ шамасы ең кіші мәнге ие болады?

Жауабы: $-\frac{5}{4}$.

5.2.1
www.nismath.org

§ 2. ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ ПРОГРЕССИЯ

1-тобы. Геометриялық прогрессияның n-ші мүшесінің формуласы

1. Геометриялық прогрессияның бесінші мүшесін табыңыз, егер $b_3+b_4=36$, $b_2+b_3=18$.

Жауабы: 48.

2. Геометриялық прогрессияның $b_n=3$, $b_{n+8}=243$ екі мүшесі белгілі. b_{n+3} қаншаға тең?

Жауабы: $\pm 9\sqrt{3}$.

3. Осы сандармен бірге геометриялық прогрессияны құрайтындай, 243 және 1 сандары арасына төрт санды орналастырыңыз.

Жауабы: 81; 27; 9; 3.

4. Геометриялық прогрессияның тоғызыншы мүшесінің алтыншы мүшесіне қатынасы $\frac{1}{8}$-ге тең. Егер оның бесінші мүшесі 3-ке тең болса, прогрессияның бірінші мүшесін табыңыз.

Жауабы: 48.

5. Кемімелі геометриялық прогрессияның екінші мүшесі 192, ал төртінші мүшесі 48. Осы прогрессияның қанша мүшесі екі таңбалы натурал сандар болып табылады?

Жауабы: 4.

6. Үш сан геометриялық прогрессияны құрайды. Олардың көбейтіндісі 64-ке тең, ал олардың арифметикалық ортасы $\frac{14}{3}$-ке тең. Прогрессияның бірінші мүшесін табыңыз.

Жауабы: 2 немесе 8.

7. Үш сан геометриялық прогрессия құрайды. Оның екінші және үшінші мүшелерінің арифметикалық ортасы 20-ға тең, ал бірінші және екінші мүшелерінің арифметикалық ортасы 5-ке тең. Осы сандарды табыңыз.

Жауабы: 2; 8; 32.

www.nismath.org

8. Егер бірінші және төртінші мүшелердің қосындысы 35, ал екінші және үшінші мүшелердің қосындысы 30 болса, геометриялық прогрессияның еселігін табыңыз, мұндағы прогрессия өспелі екендігі белгілі.

Жауабы: $\frac{3}{2}$.

9. Оның үшінші мүшесі біріншісінен 9-ға артық, ал екіншісі төртіншісінен 18-ге артық болса, геометриялық прогрессияны құрайтын, төрт санды табыңыз.

Жауабы: 3; –6; 12; –24.

10. Егер алғашқы екі мүшесінің қосындысы 6-ға тең, ал алғашқы үш мүшесінің қосындысы 7-ге тең болса, геометриялық прогрессияның еселігін табыңыз.

Жауабы: $-\frac{1}{3}$ немесе $\frac{1}{2}$.

11. Егер үшінші және жетінші мүшелерінің көбейтіндісі 144-ке тең болса, геометриялық прогрессияның бесінші мүшесі қаншаға тең?

Жауабы: ± 12.

12. $b_1 = \frac{1}{81}$, $q = 3$ геометриялық прогрессиясындағы 27-ге тең мүшесінің нөмірін табыңыз.

Жауабы: 8.

13. $\frac{3\,750}{243}$ санының 2; $\frac{10}{3}$; $\frac{50}{9}$ … тізбегіне тиістілігін анықтаңыз және оның нөмірін көрсетіңіз.

Жауабы: Иә (5).

14. Егер алғашқы үш мүшелерінің қосындысы 26, ал соңғы үш мүшесінің қосындысы 2 106-ға тең болса, онда 7 мүшеден құралған, геометриялық прогрессияның еселігін табыңыз. Прогрессия мүшелері - натурал сандар.

Жауабы: 3.

15. Геометриялық прогрессия мүшелері-натурал сандар. Үшінші мүшесі бірінші мүшенің кубына тең. Оның алғашқы үш мүшесінің қосындысы бірінші мүшеден 7 есе артық. Прогрессияны табыңыз.

Жауабы: 2; 4; 8 …

www.nismath.org

16. (b_n) тізбегі – геометриялық прогрессия, мұндағы $\frac{b_{10}}{b_8}=9$, $b_4+b_6=540$. b_1-ді табыңыз.

Жауабы: ± 2.

17. (b_n) – геометриялық прогрессия, мұндағы $b_1+b_2+b_3=14$, $b_1^2+b_2^2+b_3^2=84$. b_1, q-ді табыңыз.

Жауабы: 2; 2 немесе 8; $\frac{1}{2}$.

18. Алғашқы төрт мүшесінің қосындысы 40-қа тең, ал төртінші мүшесінен бастап, жетінші мүшесін қоса алғанда мүшелердің қосындысы 1 080-ге тең болса, геометриялық прогрессияның b_1 және q табыңыз.

Жауабы: 1; 3.

19. Геометриялық прогрессияның алғашқы үш мүшесінің қосындысы 21-ге тең, ал олардың квадраттарының қосындысы 189-ға тең. Прогрессияның бірінші мүшесін табыңыз.

Жауабы: 3 немесе 12.

20. Геометриялық прогрессияның төртінші мүшесі екінші мүшесінен 24-ке артық, ал екінші және үшінші мүшелердің қосындысы 6-ға тең. Осы прогрессияның төртінші мүшесін табыңыз.

Жауабы: 25.

21. Алғашқы үш мүшесінің қосындысы 10,5-ке, ал бірінші және төртінші мүшелерінің айырмасы 31,5-ке тең, геометриялық прогрессияның бірінші мүшесін табыңыз.

Жауабы: 3,5.

22. Егер олардың қосындысы 21-ге тең болса, ал кері шамаларының қосындысы $\frac{7}{12}$-ге тең болса, мүшелері оң геометриялық прогрессияны құрайтын үш санның арасындағы ең үлкенін табыңыз.

Жауабы: 12.

www.nismath.org

23. Геометриялық прогрессияның бірінші мүшесі мен еселігін анықтаңыз, ондағы $\begin{cases} b_5 - b_1 = 15, \\ b_4 - b_2 = 6. \end{cases}$

Жауабы: 1; 2 немесе –16; $\frac{1}{2}$.

24. Егер бірінші және үшінші мүшелерінің қосындысы 52-ге тең, ал екіншісінің квадраты 100-ге тең екендігі белгілі болса, геометриялық прогрессияны құрайтын үш санды табыңыз.

Жауабы: 50; 10; 2 немесе 50; –10; 2.

25. Соңғы мүшелерінің қосындысы 27-ге тең, ал ортаңғы мүшелерінің көбейтіндісі 72-ге тең болса, өспелі геометриялық прогрессияны құрайтын, төрт санды табыңыз.

Жауабы: 3; 6; 12; 24.

26. Осы екі сандармен бірге өспелі геометриялық прогрессияны құрайтындай, 5 және 405 сандарының арасына үш санды орналастырыңыз.

Жауабы: 15; 45; 135.

27. Геометриялық прогрессияның үшінші мүшесі 3-ке тең. Осы прогрессияның алғашқы бес мүшесінің көбейтіндісін табыңыз.

Жауабы: 243.

28. Геометриялық прогрессияның мүшелерінің санын табыңыз, мұндағы $b_1 = 2$, $q = 4$, $b_n = 2\,048$.

Жауабы: 6.

29. –8; 4; –2 … геометриялық прогрессияның нешінші мүшесінен бастап, абсолюттік шамасы бойынша 0,001 кем болады?

Жауабы: 14.

30. $b_1, \ldots, b_{11}$ – және $b_1 \cdot b_3 \cdot b_{11} = 8$ геометриялық прогрессия екендігі белгілі. $\left(b_2 \cdot b_8\right)$ табыңыз.

Жауабы: 4.

5.2.2 www.nismath.org

2-тобы. Геометриялық прогрессияның алғашқы мүшелерінің n қосындыларының формулалары

1. Геометриялық прогрессия мүшелерінің санын табыңыз, егер $b_2+b_3=18$, $b_4-b_2=18$, $S_n=93$.

Жауабы: 5.

2. Мүшелері оң геометриялық прогрессиясында $b_3=12$, $b_5=48$. Қосындысы 189-ға тең болу үшін, біріншісінен бастап қанша мүше алу керек?

Жауабы: 6.

3. Геометриялық прогрессияның мүшелерінің санын табыңыз, мұндағы $b_4+b_5=24$, $b_6-b_4=24$, $S_n=127$.

Жауабы: 7.

4. $S_2=4$, $S_3=13$ мүшелері оң геометриялық прогрессиясы берілген. S_4 табыңыз.

Жауабы: 40.

5. Геометриялық прогрессия мүшелерінің санын анықтаңыз, ондағы $b_1=2$, $b_n=\frac{1}{8}$, $S_n=3\frac{7}{8}$.

Жауабы: 5.

6. Геометриялық прогрессияның жиырма сегіз мүшесі бар. Тақ орында тұратын мүшелердің қосындысы 60, жұп орында тұратын мүшелердің қосындысы 75-ке тең. Прогрессияның еселігін табыңыз.

Жауабы: $\frac{5}{4}$.

7. Өспелі геометриялық прогрессияның алғашқы төрт мүшесінің қосындысы 15-ке тең, ал келесі төрт мүшесінің қосындысы 240-қа тең. Осы прогрессияның алғашқы алты мүшесінің қосындысын табыңыз.

Жауабы: 63.

www.nismath.org

8. Мүшелері оң геометриялық прогрессияның бесінші және екінші мүшелерінің айырмасы 234-ке тең, ал үшінші және екінші мүшелерінің айырмасы 18-ге тең. Қосындысы 120 болу үшін, осы прогрессияның қанша мүшесін алу қажет?

Жауабы: 4.

9. $b_1+b_3+b_5=182$, $b_2+b_4+b_6=546$ геометриялық прогрессиясы берілген. Қосындысы 242 болу үшін, осы прогрессияның қанша мүшесін алу қажет?

Жауабы: 5.

10. Өспелі геометриялық прогрессияның алғашқы үш мүшесінің қосындысы 13-ке тең, ал көбейтіндісі 27-ге тең. Осы прогрессияның алғашқы бес мүшесінің қосындысын есептеп шығарыңыз.

Жауабы: 121.

11. Геометриялық прогрессияның сегізінші мүшесін анықтаңыз, мұндағы $b_1=3$, $b_n=96$, $S_n=189$.

Жауабы: 384.

12. Егер $\begin{cases} b_6-b_4=216, \\ b_3-b_1=8, \\ S_n=40 \end{cases}$ болса, геометриялық прогрессияның мүшелерінің санын анықтаңыз.

Жауабы: 4.

13. Геометриялық прогрессияның бірінші мүшесі 3-ке тең, ал соңғы мүшесі 24-ке тең. Егер оның қосындысы еселігінен 43-ке артық болса, онда прогрессияның еселігін анықтаңыз.

Жауабы: 2.

14. Геометриялық прогрессияның алғашқы үш мүшесінің қосындысы 12-ге тең, ал алғашқы алты мүшесінің қосындысы (-84)-ке тең. Прогрессияның үшінші мүшесін табыңыз.

Жауабы: 16.

www.nismath.org

15. Геометриялық прогрессияның бірінші мүшесін табыңыз, мұндағы $\frac{b_1+b_3}{b_2+b_4}=2$, $S_5=279$.

Жауабы: 144.

16. Шыққан қосынды 3 066-ға тең болу үшін 6; 12; 24 ... геометриялық прогрессияның қанша мүшесін қосу керек?

Жауабы: 9.

17. $0,02+0,06+0,18+...+43,74$ қосылғыштары геометриялық прогрессияны құрайтын қосындыны табыңыз.

Жауабы: 65,6.

18. Қосындыны табыңыз: $1+2+2^2+...+2^8$.

Жауабы: 511.

19. Барлық мүшелері оң болатын, геометриялық прогрессияның алғашқы үш мүшесінің қосындысы 221-ге тең. Осы прогрессияның үшінші мүшесі біріншісінен 136-ға артық. Осы прогрессияның алғашқы алты мүшесінің қосындысын табыңыз.

Жауабы: 6 188.

20. $b_1=2$, $b_n=1024$, $S_n=2046$ геометриялық прогрессиясы берілген. Онын мүшелерінің санын табыңыз.

Жауабы: 10.

5.2.3

3-тобы. Геометриялық прогрессияның қасиеттерін қолданатын есептер

1. 1; $\sqrt{y}$; $3\sqrt{y}+4$ сандары – геометриялық прогрессияның тізбектес мүшелері болатындай y-ті табыңыз.

Жауабы: 16.

2. y-тің қандай мәндерінде, $y-\frac{1}{3}$; $3y-1$; $2y+4$; $7y+11$ сандары геометриялық прогрессияның тізбектес мүшелері болып табылады?

Жауабы: 1.

www.nismath.org

3. x-тің қандай мәндерінде, $\sqrt{x-5}$; $\sqrt[4]{10x+4}$; $\sqrt{x+2}$ сандары геометриялық прогрессияның тізбектес мүшелері болып табылады?

Жауабы: 14.

4. a; b; c; d сандары геометриялық прогрессияны құрайды. $(a-c)^2+(b-c)^2+(b-d)^2-(a-d)^2$ табыңыз.

Жауабы: 0.

5. x-тің қандай мәндерінде x; $\sqrt[4]{10x}$; $x^{\lg x}$ тізбегі геометриялық прогрессия болады?

Жауабы: 0,1 немесе $\sqrt{10}$.

6. $30-x^2$; x^2; 1 сандары геометриялық прогрессияның тізбектес мүшелері болып табылатындай x-ті табыңыз.

Жауабы: $\pm\sqrt{5}$.

7. Өспелі геометриялық прогрессияның бірінші және соңғы мүшелерінің қосындысы 99-ға тең, екінші және соңғысының алдындағы мүшелерінің көбейтіндісі 288-ге тең, ал барлық мүшелердің қосындысы 189-ға тең. Геометриялық прогрессияның еселігін табыңыз.

Жауабы: 2.

5.2.4

4-тобы. Шексіз кемімелі геометриялық прогрессияның есептері

1. Шексіз кемімелі геометриялық прогрессияның қосындысы 9-ға тең, ал прогрессия мүшелерінің квадраттарының қосындысы 40,5-ке тең. Прогрессияны табыңыз.

Жауабы: 6; 2; $\frac{2}{3}$ ...

2. Екінші мүшесі 6-ға тең, ал мүшелерінің қосындысы оның мүшелерінің квадраттарының қосындысының $\frac{1}{8}$-не тең, шексіз кемімелі геометриялық прогрессияны анықтаңыз.

Жауабы: 12; 6; 3 ...

www.nismath.org

3. Теңдеуді шешіңіз: $\frac{1}{x}+1+x+x^2+\ldots+x^n+\ldots=\frac{9}{2}\ \left(|x|<1\right)$.

Жауабы: $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$.

4. Теңдеуді шешіңіз: $2^{x-4}+2^{x-2}+2^{x-1}=6{,}5+3{,}25+1{,}625+\ldots$.

Жауабы: 4.

5. Шексіз кемімелі геометриялық прогрессияның бірінші мүшесі 2-ге тең, ал оның қосындысы 5-ке тең. Алдыңғы прогрессияның мүшелерінің квадраттарынан құралған, геометриялық прогрессия мүшелерінің қосындысын табыңыз.

Жауабы: 6,25.

6. Қосындысы 2,25-ке тең, ал екінші мүшесі 0,5-ке тең шексіз кемімелі геометриялық прогрессияның еселігін табыңыз.

Жауабы: $\frac{1}{3}$ немесе $\frac{2}{3}$.

7. Қосындыны табыңыз: $\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}+\frac{2\sqrt{3}-3}{2+\sqrt{3}}+\ldots$

Жауабы: $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$.

8. Шексіз кемімелі геометриялық прогрессияның қосындысы 4-ке тең, ал оның мүшелерінің кубтарының қосындысы $9\frac{1}{7}$-ге тең. Осы прогрессия мүшелерінің квадраттарының қосындысын табыңыз.

Жауабы: $\frac{16}{3}$.

9. Есептеңіз: $\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\ldots}}}}$.

Жауабы: 5.

10. Есептеңіз: $-\frac{16}{3}+\frac{8}{3}-\frac{4}{3}+\frac{2}{3}-\ldots$

Жауабы: $-3\frac{5}{9}$.

www.nismath.org

11. $b_1 \cdot b_3 \cdot b_5 = -64$, $b_2 + b_4 = 10$ болатындай шексіз кемімелі геометриялық прогрессия берілген. S-ті табыңыз.

Жауабы: $-\frac{32}{3}$.

12. a-ның қандай мәндерінде $2a;\ a\sqrt{2}\ \ldots$ шексіз кемімелі геометриялық прогрессияның қосындысы 8-ге тең болады?

Жауабы: $4-2\sqrt{2}$.

13. Алдыңғы екі мүшелерінің қосындысы 48-ге тең, ал барлық мүшелерінің қосындысы 49-ға тең, шексіз кемімелі геометриялық прогрессияның бірінші мүшесі мен еселігін табыңыз.

Жауабы: 42; $\frac{1}{7}$ немесе 56; $-\frac{1}{7}$.

14. Мүшелері оң шексіз кемімелі геометриялық прогрессияның алғашқы екі мүшесінің квадраттарының айырмасы 27-ге тең, ал оның мүшелерінің квадраттарынан құралған прогрессияның қосындысы 48-ге тең. Осы прогрессияны табыңыз.

Жауабы: 6; 3; 1,5 …

15. Шексіз кемімелі геометриялық прогрессияның қосындысы 64-ке тең, ал оның алғашқы үш мүшесінің қосындысы 65-ке тең. Прогрессияның үшінші мүшесін табыңыз.

Жауабы: 5.

16. Есептеңіз: $\frac{3}{7}+1+\frac{9}{49}+\frac{1}{3}+\frac{27}{343}+\frac{1}{9}+\ldots$

Жауабы: $2\frac{1}{4}$.

17. Шексіз кемімелі геометриялық прогрессияның мүшелерінің қосындысы, оның бірінші мүшесінен 3 есе артық. $\frac{b_2}{b_4}$ қатынасын табыңыз.

Жауабы: $\frac{9}{4}$.

www.nismath.org

18. Алғашқы алты мүшесінің қосындысы оның барлық мүшелерінің қосындысының $\frac{7}{8}$-ін құрайтынын біле отырып, шексіз кемімелі геометриялық прогрессияның еселігін табыңыз.

Жауабы: $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$.

19. Мүшелері оң шексіз кемімелі геометриялық прогрессияның алғашқы үш мүшесінің қосындысы 10,5-ке тең, ал прогрессияның қосындысы 12-ге тең. Прогрессияның екінші мүшесін табыңыз.

Жауабы: 3.

20. Шексіз кемімелі геометриялық прогрессияның барлық мүшелері оң. Алғашқы үш мүшесінің қосындысы 39-ға тең, ал осы мүшелердің кері шамаларының қосындысы $\frac{13}{27}$-ке тең. Прогрессияның қосындысын табыңыз.

Жауабы: 40,5.

5.2.5

5-тобы. Геометриялық прогрессияға арналған дәстүрлі емес есептер

1. Геометриялық прогрессия 6 мүшеден тұрады. Алғашқы үш мүшесінің қосындысы, соңғы үш мүшесінің қосындысынан 8 есе кем екенін біле отырып, оның еселігін табыңыз.

Жауабы: 2.

2. Өспелі геометриялық прогрессияны құрайтын үш санның қосындысы 42-ге тең. Негізі 2 болғандағы осы сандардың логарифмдерінің қосындысы 9-ға тең. Прогрессияның еселігін табыңыз.

Жауабы: 4.

3. Геометриялық прогрессия мүшелерінің оныншысынан бастап, он алтыншысын қоса есептегендегі көбейтіндісі $125\sqrt{5}$-ке тең. Прогрессияның он үшінші мүшесін табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{5}$.

4. Теңдеуді шешіңіз: $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{16}+\ldots-\frac{1}{1\,024}=\frac{x+1}{512}$.

Жауабы: 169,5.

www.nismath.org

5. Геометриялық прогрессияның он жетінші және жиырма жетінші мүшелерінің көбейтіндісі 9,3-ке тең. Осы прогрессияның он бірінші және отыз үшінші мүшелерінің көбейтіндісін табыңыз.

Жауабы: 9,3.

6. Геометриялық прогрессияның әрбір мүшесі келесі екі мүшелерінің қосындысының алтыдан біріне тең. Егер $b_1 = 1$ болса, оның еселігін табыңыз.

Жауабы: -3; 2.

7. Өспелі геометриялық прогрессиясының әрбір b_n мүшесі $b_{n+1} = 2b_n + 3b_{n-1}$ $(n \geq 2)$ шартын қанағаттандырады. Егер $b_1 = 1$ болса, прогрессияның еселігін табыңыз.

Жауабы: 3.

8. Әр бөліктің келесі бөлікке қатынасы $\frac{1}{5}$-ге тең болатындай, 7 812 санын алты бөлікке бөліңіз.

Жауабы: 2; 10; 50; 250; 1 250; 6 250.

9. Он үшінші мүшесінен бастап, прогрессияның он екі мүшесінің қосындысы, оның алғашқы он екі мүшелерінің қосындысының 40%-ін құраса, кемімелі геометриялық прогрессияның үшінші мүшесінің оның он бесінші мүшесіне қатынасын табыңыз.

Жауабы: $\frac{5}{2}$.

10. Геометриялық прогрессияның бірінші мүшесі бірге тең. Прогрессия еселігінің қандай мәндерінде, $(4b_2 + 5b_3)$ шамасының мәні аз болады?

Жауабы: $-\frac{2}{5}$.

11. b_1, b_2, ... геометриялық прогрессиясының бірінші мүшесі 2-ге тең. Прогрессия еселігінің қандай мәндерінде, $(6b_2 + 5b_3)$ шамасының мәні аз болады?

Жауабы: $-0,6$.

www.nismath.org

12. Геометриялық прогрессияның он сегізінші және жиырма үшінші мүшелерінің көбейтіндісі 1,9-ға тең. Осы прогрессияның он екінші және жиырма тоғызыншы мүшелерінің көбейтіндісін табыңыз.

Жауабы: 1,9.

13. Геометриялық прогрессияның $b_5 = \sqrt[3]{2}$. Осы прогрессияның алғашқы тоғыз мүшелерінің көбетіндісін табыңыз.

Жауабы: 8.

14. Геометриялық прогрессияның n мүшесінің қосындысы $S_n = 10 \cdot \left(2^n - 1\right)$ формуласы бойынша есептеледі. Осы прогрессияның жетінші мүшесін табыңыз.

Жауабы: 640.

15. 155 санын үш бөлікке бөлгенде, шыққан сандар геометриялық прогрессияны құрайтын болсын, мұндағы бірінші мүше үшіншісінен 120-ға кем болуы керек. Осы үш бөлікті табыңыз.

Жауабы: 5; 25; 125.

16. Шексіз кемімелі геометриялық прогрессияның қосындысы $f(x) = x^3 + 3x - 9$ функциясының $[-2; 3]$ аралығындағы ең үлкен мәніне тең, ал $b_1 - b_2 = f'(0)$. Прогрессияның еселігі нешеге тең?

Жауабы: $\frac{2}{3}$.

17. n-нің кез-келген натурал мәндерінде, геометриялық прогрессияның алғашқы n мүшелерінің қосындысы, $S_n = 3 \cdot \left(2^n - 1\right)$ формуласы бойынша есептеледі. Осы прогрессияның бесінші мүшесін табыңыз.

Жауабы: 48.

18. Геометриялық прогрессияның үш тізбектес мүшелерінің қосындысы 62-ге тең, ал олардың ондық логарифмдерінің қосындысы 3-ке тең. Прогрессияның еселігін табыңыз.

Жауабы: 5 немесе $\frac{1}{5}$.

www.nismath.org

19. Бірінші және үшінші мүшелерінің қосындысы 35-ке тең, ал алғашқы бес мүшесінің қосындысы олардың кері шамаларының қосындысынан 49 есе артық. Геометриялық прогрессияның бірінші мүшесін табыңыз.

Жауабы: 28.

20. Тік бұрышты үшбұрыштың қабырғаларының ұзындықтары геометриялық прогрессияны құра ала ма?

Жауабы: Құра алады, $q=\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$.

21. Геометриялық прогрессияның алғашқы он екі мүшелерінің көбейтіндісін бірінші мүшенің он бірінші дәрежесіне бөліңіз. Геометриялық прогрессияның қандай мүшесі шығады?

Жауабы: прогрессияның алпыс жетінші мүшесі.

5.2.6

6-тобы. Арифметикалық және геометриялық прогрессияға аралас есептер

1. a; b; c; k бүтін сандарының алғашқы үшеуі арифметикалық прогрессияны, ал соңғы үшеуі –геометриялық прогрессияны құрайды. Егер $a+k=36$, $b+c=27$ болса, k санын табыңыз.

Жауабы: 36.

2. Өспелі геометриялық прогрессияны құрайтын үш сандардың қосындысы 26-ға тең, егер осы сандарға сәйкесінше 1; 7 және 5 сандарын қоссақ, онда шыққан сандар арифметикалық прогрессияны құрайды. Геометриялық прогрессияның еселігін табыңыз.

Жауабы: 3.

3. Өспелі арифметикалық прогрессияның алғашқы үш мүшесінің қосындысы 15-ке тең. Егер осы прогрессияның алғашқы екі мүшелерінен бірді алып тастасақ, ал үшінші санына бірді қоссақ, онда шыққан сандар геометриялық прогрессияны құрайды. Арифметикалық прогрессияның алғашқы 10 мүшесінің қосындысын табыңыз.

Жауабы: 120.

www.nismath.org

4. Үшіншісі 12-ге тең үш сан геометриялық прогрессия құрайды. Егер 12 санының орнына 9 алсақ, онда үш сан арифметикалық прогрессияны құрайды. Осы сандарды табыңыз.

Жауабы: 3; 6; 12 немесе 27; 18; 12.

5. Геометриялық прогрессияны құрайтын үш санның қосындысы 26-ға тең. Егер бірінші санды өзгеріссіз қалдырсақ, екіншісін 3-ке арттырсақ, ал үшіншісін 2-ге кемітсек, онда шыққан сандар арифметикалық прогрессияны құрайды. Алғашқы сандарды табыңыз.

Жауабы: 2; 6; 18 немесе 18; 6; 2.

6. Геометриялық прогрессияның барлық мүшелері әртүрлі. b_1, b_2, z және b_3 арифметикалық прогрессияның келесі төрт мүшелері болып табылатындай, оның екінші және үшінші мүшелерінің арасына z санын қоюға болады. Еселігін табыңыз.

Жауабы: 2.

7. Бес әртүрлі сан арифметикалық прогрессияны құрайды. Егер оның екінші және үшінші мүшелерін алып тастасақ, онда қалған үш сан геометриялық прогрессияны құрайды. Оның еселігін табыңыз.

Жауабы: $\frac{1}{3}$.

8. Егер $b_1 = 1$, ал b_2, b_3, b_5 сандары арифметикалық прогрессияның тізбектес мүшелері болып табылса, кемімелі геометриялық прогрессияның еселігін табыңыз.

Жауабы: $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

9. Өспелі геометриялық прогрессияны құрайтын үш санның қосындысы 56-ға тең. Егер олардан сәйкесінше 1; 7 және 21 сандарын алып тастасақ, онда жаңадан шыққан сандар арифметикалық прогрессияны құрайды. Геометриялық прогрессияның он мүшесінің қосындысын табыңыз.

Жауабы: 8 184.

10. Өспелі арифметикалық прогрессияны құрайтын үш санның қосындысы 15-ке тең. Егер оларға сәйкесінше 1; 4 және 19 сандарын қоссақ, онда шыққан сандар геометриялық прогрессияны құрайды. Геометриялық прогрессияның сегіз мүшесінің қосындысын табыңыз.

Жауабы: 9 840.

www.nismath.org

11. Төрт сан арифметикалық прогрессияны құрайды. Егер оларға сәйкесінше 1; 1; 3; 9 сандарын қоссақ, онда геометриялық прогрессия шығады. Осы сандарды табыңыз.

Жауабы: 1; 3; 5; 7.

12. Төрт сан геометриялық прогрессияны құрайды. Егер бірінші саннан 11-ді, екіншіден 1-ді, үшіншіден 3-ті, ал төртіншіден 9-ды алып тастасақ, онда арифметикалық прогрессия шығады. Осы сандарды табыңыз.

Жауабы: 27; 9; 3; 1.

13. Айырмасы нөлден өзгеше, арифметикалық прогрессияның екінші, бірінші және үшінші мүшелері, осы тәртіппен геометриялық прогрессияны құрайды. Оның еселігін табыңыз.

Жауабы: -2.

14. 3 және белгісіз сан арасына бір сан қойылған, сонда барлық үш сан арифметикалық прогрессияны құрайды. Егер ортаңғы мүшесін 6-ға кемітсек, онда геометриялық прогрессия шығады. Белгісіз санды табыңыз.

Жауабы: 3 немесе 27.

15. Егер геометриялық прогрессияның үшінші мүшесінен 4-ті алып тастасақ, онда алғашқы үш мүшесі айрымасы 2 болатын, арифметикалық прогрессияны құрайды. Алғашқы геометриялық прогрессияны табыңыз.

Жауабы: 1, 3, 9 ...

16. Үш сан геометриялық прогрессияны құрайды. Егер ортаңғы мүшесін екі еселесек, онда арифметикалық прогрессия шығады. Прогрессияның еселігін анықтаңыз.

Жауабы: $2\pm\sqrt{3}$.

17. Өспелі арифметикалық прогрессияның бірінші мүшесі және өспелі геометриялық прогрессияның бірінші мүшесі 3-ке тең. Арифметикалық прогрессияның екінші мүшесі, геометриялық прогрессияның екінші мүшесінен 6-ға артық; прогрессиялардың үшінші мүшелері бірдей. Осы прогрессияларды табыңыз.

Жауабы: 3; 15; 27 және 3; 9; 27.

18. Арифметикалық және өспелі геометриялық прогрессиялардың бірінші мүшелері бірдей және олардың әрқайсысы 3-ке тең. Прогрессиялардың екінші мүшелері де өзара тең. Геометриялық прогрессияның үшінші мүшесінің арифметикалық прогрессияның үшінші мүшесіне $9:5$-ке қатынасындай. Осы прогрессияларды табыңыз.

Жауабы: 3; 9; 15 ... және 3; 9; 27 ...

www.nismath.org

19. Алғашқы үшеуі арифметикалық прогрессия, ал соңғы үшеуі – геометриялық прогрессия құрайтын төрт санды табыңыз. Арифметикалық прогрессияның айырмасы 4, ал геометриялық прогрессияның еселігі $\frac{4}{3}$-ке тең екендігі белгілі.

Жауабы: 8; 12; 16; $21\frac{1}{3}$.

20. Арифметикалық прогрессияның бес мүшесінің қосындысы $8^{2x+1}=(0{,}125)^{4-3x}$ теңдеуінің түбіріне тең, оның соңғы мүшесі $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{2}{9}+\ldots$ шексіз кемімелі геометриялық прогрессияның қосындысына тең. Арифметикалық прогрессияны құрыңыз.

Жауабы: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; 1; $\frac{5}{4}$; $\frac{3}{2}$.

6.1 www.nismath.org

VI ТАРАУ. МӘТІНДІК МӘСЕЛЕ ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУ

1 - тобы. Түзу бойымен бірқалыпты қозғалыс

1. Пойыз станцияда 6 *мин* кідіріп, жылдамдығын 4 *км/сағ* арттырып, 36 *км* перегонда кешігуді жойды. Пойыздың алғашқы жылдамдығын анықтаңыз.

Жауабы: 36 *км/сағ*.

2. Электр пойызы *A* станциясынан *B* станциясына қарай шықты. 450 *км* өткен соң, бұл барлық *AB* жолының 75%-ын құрады, пойыз қар үйіндісінің бөгет болу себебінен тоқтауға тиіс болды. Жарты сағаттан кейін жол тазартылды және машинист электр пойызының жылдамдығын 15 *км/сағ* арттырып, *B* станциясына кешікпей келді. Пойыздың алғашқы жылдамдығын табыңыз.

Жауабы: 60 *км/сағ*.

3. Теплоход белгілі бір жылдамдықпен 72 *км* жолды өтуі тиіс болатын. Ол жолдың бірінші жартысын ол 3 *км/сағ*-қа кем жылдамдықпен, ал екінші жартысын 3 *км/сағ* артық жылдамдықпен өтті. Барлық жолға теплоход 5 сағат жұмсады. Теплоход қанша минутқа кешікті?

Жауабы: 12 *мин*.

4. Темір жолдың екі станциясының арасындағы қашықтық 120 *км*. Бірінші пойыз бұл қашықтықты екіншісіне қарағанда 50 *мин* жылдам өтеді, бірінші пойыздың жылдамдығы екінші пойыздың жылдамдығынан 12 *км/сағ* артық. Екі пойыздың жылдамдықтарын анықтаңыз.

Жауабы: 48 *км/сағ*; 36 *км/сағ*.

5. Арасы 18 *км*-ге тең *A* пунктінен *B* пунктіне жаяу адам шықты. Оның артынан 2 сағаттан соң велосипедист шықты, ол жаяу адамның 1 сағат ішінде жүріп өткен жолына қарағанда, әрбір сағат аралығында 4,5 *км* артық жүріп отырды. Егер оның *B* пунктіне жаяу адаммен бір мезгілде жеткендігі белгілі болса, велосипедисттің жылдамдығын анықтаңыз.

Жауабы: 9 *км/сағ*.

6. Жеңіл машина жүк машинасына қарағанда 2 *мин* кеш шығып, жүк машинасын 10 *км* жерде қуып жетті. Егер жеңіл машина жүк машинасынан сағатына 15 *км* артық жүретін болса, машиналардың жылдамдықтарын анықтаңыз.

Жауабы: 60 *км/сағ* және 75 *км/сағ*.

www.nismath.org

7. A және B -дан бір мезгілде автобус пен велосипедист шықты. 45 *км/сағ* жылдамдықпен жүре отырып, автобус B -да 15-минут аялдаған соң қайтадан рейске шығып, A және B арасындағы жолдың ортасында 12 *км/сағ* жылдамдықпен келе жатқан велосипедистті кездестірді. AB қашықтығын табыңыз.

Жауабы: 30 *км*.

8. Турист 160 *км* жүріп өтті. Жолдың $\frac{5}{8}$ -ін автокөлікпен жүріп, ал қалған бөлігін катермен жүрген. Катердің жылдамдығы автокөліктің жылдамдығына қарағанда 20 *км/сағ* кем. Турист катерге қарағанда, автокөлікте 15 *мин* артық уақыт жүрді. Катер мен автокөліктің жылдамдықтары қаншаға тең?

Жауабы: 60 *км/сағ* және 80 *км/сағ*; 80 *км/сағ* және 100 *км/сағ*.

9. Арасы 360 *км* болатын екі қаладан бір-біріне қарама-қарсы бағытта екі пойыз жолға шықты. Егер екінші пойыз станциядан бірінші пойызға қарағанда 1,5 сағатқа ерте шықса, онда олар жолдың ортасында кездесіп қалуы мүмкін. Ал егер олар станциядан бір мезгілде шықса, онда 5 сағаттан соң олардың арасындағы қашықтық 90 *км* тең болады. Әрбір пойыздың жылдамдығын табыңыз.

Жауабы: 30 *км/сағ* және 24 *км/сағ*.

10. A және B қалаларынан, бір мезгілде, бір-біріне қарама-қарсы екі автокөлік шықты. Бір сағаттан соң автокөліктер кездесіп, сол жылдамдықтарымен тоқтамастан жүруді жалғастырды. A қаласына жеткен екіншісіне қарағанда, біріншісі B қаласына 27 *мин* кеш жетті. Егер қалалардың арасы 90 *км* екендігі белгілі болса, әрбір автокөліктің жылдамдығын анықтаңыз.

Жауабы: 40 *км/сағ* және 50 *км/сағ*.

11. Арасы 28 *км* A және B пункттарынан, бір мезгілде, бір-біріне қарама-қарсы екі велосипедист шықты да бір сағаттан соң кездесті. Олар тура сол жылдамдықпен тоқтамастан жүруді жалғастырып, A пунктіне екіншісінің жетуіне қарағанда, B пунктіне біріншісі 35 *мин* тезірек жетті. Әрбір велосипедисттің жылдамдығын анықтаңыз.

Жауабы: 16 *км/сағ* және 12 *км/сағ*.

www.nismath.org

12. Аэродромнан бір мезгілде екі ұшақ ұшып шығып, бірі 192 *км/сағ* жылдамдықпен оңтүстікке қарай бағытталса, ал екіншісі 256 *км/сағ* жылдамдықпен шығысқа қарай бағытталады. 3 сағаттан соң ұшақтар бір-бірінен қандай қашықтықта болады?

Жауабы: 960 *км*.

13. Бір мезгілде порттан екі пароход: бірі солтүстікке, ал екіншісі шығысқа қарай шықты. Екі сағаттан соң олардың арасындағы қашықтық 60 *км* болды. Олардың бірінің жылдамдығы екіншісіне қарағанда 6 *км/сағ* артық екендігін біле отырып, параходтың әрқайсысының жылдамдығын табыңыз.

Жауабы: 18 *км/сағ*; 24 *км/сағ*.

14. Пойыз жолда 6 *мин* кідіріп қалып, кесте бойынша жоспарланған жылдамдықтан 10 *км/сағ* артық жылдамдықпен өткен соң, 20 *км* перегонда кешігуді жойды. Кесте бойынша осы перегондағы пойыздың жылдамдығын анықтаңыз.

Жауабы: 40 *км/сағ*.

15. *A* және *B* станциялары арасындағы жолдың ортасында пойыз 10 *мин* кідірді. Кесте бойынша *B*-ға жету үшін, машинист пойыздың алғашқы жылдамдығын 6 *км/сағ* жоғарылатуға мәжбүр болды. Егер станциялардың арасы 60 *км* екендігі белгілі болса, пойыздың алғашқы жылдамдығын табыңыз.

Жауабы: 30 *км/сағ*.

16. Паровоз 24 *км*-лік бірінші перегонды өтіп, бірпама уақытқа кідіріп, содан кейін келесі перегонды алдыңғыдан 4 *км/сағ* артық жылдамдықпен өтті. Екінші перегон бірінші перегоннан 15 *км* ұзынырақ болуына қарамастан, оны паровоз бірінші перегонды өтуге кеткен уақыттан 20 *мин* артық уақытта өтті. Паровоздың алғашқы жылдамдығын анықтаңыз.

Жауабы: 32 *км/сағ*.

17. Пойыз 840 *км* жүруі керек. Жолдың ортасында ол 30 *мин* кідіріп қалды және сол себепті уақытында келіп жету үшін, жылдамдықты 2 *км/сағ* арттырды. Пойыз барлық жолға қанша уақыт жұмсады?

Жауабы: 21 *сағ*.

www.nismath.org

18. Арасы 75 *км* A және B станцияларынан, бір мезгілде, бір-біріне карама-қарсы тауарлық және жүрдек пойыз жөнелтілді және олар жарты сағаттан кейін кездесті. A станциясына келіп жеткен жүрдек пойызға қарағанда, B станциясына тауарлық пойыз 25 *мин* кеш жетті. Әрбір пойыздың жылдамдығы қандай?

Жауабы: 60 *км/сағ* және 90 *км/сағ*.

19. Бір жерден шыққан екі адам алты километрлік серуенге шықты. Біреуі 3 *км/сағ* жылдамдықпен, ал екіншісі - 5,5 *км/сағ* жылдамдықпен жүрді. Белгіленген жерге жеткен соң, екіншісі сол жылдамдықпен кері қарай қайтты. Олардың кездесуі жөнелту жерінен қандай қашықтықта болады?

Жауабы: Жөнелту жерінен $\frac{72}{17}$ *км* қашықтықта.

20. Пойыз бірқалыпты 60 *км/сағ* жылдамдықпен жүре отырып, ұзындығы 200 метр жолдың жанынан 0,3 минут аралығында өтті. Пойыздың ұзындығын анықтаңыз.

Жауабы: 100 *м*.

6.2

2 - тобы. Өзен бойымен қозғалыс

1. Катер өзен ағысы бойымен жолға 3 сағат жұмсады, ал қайтар жолға 4,5 сағат жұмсады. Егер суға қатысты катердің жылдамдығы 25 *км/сағ* болса, өзен ағысының жылдамдығы қандай?

Жауабы: 5 *км/сағ*.

2. Бірінші кемежайдан екіншіге қарай 12 *км/сағ* жылдамдықпен қайық бағыт алды, ал одан кейін жарты сағаттан соң тура сол бағытпен жылдамдығы 20 *км/сағ* пароход шықты. Егер пароход қайыққа қарағанда 1,5 сағат ерте келген болса, кемежайлар арасы қанша километр екенін табыңыз.

Жауабы: 60 *км*.

3. Өзен бойындағы екі кемежайдың арасы 80 *км*. Қайық барып-қайтқанға 8 сағат 20 минут уақыт жұмсады. Өзен ағысының жылдамдығын 4 *км/сағ*, тыныш судағы қайықтың жылдамдығын анықтаңыз.

Жауабы: 20 *км/сағ*.

www.nismath.org

4. Қайықшы ағысқа қарсы жүргендегіден өзен ағысымен 16 *км* қашықтықты 6 сағат жылдам өтеді. Өзен ағысының жылдамдығына қарағанда, тынық судағы қайықтың жылдамдығы 2 *км/сағ* артық. Тынық судағы қайықтың жылдамдығы мен өзен ағысының жылдамдығын анықтаңыз.

Жауабы: 5 *км/сағ*; 3 *км/сағ*.

5. Моторлы қайық өзен ағысымен төмен қарай 14 *км* өтті, содан кейін ағысқа қарсы 9 *км* өтіп, барлық жолға 5 сағат жұмсады. Егер тынық судағы моторлы қайықтың жылдамдығы 5 *км/сағ* болса, өзен ағысының жылдамдығын табыңыз.

Жауабы: 2 *км/сағ*.

6. Катер өзен ағысымен 75 *км* өтті және ағысқа қарсы тура сонша өтті. Ол барлық жолға, оған тынық судағы 80 *км* өту үшін қажет болған уақыттан, 2 есе артық уақытты жұмсады. Егер өзен ағысының жылдамдығы 5 *км/сағ* болса, тынық судағы катердің жылдамдығы қандай?

Жауабы: 20 *км/сағ*.

7. Турист өзен ағысымен 56 *км* жүріп өту үшін қанша уақыт қажет болса, тура сонша уақыт аралығында көлмен байдаркада 25 *км* және өзен ағысына қарсы 9 *км* өтті. Өзен ағысының жылдамдығы 2 *км/сағ* екендігін біле отырып, тынық судағы байдарканың жылдамдығын табыңыз.

Жауабы: 5 *км/сағ*.

8. Моторлы қайық тынық суда 70 *км* жолды жүріп өтетін уақыт аралығында, өзен ағысымен 39 *км* және ағысқа қарсы 28 *км* өтті. Егер өзен ағысының жылдамдығы 3 *км/сағ* болса, тынық судағы моторлы қайықтың жылдамдығы қандай болады?

Жауабы: 10 *км/сағ*.

9. Тынық судағы жылдамдығы 15 *км/сағ* катер, өзен айлағынан өзен ағысымен төмен қарай 36 *км* өткенде, катердің жөнелтілуіне 10 *сағ* қалғанда сол өзен айлағынан шыққан салды қуып жетті. Өзен ағысының жылдамдығын табыңыз.

Жауабы: 3 *км/сағ*.

www.nismath.org

10. Турист өзен ағысымен 12 *км* салмен жүріп өтіп, кідірмей, тынық судағы жылдамдығы 5 *км/сағ* қайықпен қайтадан қайтып келді. Егер туристтің барлық саяхатқа 10 *сағ* жұмсағаны белгілі болса, өзен ағысының жылдамдығын табыңыз.

Жауабы: 2 *км/сағ* немесе 3 *км/сағ*.

11. Өзен бойындағы екі кемежайдың арасы 40 *км*. Пароход барып-қайтқанға 6 сағат, жолдағы аялдамаға 1,5 сағат жұмсады. Егер пароходтың меншікті жылдамдығы 18 *км/сағ* болса, өзен ағысының жылдамдығын анықтаңыз.

Жауабы: 2 *км/сағ*.

12. Егер өзен ағысының жылдамдығы 2 *км/сағ* болса, қайтадан 4 сағат ішінде кері қайтып келу үшін, тынық судағы жылдамдығы 8 *км/сағ* қайықпен кемежайдан өзен ағысына қарсы қанша километрге ұзап кетуге болады?

Жауабы: 15 *км*.

13. Кемежайдан ағыс бойымен сал шықты. Оның артынан 4 сағаттан соң катер шығып, 15 *км* өткен соң, салды қуып жетті. Егер тынық судағы катердің жылдамдығы 12 *км/сағ* болса, өзен ағысының жылдамдығын есептеңіз.

Жауабы: 3 *км/сағ*.

14. Моторлы қайық өзен ағысымен 7 сағат және ағысқа қарсы 6 сағат жүрді. Егер тынық судағы қайықтың жылдамдығы 10 *км/сағ* болса және қайық барлық саяхат аралығында 132 *км* жүрген болса, өзен ағысының жылдамдығын табыңыз.

Жауабы: 2 *км/сағ*.

15. Моторлы қайық ағыс бойымен жоғары қарай 24 *км* және кері қарай келіп, барлық жолға 1 сағат 45 минут жұмсады. Егер ол ағыспен 4 *км* жолды салға қарағанда $\frac{7}{8}$ *сағ* жылдымырақ өтетін болса, қайықтың меншікті жылдамдығын табыңыз.

Жауабы: 28 *км/сағ*.

6.3 www.nismath.org

3 - тобы. Шеңбер бойымен қозғалыс

1. Ұзындығы 100 *м*-ге тең шеңбер бойымен екі дене қозғалып келеді. Олар бір бағытта және тура солай қозғалып, әрбір 20 *сек* сайын кездеседі және әрбір 4 *сек* соң қарама-қарсы бағыттарда қозғалады. Әрбір дененің бір секундтағы жылдамдығын анықтаңыз.

Жауабы: 15 *м/с* және 10 *м/с*.

2. Ұзындығы 999 *м*-ге тең шеңбер бойымен, бір бағытта және тура солай екі дене қозғалады және әрбір 37 минут сайын кездеседі. Егер бірінші дененің жылдамдығы екіншісінен 4 есе артық екендігі белгілі болса, әрбір дененің жылдамдығын анықтаңыз.

Жауабы: 36 *м/мин* және 9 *м/мин*.

3. Сақина тәріздес трасса бойымен жарыста, бір шаңғышы екіншісіне қарағанда айналымды 2 *мин* жылдам өтті және бір сағаттан соң оны бір айналымда қуып жетті. Әрбір шаңғышы айналымды қанша минут аралығында өтті?

Жауабы: 10 *мин* және 12 *мин*.

4. Сақина тәріздес трассадағы картинг бойынша жарыста, карттардың бірі екіншісіне арағанда айналымды 5 *мин* баяу өтті және бір сағаттан соң одан бір айналымға қалып қалды. Әрбір карт қанша минут аралығында айналымды өтті?

Жауабы: 20 *мин* және 15 *мин*.

5. *A* және *B* екі нүкте диаметральдық қарама-қарсы нүктелерден, тұрақты жылдамдықтарымен шеңбер бойымен қозғалысты бастады. *A* нүктесінің жылдамдығы 40 *м/с*. *A* нүктесі бес айналымды өткенде, нүктелер бірінші рет теңессе, *A* нүктесінің жылдамдығынан *B* нүктесінің жылдамдығы қаншаға артық?

Жауабы: 4 *м/с*.

6. Екі дене бір бағытта қарай шеңбер бойымен бірқалыпты қозғалып келеді. Бірінші дене екінші денеге қарағанда шеңберді 3 *сек* жылдам айналып өтеді және әрбір жарты минут сайын екінші денені қуып жетеді. Әрбір дене шеңберді қандай уақыт ішінде айналып өтеді?

Жауабы: 15 *с* және 18 *с*.

6.4
www.nismath.org

4-тобы. Жұмыс және еңбек өнімділігіне қатысты мәселе есептер

1. Жұмысшылардың бригадасы 360 бөлшек дайындауы тиіс болатын. Олар күнделікті белгіленген жоспарға қарағанда 4 бөлшекке артық дайындап, тапсырманы мерзімінен бір күн бұрын орындады. Тапсырманы орындауға бригада қанша күн жұмсады?

Жауабы: 9 күн.

2. Екі кран бірге жұмыс жасап, баржаны 6 сағат аралығында жүктен босатты. Егер олардың біреуі басқасына қарағанда оны 5 сағат жылдам жүктен босата алса, әрбір кран жеке өзі баржаны қанша уақытта жүктен босата алады?

Жауабы: 10 *сағ*; 15 *сағ*.

3. Ағаш отырғызуда екі бригада жұмыс жасады. Бірінші бригада екіншісіне қарағанда күнделікті 40 ағаш артық отырғызды және 270 ағаш екті. Екінші бригада бірінші бригадаға қарағанда, екі күн артық жұмыс жасады және 250 ағаш отырғызды. Бригадалардың әрқайсысы қанша күннен жұмыс жасады?

Жауабы: 3 күн; 5 күн.

4. Шөп шабатын шалғышылардың бригадаларының өнімділігіне қарағанда, өзі жүретін шапқыштың өнімділігі 5 есе жоғары. Егер өзі жүретін шапқыш пен шалғышылардың бригадалары бірге жұмыс жасай отырып, пішен шабуды үш күн ішінде бітірсе, шабындықты шабу үшін, шалғышылардың бригадаларына қанша күн қажет болады?

Жауабы: 18 күн.

5. Бір комбайн участоктан өнім жинай бастады. 2 сағаттан соң оған екінші комбайн қосылды және 8 сағат бойы бірігіп жұмыс жасаған соң, олар өнімнің 80% жинап алды. Егер екіншісіне қарағанда, бірінші комбайнға 5 сағат артық уақыт қажет болғандығы белгілі болса, әрбір комбайн участоктан өнімді қанша сағат ішінде жинай алады?

Жауабы: 25 *сағ*; 20 *сағ*.

6. Бригада күнделікті 180 *га* егістікті жыртуы керек болатын. Жоспарды асыра орындай отырып, бригада күнделікті 210 *га* жыртып отырған және жұмысты мерзімнен бір күн бұрын аяқтады. Бригада қанша гектарды және қанша күн ішінде жыртты?

Жауабы: 6 күн ішінде, 1 260 *га*.

www.nismath.org

7. Екі автокөлік бірге жұмыс жасай отырып, 6 күннің ішінде жүкті тасымалдады. Егер олардың бірі, екіншісіне қарағанда барлық жүкті 5 күнге жылдамырақ тасымалдай алса, барлық жүкті тасымалдауға әр машинаға жеке қанша күн қажет болады?

Жауабы: 10 күн; 15 күн.

8. Екі жұмысшы бірге жұмыс жасай отырып, тапсырысты 6 сағат ішінде орындай алады. Егер бірінші жұмысшы 9 сағат жұмыс жасап, содан кейін оны екінші жұмысшы алмастыратын болса, онда олар барлық жұмысты 3 сағаттан соң бітіреді. Жеке жұмыс жасай отырып, әр жұмысшы барлық жұмысты қанша сағат ішінде орындай алады?

Жауабы: 12 *сағ*; 12 *сағ*.

9. Екі тас қалаушы қабырғаны 7 күнде қалай алады, олардың екіншісі біріншісіне қарағанда жұмысты $1\frac{1}{2}$ күн кейін бастады. Егер біріншісіне қарағанда, екінші тас қалаушы осы жұмысты 3 күнге жылдам орындай алатыны белгілі болса, олардың әрқайсысы жеке осы қабырғаны қанша күн ішінде қалай алады?

Жауабы: 14 күн; 11 күн.

10. Трактор бригадасы бірнеше күн ішінде 600 *га* жерге егін егуі керек болатын. Ол күнделікті жоспардан 15 *га* артық егіп отырған, сондықтан жұмысты 2 күн бұрын бітірді. Бригада қанша күн ішінде жерге егін егуді жоспарлады?

Жауабы: 10 күн.

11. Екі слесарь тапсырманы 12 *сағ* ішінде орындады. Егер тапсырманың жартысын біріншісі орындап, ал қалған бөлігін екіншісі орындаған болса, онда екіншісіне қарағанда біріншісіне 5 *сағ* артық уақыт қажет болар еді. Олардың әрқайсысы тапсырманы қанша сағат ішінде орындай алады?

Жауабы: 30 *сағ*; 20 *сағ*.

12. Бір жүргізушіге 600 *т* жүкті, ал екіншісіне 540 *т* жүкті тасымалдауға наряд берілген. Бірінші жүргізуші белгіленген мерзімге дейін 4 күн бұрын, ал екіншісі белгіленген мерзімге дейін 2 күн бұрын тапсырманы орындады. Егер біріншісі екіншісіне қарағанда 4 *т* артық тасымалдаған болса, жүргізушінің әрқайсысы күніне қанша жүк тасымалдаған?

Жауабы: 24 *т*; 20 *т*.

www.nismath.org

13. 90 *т* жүкті тасымалдау үшін бірнеше машинаға тапсырыс берілді. Әрбір машинаға 0,5 *т* жүкті кем тиеуіне байланысты, қосымша 6 машина қажет болды. Алғашқыда қанша машинаға тапсырыс берілген?

Жауабы: 30 машина.

14. Бір жұмысшы екіншісіне қарағанда, бір бөлшекті өңдеуге 1 минут кем уақыт жұмсайды. Егер екінші жұмысшыға қарағанда, бірінші жұмысшы осы уақыт аралығында 8 бөлшекті артық өңдейтін болса, олардың әрқайсысы 4 сағат ішінде қанша бөлшек өңдейді?

Жауабы: 48 бөлшек; 40 бөлшек.

15. Зауытқа белгілі бір мерзімге дейін 8 000 бөлшекті дайындауға тапсырыс берілді. Нақты кесте бойынша жұмыс жасай отырып, зауыт тапсырыстың 25% дайындады, ал содан кейін күндізгі жоспарды асыра орындай отырып, күнделікті 100 бөлшекті дайындады және белгіленген мерзімге дейін 2 күн бұрын тапсырысты орындады. Тапсырысты орындау үшін зауытқа қанша күн қажет болды?

Жауабы: 14 күн.

16. Жұмысшылардың бригадасы белгілі бір мерзімде 272 бөлшекті дайындауы тиіс. Жұмыс басталған соң 10 күннен кейін, бригада күндізгі жоспарды 4 бөлшекке асыра орындай отырып, белгіленген мерзімге дейін 1 күн бұрын 280 бөлшек дайындады. Бригада мерзімінде қанша бөлшек дайындап шығарады?

Жауабы: 300 бөлшек.

17. Жоспар бойынша бригада белгілі бір мерзімде 540 *га* өнім жинауы тиіс. Өнімнің 30% жинап болған соң, бригада қосымша комбайн алып, алғашқыға қарағанда, күнделікті 9 *га* артық өнім жинап, белгіленген мерзімнен 1 күн бұрын жинау жұмысын аяқтады. Өнімді жинау қанша күнге жалғасты?

Жауабы: 9 күн.

18. Белгілі бір мерзімде жұмысшылар бригадасы 360 бөлшекті дайындауы тиіс. Күндізгі жоспарды 9 бөлшекке асыра орындай отырып, бригада белгіленген мерзімнен 1 күн бұрын жоспарланған тапсырманы 5%-ке асыра орындады. Егер осы еңбек өнімділігімен жұмыс жасауды жалғастырса, бригада мерзімінде қанша бөлшек дайындайды?

Жауабы: 432 бөлшек.

www.nismath.org

19. Барлық егістікті жыртуға бірінші трактормен, үшіншісіне қарағанда 2 *сағ* кем уақыт және екінші трактормен қарағанда 1 *сағ* артық уақыт қажет. Бірінші және екінші тракторлардың бірігіп жұмыс жасауы нәтижесінде, егістік 1 *сағ* 12 *мин.* аралығында жыртылуы мүмкін. Барлық үш трактордың бірігіп жұмыс жасаса, егістікті жыртуға қанша уақыт жұмсалады?

Жауабы: $\frac{30}{31}$ *сағ.*

20. Екі жұмысшы белгілі бір тапсырманы бірге орындаса, оны 12 күнде бітіре алады. Егер алдымен олардың біреуі ғана жұмыс жасап, ол жұмыстың жартысын орындап болған соң, оны екінші жұмысшы алмастыратын болса, тапсырма 25 күн ішінде бітеді. Әр жұмысшы жеке барлық тапсырманы қанша күн ішінде орындай алады?

Жауабы: 30 күн; 20 күн.

6.5

5 - тобы. Бір мезгілде әртүрлі құбырлармен толтырылатын бассейнге байланысты мәселе есептер

1. 6 сағат ішінде екі құбыр арқылы бассейн сумен толтырылады. Бірінші құбыр екінші құбырға қарағанда 5 сағатқа жылдам толтырады. Әрбір құбыр жеке жұмыс жасаса, қанша уақыт ішінде бассейнді толтыра алады?

Жауабы: 10 *сағ*; 15 *сағ.*

2. Бір мезгілде екі шүмек бакты 3 сағат ішінде толтырады. Егер екінші шүмекке қарағанда, бірінші шүмек бакты 8 сағатқа баяу толтыра алатыны белгілі болса, әрбір шүмек жеке қанша уақытта бакты толтыра алады?

Жауабы: 12 *сағ*; 4 *сағ.*

3. Су айдауыш бакты екі құбыр 2 сағат 55 минутта толтырады. Екіншіге қарағанда, бірінші құбыр оны 2 сағат жылдам толтыра алады. Әрбір құбыр жеке жұмыс істесе, қанша уақыт ішінде бакты толтыра алады?

Жауабы: 5 *сағ*; 7 *сағ.*

www.nismath.org

4. Екі құбырдың біреуі екіншісіне қарағанда бакты сумен 10 мин жылдам толтыра алады. Егер екі құбыр бірігіп қосылса, 8 минутта бактың $\frac{2}{3}$-сін толтырған болса, осы бакты әрбір құбыр қанша уақыт ішінде толтыра алады?

Жауабы: 20 *мин*; 30 *мин*.

5. Бірінші құбыр 1 сағат ішінде бассейннің бір бөлігін толтырып болған соң, екінші құбыр қосылды және олар бірге бассейнді 3 сағатта толтырды. Егер әр құбыр бассейнді жеке толтыратын болса, екінші құбырға қарағанда бірінші құбырға 2 сағат артық уақыт керек болар еді. Бірінші құбыр өз бетінше жұмыс жасағанда, қанша уақыт ішінде бассейнді толтыра алады?

Жауабы: 8 сағатта.

6. Бір шүмек арқылы ванна 18 минутта, ал екіншісі арқылы 27 минут ішінде толтырылады. Ваннаның $\frac{5}{6}$ бөлігін толтыру үшін, екі шүмекті қанша уақытқа ашып қою қажет?

Жауабы: 9 *мин*.

7. Екі құбыр бассейнді 10 сағат ішінде толтырады. Егер екіншіге қарағанда, бірінші құбырдан судың 2 есе кем ағатыны белгілі болса, әр құбыр жеке бассейнді қанша уақыт ішінде толтыратынын анықтаңыз.

Жауабы: 30 *сағ*; 15 *сағ*.

8. Бірінші құбыр арқылы бассейн 5 сағат ішінде толады. Бірінші құбыр ашылған соң, 3 сағаттан кейін екінші құбыр ашылды, онда бүкіл бассейнды 6 сағат ішінде толтыруға болады. Бүкіл бассейн қанша сағат ішінде толтырылды?

Жауабы: $4\frac{1}{11}$ *сағ*.

9. Екі құбыр бірігіп, бассейнді 4 сағатта толтыра алады. Егер алдымен бірінші құбыр бассейннің жартысын толтырып, содан кейін оны жауып тастап, екіншісін ашсақ, бассейн 9 сағат ішінде толтырылып бітетін еді. Әр құбыр жеке бассейнді қанша сағат ішінде толтыра алады?

Жауабы: 6 *сағ*; 12 *сағ*.

www.nismath.org

10. Бассейнді екі насоспен 9 сағат ішінде толтыру қажет болды, бірақ жұмыстың аяқталуына бір сағат қалғанда бір насосты өшіріп тастау қажет болды және жалпы алғанда толтыру 12 сағатқа созылды. Әр насоспен жеке бассейнді қанша сағатта толтыруға болады?

Жауабы: 12 *сағ*; 36 *сағ*.

6.6

6 - тобы. Пропорция құру арқылы шығарылатын пайыздарға байланысты мәселе есептер:

1. Питомникте үйеңкінің 82 000 көшеттері болды, ол питомниктің барлық көшеттерінің 4%-ін құрайды. Барлық көшеттердің 85% қарағай құраған болатын. Питомникте қарағайдың қанша көшеті болған?

Жауабы: 1 742 500 көшет.

2. 200 *г* 10%-тік қант сиробының және 300 *г* 20%-тік қант сиробы араластырылды. Алынған қоспаның концентрациясы (%) қаншаны құрайды?

Жауабы: 16%.

3. Тракторлық бригада бір күн ішінде 24 *га* жерді жыртты, бұл барлық егістіктің 15%-ын құрады. Егістіктің ауданы қандай?

Жауабы: 160 *га*.

4. Алдымен тауардың бағасы 20% төмендетіліп, содан кейін жаңа баға тағы 25% төмендетілді. Тауардың алғашқы бағасы барлығы қанша пайызға төмендетілді?

Жауабы: 40%.

5. Бір ай аралығында фотоаппараттардың бағасы алдымен 18% төмендетіліп, содан кейін 20% төмендетілді және 1 640 теңгені құрады. Фотоаппараттардың алғашқы бағасын табыңыз.

Жауабы: 2 500 теңге.

6. *А* қаласының автоинспекциясында есепе тұрған жеңіл автокөліктердің саны, жүк автокөліктер санының 60%-ін құрайды. Жеңіл автокөліктер барлық автокөліктер санының қанша пайызын құрайды?

Жауабы: 37,5%.

www.nismath.org

7. Бірінші сан 0,5, ал екінші сан 0,3. Екінші сан бірінші және екінші сандардың айырмасының қанша пайызын құрайды?

Жауабы: 150%.

8. 30%-ті 60; 48; 45 сандарының ең үлкен ортақ бөлгіші мен ең кіші ортақ еселігінің қосындысына тең болатын санды табыңыз.

Жауабы: 2 410.

9. Фирма 2 300 теңгеге көтерме баға бойынша товарды сатып алады және оны 6% қымбат етіп бір-бірлеп сатады. Товардың бір-бірлеп сату бағасы қандай?

Жауабы: 2 438 теңге.

10. 5 саны N санының 20%-ін құрайды. $\sqrt{N}$ табыңыз.

Жауабы: 5.

11. 11 саны $3N-1$ санының 25%-ін құрайды. N табыңыз.

Жауабы: 15.

12. 24 саны N санының 15%-ін құрайды. N -нің 10%-тін табыңыз.

Жауабы: 16.

13. Жұмыспы күндізгі өндіруді 27 бөлшекке көбейтіп күніне 297 бөлшекті өңдей бастады. Ол еңбек өнімділігін қанша пайызға көбейтті?

Жауабы: 10%.

14. Егер саның 28%-ті 196-ға тең болса, онда сол санның 84%-ті қанша?

Жауабы: 588.

15. 646 санын 10%-ке арттырып, содан кейін 10%-ке кемітті. Сан қалай өзгерді? Осы санның өзгеруін пайызбен көрсетіңіз.

Жауабы: 1% азайды.

16. 400 санын 5%-ке арттырып, содан кейін 5%-ке қайтадан арттырды. Осы санды табыңыз.

Жауабы: 441.

www.nismath.org

17. Тік бұрышты үшбұрыштың катеттерінің бірін 80%-ке арттырып, ал басқасын 75%-ке кемітті. Үшбұрыштың ауданы қанша пайызға өзгерді?

Жауабы: 55% азаяды.

18. Ромбының диагональдарының бірі 40%-ке артты, ал басқасы 20%-ке кеміді. Ромбының ауданы қанша пайызға өзгерді?

Жауабы: 12% көбейді.

19. 140 *кг* саңырауқұлақ жиналды, олардың ылғалдылығы 98% құрады. Оларды кептірген соң ылғалдылығы 93%-ке дейін төмендеді. Кептіргеннен кейінгі саңырауқұлақтардың салмағы қандай болды?

Жауабы: 40 *кг*.

20. Коммерсант бұйымды 1 000 теңгеге сатып алды. Ол оны алғашқы бағасынан 20% қымбат сата бастады, бірақ содан кейін сатылым бағасын 10% төмендетуге мәжбүр болды. Бұйым қандай сомаға сатылды?

Жауабы: 1 080 теңге.

6.7

7-тобы. Алгебралық әдіспен пайыздарға қатысты мәселе есептерді шешіңіз:

1. Ағаш дайындауда үш бригада жұмыс жасады. Бірінші бригадада барлық жұмысшылар санының 36% болған, екінші бригада жұмысшыларының саны, бірінші бригадаға қарағанда 72-сі артық болды, ал қалған 124 жұмысшы үшінші бригадада болған. Үш бригадада барлығы қанша жұмысшы болған?

Жауабы: 700 адам.

2. Үш жәшікте барлығы 64,2 *кг* қант бар. Екінші жәшікте, бірінші жәшіктегі қанттың $\frac{4}{5}$-і бар, ал үшінші жәшікте, екінші жәшіктегі қанттың 42,5%-ті бар. Жәшіктердің әрқайсысында қанша қант бар?

Жауабы: 30 *кг*; 24 *кг*; 10,2 *кг*.

3. Екі жұмысшы бір ауысым ішінде 72 бөлшек дайындайтын. Бірінші жұмысшы еңбек өнімділігін 15%, ал екіншісі 25% жоғарылатқан соң, олар бірге бір ауысым ішінде 86 бөлшек дайындай бастады. Еңбек өнімділігін жоғарылатқан соң, әр жұмысшы бір ауысым ішінде қанша бөлшек дайындайды?

Жауабы: 46; 40.

www.nismath.org

4. Қоймада 100 *кг* жидек болған. Талдау жасау нәтижесінде, жидектердің 99% судың бар екендігі анықталды. Біраз уақыттан соң жидектердегі судың құрамы 98%-ке дейін төмендеді. Енді жидектердің салмағы қанша?

Жауабы: 50 *кг*.

5. 3 санын үш қосылғышқа бөлшектедік, екінші қосылғыш біріншіден 25%-ке кем, ал үшінші қосылғыш екіншіден 1-ге кем. Бірінші қосылғышты табыңыз.

Жауабы: 1,6.

6. Тік төртбұрыштың биіктігі оның табанының 75%-ін құрайды. Тік төртбұрыштың ауданы 48 $м^2$-қа тең екендігін біле отырып, осы тік төртбұрыштың периметрін табыңыз.

Жауабы: 28 *м*.

7. Тік төртбұрыштың ұзындығы 25%-ке үлкейтілді. Оның ауданы өзгермеу үшін, тік төртбұрыштың енін қанша пайызға азайту қажет?

Жауабы: 20%.

8. Жаңа піскен таңқурай құрамында судың мөлшері 85%, ал құрғақ таңқурай құрамындағы су - 20%. Егер жаңа піскен таңқурайдың салмағы 36 *кг* болса, құрғақ таңқурайдың салмағын табыңыз.

Жауабы: 6,75 *кг*.

9. Қазіргі уақытта қалада 48 400 тұрғын бар. Жыл сайын осы қаланың тұрғындары 10%-ке көбейіп отырғандығы белгілі болса, екі жыл бұрын қалада қанша тұрғын болған?

Жауабы: 40 000 тұрғын.

10. Бірінші күні шалғышылардың бригадасы шабындықтың жартысын және тағы 2 *га* шапса, ал екінші күні қалған шабындықтың 25%-тін және қалған 6 *га* шапқан. Шабындықтың ауданын табыңыз.

Жауабы: 20 *га*.

11. Бір санның 5%-ті және екінші санның 4%-ті 46-ны құрайды, ал бірінші санның 4%-ті мен екінші санның 5%-ті 44-ті құрайды. Осы сандарды табыңыз.

Жауабы: 600; 400.

12. Тауардың бағасы 25%-ке көтерілді. Тауардың алғашқы бағасына қол жеткізу үшін, оны енді қанша пайызға төмендету қажет?

Жауабы: 20%.

www.nismath.org

13. Тік бұрышты параллелепипедтің ұзындығы мен енін 10%-ға арттырып, ал биіктігін 10% азайтса, оның көлемі қанша пайызға көбейеді?

Жауабы: 8,9%.

14. Машинаның бағасы алдымен 15%-ға төмендетіліп, содан кейін 10% жоғарылатылды. Оның бағасын екі рет өзгерткен соң, машинаның бағасы алғашқы құнының қанша пайызын құрады?

Жауабы: 93,5%.

15. Құрылыс басқармасы бір жыл ішінде мектепті салып бітіруді жоспарлады. Бірінші тоқсанда барлық жұмыс көлемінің 25%, екінші тоқсанда қалған жұмыстың - 40%; ал үшінші тоқсанда - тағы қалған жұмыстың 60% жасалды. Төртінші тоқсанда жалпы жұмыс көлемінің пайызы қандай болады?

Жауабы: 18%.

16. Кейбір жұмыстарды орындау кезіндегі еңбек өнімділігі 40% жоғарылады. Осы жұмысты орындау үшін керекті уақыт қанша пайызға қысқарды?

Жауабы: ≈ 28,6%.

17. Дәннің ылғалдылығы 25%-ті құрайды. 600 *кг* дәнді кептіргеннен кейін, ол 100 *кг* жеңіл болды. Кептіргеннен кейін дәннің ылғалдылығы қандай болды?

Жауабы: 10%.

18. Жаңадан шабылған шөптің ылғалдылығы 85% құрайды. Егер оны кептірген соң, оның ылғалдылығы 75% құраса, 1 *т* шөптен қанша суы кетті?

Жауабы: 400 *кг*.

19. Тауардың бағасы екі рет бірдей пайызға төмендетілді. Егер оның алғашқы құны 20 000 теңге, ал негізгі бағасы– 11 250 теңге болса, әр жолы тауардың бағасы қанша пайызға төмендеді?

Жауабы: 25%.

20. Тауардың бағасы екі рет бірдей пайызға көтерілді. Егер оның алғашқы құны 6 000 теңге, ал негізгі құны - 6 615 теңге болса, әр жолы тауардың бағасы қанша пайызға көтерілді?

Жауабы: 5%.

6.8 www.nismath.org

8-тобы. Концентрация мен шайыздық құрамға мәселе есептер:

1. Теңіз суы массасы бойынша 5% тұздан тұрады. Тұздың концентрациясы 1,5% болу үшін, 15 *л* теңіз суына канша тұщы су құю кажет?

Жауабы: 35 *л*.

2. 80% судан тұратын, массаға қол жеткізу үшін, құрамында 90% суы бар 100 *кг* массадан қанша *кг* суды буландыру кажет?

Жауабы: 50 *кг*.

3. Мыс пен қалайы балқымаларының екі кесегі бар. Бірінщісінде 40%, екінщісінде - 32% мыс бар. Мысы 35% болатындай жаңа 8 *кг* балқыма алу үшін осы кесектердің салмағы қандай болуы керек?

Жауабы: 3 *кг*; 5 *кг*.

4. Бір ерітіндіде азот қышқылының мөлшері 30% (көлемі бойынша), ал екінщісінде азот қышқылының мөлшері 55%. 100 *л* 50%-дық азот қышқылының ерітіндісін алу үшін, бірінші және екінші ерітінділерден қанша алу қажет?

Жауабы: 20 *л*; 80 *л*.

5. 80 *г* 15%-дық тұз ерітіндісіне 20 *г* су қосылды. Пайда болған ерітіндінің концентрациясын анықтаңыз.

Жауабы: 12%.

6. Массасы 16 *кг* мыс пен қалайының балқымасындағы қалайының мөлшері 55%. Жаңадан пайда болған балқымада 60% қалайы болу үшін, балқымаға қанша таза қалайыны қосу қажет?

Жауабы: 2 *кг*.

7. 4%-дық ерітіндіні алу үшін, 40 *кг* 5%-дық тұз ерітіндісіне қанша су қосу қажет?

Жауабы: 10 *кг*.

8. Массасы 24 *кг* мыс пен қалайының балқымасындағы мыстық мөлшері 45%. 40% мыстан тұратын балқыманы алу үшін, бастапқы балқымаға қанша таза қалайыны қосу қажет?

Жауабы: 3 *кг*.

www.nismath.org

9. Массасы 72 *кг* мыс пен мырыштың балқытылған кесегі 45% мыстан тұрады. Жаңадан пайда болған балқымада 60% мыс болу үшін, осы кесекке қанша мыс қосу қажет?

Жауабы: 27 *кг*.

10. Тот баспайтын болат, хром мен никелі бар темір балқымасынан тұрады. Егер балқымадағы хром 15%, ал хромға қарағанда никель 30 есе кем болуы тиіс болса, 67,6 *кг* темірден қанша хром мен никельді балқыту қажет?

Жауабы: 12,4 *кг*.

11. 60% және 80% темірден тұратын екі балқымадан, құрамында 75%-дық темірі бар 40 *кг* балқыманы алу қажет. Әр балқымаңың неше килограмын алу қажет?

Жауабы: 10 *кг*; 30 *кг*.

12. 20 *кг* 4%-дық тұз ерітіндісіне, 30 *кг* 5%-дық ерітіндісін қосып, сонан соң пайда болған ерітіндіден 8% суды буландырып тастады. Пайда болған ерітіндідегі тұздың концентрациясын есептеңіз.

Жауабы: 5%.

13. 300 *г* 50%-дық және 100 *г* 30 %-дық қышқыл ерітінділері араластырылды. Пайда болған қоспадағы қышқылдың пайыздық құрамын анықтаңыз.

Жауабы: 45%.

14. Құрамында 80 *г* алтын бар күміс пен алтынның балқымасы, 100 *г* таза алтынмен бірге балқытылды. Соның нәтижесінде балқымадағы алтынның құрамы, алғашқы 20%-дан жоғарылады. Балқымадағы күміс қанша?

Жауабы: 120 *г*.

15. 50%-дық қышқыл ерітіндіні алу үшін, 30 *г* 15%-дық қышқыл ерітіндісіне, осы қышқылдың 75%-дық ерітіндісін қосу қажет. Қосуға қажетті 75%-дық қышқыл ерітіндісінің мөлшерін табыңыз.

Жауабы: 42 *г*.

16. Алюминий мен мырыштың балқымасындағы алюминийдің мөлшері 82%. 18 *кг* мырышты қосқан соң, балқымадағы алюминий құрамы 70%-ға дейін төмендеді. Балқымада алюминий мен мырыштың бөлек қанша болғандығын есептеңіз.

Жауабы: 86,1 *кг*; 36,9 *кг*.

www.nismath.org

17. Екі бөшкеде су мен спирттің қоспасы бар. Бірінші қоспаның 40%-ті, ал екінші қоспаның 30%-ті спирт. Спирт пен су 3:5 қатынасындай болатындай, 12 декалитр спирт қоспасын алу үшін, әрбір бөшкеден осы қоспаның қанша мөлшерін алу қажет?

Жауабы: 9 *дкл*; 3 *дкл*.

18. Екі кесек құйма мырыш, мыс және қалайыдан тұрады. Бірінші кесекте 40% қалайы, ал екінші кесекте - 26% мыс бар. Бірінші және екінші кесектегі мырыштың пайыздық құрамы бірдей. 150 *г* бірінші және 250 *г* екінші кесекті балқытқанда, жаңа балқыма алынды, оның 30%-ті мырыш болып шықты. Жаңа балқымада қанша грамм қалайы бар?

Жауабы: 170 *г*.

19. Бір тонна кенде темірдің белгілі бір мөлшері бар. 12,5% темірден тұратын, 400 *г* қоспаны кеннен алып тастаған соң, қалған кендегі темір құрамы 20% жоғарылады. Кенде темірдің тағы қанша мөлшері қалды?

Жауабы: 375 *кг*.

20. Балқыма мыс пен мырыштан тұрады. Бірінші кесекте 60% мыс және 40% мырыш бар, ал екіншідегі мыс пен мырыштың мөлшері 7:3 қатынасындай. Мыс пен мырыш 11:5 қатынасында болатындай, 1 *кг* жаңа балқыманы алу үшін, әрбір кесектен қанша алу керек?

Жауабы: 125 *г*; 875 *г*.

6.9

9-тобы. Сандардың формулалары қолданылатын мәселе есептер:

1. Ізделінді санды оның цифрларының қосындысына көбейтсек, 144 шығады. Бірліктерінің саны ондықтарының санынан екіге артық болатын екі таңбалы санды табыңыз.

Жауабы: 24.

2. Цифрлары бірдей екі таңбалы сан берілген. Егер үлкен разрядқа бір бірлікті қоссақ, ал кішісіне екі бірлікті қоссақ және шыққан санды бастапқы санға көбейтсек, онда көбейтіндісі 2 464 болады. Осы санды табыңыз.

Жауабы: 44.

3. Екі таңбалы санның цифрларының қосындысы 12 тең. Егер осы санның цифрларының орнын ауыстырсақ, онда бұл ізделінді саннан 18-ге артық сан болады. Осы санды табыңыз.

Жауабы: 57.

www.nismath.org

4. Екі таңбалы санның цифрларының қосындысы 6-ға тең. Осы санның берілген санның цифрларының орнын ауыстырғанда пайда болған санға қатынасы $\frac{4}{7}$-ге тең. Осы сандарды табыңыз.

Жауабы: 24; 42.

5. Ортасында нөл тұрған үш таңбалы санның цифрларының қосындысы 9-ға тең. Егер бірінші және соңғы цифрлардың орнын ауыстырсақ, онда шыққан жаңа сан берілген саннан 99-ға артық болады. Осы санды табыңыз.

Жауабы: 405.

6. Егер ойластырылған екі таңбалы санның сол жағына екі цифрын қосып жазсақ, онда шыққан үш таңбалы сан алғашқы саннан 9 есе артық болады. Қандай сан ойластырылған?

Жауабы: 25.

7. Екі таңбалы натурал сан берілген. Осы санның және кері қарай жазылған санның квадраттарының айырмасы 495-ке тең. Осы сандардың қосындысын табыңыз.

Жауабы: 55.

8. Егер екі таңбалы санды оның цифрларының қосындысына бөлсек, онда бөліндісі 6 және қалдығы 2 шығады. Егер осы санды оның цифрларының көбейтіндісіне бөлсек, онда бөліндісі 5 және қалдығы 2 шығады. Осы санды табыңыз.

Жауабы: 32.

9. Егер екі таңбалы санды оның цифрларының қосындысына бөлсек, онда бөліндісі 8 және қалдығы 4 шығады. Егер осы саннан 63-ті алып тастасақ, онда сол цифрлармен керісінше ретпен жазылған екі таңбалы сан шығады. Осы санды табыңыз.

Жауабы: 92.

10. Ізделінді екі таңбалы санның цифрларының қосындысы 11-ге тең. Егер ізделіп отырған санды сол цифрлармен керісінше ретпен жазылған, санға бөлсек, онда бөліндісі 2 және қалдығы 7 шығады. Осы санды табыңыз.

Жауабы: 83.

www.nismath.org

11. Екі таңбалы сан өзінің цифрларының көбейтіндісінен 14-ке артық және кері қарай, сол цифрлармен жазылған саннан 45-ке кем. Осы санды табыңыз.

Жауабы: 38.

12. Екі таңбалы сан өзінің цифрларының квадраттарының қосындысынан 19-ға артық және сол цифрлармен кері қарай жазылған саннан 9-ға артық. Осы санды табыңыз.

Жауабы: 32.

13. Белгілі бір екі таңбалы санның цифрларының квадраттарының қосындысы, осы цифрлардың екі еселенген көбейтіндісінен 4-ке артық. Осы екі таңбалы санды оның цифрларының қосындысына бөлсек, бөліндісі 4 және қалдығы 9 шығады. Алғашқы санды табыңыз.

Жауабы: 57.

14. Екі таңбалы санның цифрларының көбейтіндісі оның цифрларының қосындысынан екі есе артық. Егер ізделінді саннан 27-ні алып тастасақ, онда кері қарай сол цифрлармен жазылған сан шығады. Осы санды табыңыз.

Жауабы: 63.

15. Екі таңбалы сан оның цифрларының қосындысынан 6 есе артық. Егер осы саннан оның цифрларының көбейтіндісін алып тастасақ, онда 34 шығады. Алғашқы санды табыңыз.

Жауабы: 54.

16. Екі таңбалы оң санда цифрлардың квадраттарының қосындысы, оның цифрларының қосындысынан 2,5 есе артық және осы цифрлардың үш еселенген көбейтіндісінен бірге артық. Осы санды табыңыз.

Жауабы: 13 немесе 31.

6.10 www.nismath.org

10-тобы. Кейбір сандарға пропорционал қосылғыштарға (немесе олардың қатынасына байланысты) мәселе есептер:

1. Атқа мінген екі адамның жылдамдықтары $\frac{2}{5}:\frac{7}{20}$ қатынасындай. Бірінші атқа мінген адамның жылдамдығы екіншісінен 1,5 *км/сағ* артық. Бірінші атқа мінген адамның жылдамдығын табыңыз.

Жауабы: 12 *км/сағ.*

2. Тікұшақтың жылдамдығы автокөліктің жылдамдығынан 85 *км/сағ* артық, ал олардың жылдамдықтарының қатынасы 35:18-ге тең. Автокөлік пен тікұшақтың жылдамдықтарын анықтаңыз.

Жауабы: 90 *км/сағ*; 175 *км/сағ.*

3. 30 санын; 1; 2 және 7 сандарына тура пропорционал етіп бөліңіз (үш қосылғыштардың қосындысына бөлшектеңіз). Үлкен санды табыңыз.

Жауабы: 21.

4. Шебер үш күнде 48 бөлшек жасады, оның бірінші, екінші және үшінші күні жасаған бөлшектерінің саны 5; 4 және 3 сандарына пропорционал. Алғашқы екі күнде ол қанша бөлшек жасады?

Жауабы: 36.

5. Екі оң санның қатынасы 3:2 қатынасындай. Егер оның кішісін 4-ке бөлсек, ал үлкенін 9-ға бөлсек, онда бірінші бөлінді екінші бөліндіден 4-ке артық болады. Осы сандарды табыңыз.

Жауабы: 72; 48.

6. Фарфорды жасау үшін 6,25:0,25:0,5 қатынасындағы саз, гипс және құм қолданылады. Егер құмнан саздың 184 *г*-ы артық болса, фарфорлық ыдыстың салмағы қанша болады?

Жауабы: 224 *г.*

7. Үш сан 1; 2 және 3 сандарына кері пропорционал. Бірінші сан екінші саннан 2,16 артық екендігін біле отырып, осы сандарды табыңыз.

Жауабы: 4,32; 2,16; 1,44.

www.nismath.org

8. Үш сан $\frac{2}{3}$; 0,4; 0,75 сандарына кері пропорционал. Үшінші сан қалған екеуінің қосындысынан 16-ға кем. Осы сандарды табыңыз.

Жауабы: 9; 15; 8.

9. Екі бөлшектің қосындысы $1\frac{23}{63}$-ке тең. Олардың алымдарының қатынасы 4 : 5 -ке, ал бөлімдерінің қатынасы 3 : 7 -ге қатынасындай. Осы бөлшектерді табыңыз.

Жауабы: $\frac{8}{9}$; $\frac{10}{21}$.

10. Үш бөлшектің алымдары 1; 2; 5 сандарына пропорционал, ал бөлімдері сәйкесінше 1; 3; 7 сандарына пропорционал. Осы бөлшектердің арифметикалық ортасы $\frac{200}{441}$-ге тең. Осы бөлшектерді табыңыз.

Жауабы: $\frac{4}{7}$; $\frac{8}{21}$; $\frac{20}{49}$.

6.11

11-топ. Теңдеулер жүйесін құруға мәселе есептер:

1. Ауданы 80 *га* және 120 *га* екі участоктан 7 200 *ц* дәнді дақыл жиналды. Егер екінші участоктың 2 *га*-нан жинағанға қарағанда, бірінші участоктың әр 3 *га*-нан 10 ц дәнді дақыл артық жиналса, әрбір участоктағы 1 *га*-нан қанша центнер дәнді дақыл жиналды?

Жауабы: 30 *ц*; 40 *ц*.

2. Егер екі еселенген бірінші және үш еселенген екінші санның қосындысы 23-ке тең болса, ал үш еселенген бірінші саннан төрт еселенген екіншіден 8-ге артық екендігі белгілі болса, 2 санды табыңыз.

Жауабы: 4; 5.

3. Егер бөлшектің алымын бірге азайтсақ, онда бөлшек $\frac{1}{5}$-ге тең болады, ал егер оның бөлімін бірге азайтсақ, онда бөлшек $\frac{1}{4}$-ге тең болады. Осы бөлшекті табыңыз.

Жауабы: $\frac{6}{25}$.

www.nismath.org

4. Егер тік төртбұрыштың енін 10%, ал ұзындығын 20% арттырсақ, онда оның периметрі 16 *см* артады. Егер енін 20%, ал ұзындығын 10%-ке азайтсақ, онда периметрі 14 *см*-ге азаяды. Тік төртбұрыштың ұзындығы мен енін табыңыз.

Жауабы: 30 *см*; 20 *см*.

5. Екі санның арифметикалық ортасы 17-ге тең, ал геометриялық ортасы 15-ке тең. Осы сандарды табыңыз.

Жауабы: 9; 25.

6. Бір-бірінен 30 *км* қашықтықтағы өзендегі моторлы қайық пен желкенді кеме, бір-біріне қарама қарсы шығып бір сағаттан соң кездесті. Егер моторлы қайық, желкенді кемеден 20 *км* қашықтықта болып және оны қуып жететін болса, онда оған 3 сағат 20 минут қажет болатын еді. Қайық пен желкенді кеменің жылдамдықтарын анықтаңыз.

Жауабы: 18 *км/сағ*; 12 *км/сағ*.

7. Егер жай бөлшектің алымына және бөліміне 1-ді қоссақ, онда бөлшек $\frac{1}{2}$-ге тең болады, ал егер алымының квадратын және алғашқы бөлшектің бөлімін қоссақ, онда 146 шығады. Алғашқы бөлшекті табыңыз.

Жауабы: $\frac{5}{11}$.

8. Көбейтіндісі 720 тең болатын, екі натурал сан ойластырылды. Егер бірінші санды екінші санға бөлсек, онда бөліндісі 3 және қалдығы 3 болады. Қандай сандар ойластырылды?

Жауабы: 48; 15.

9. Екі санның орта пропорционалы осы сандардың кішісінен 12-ге артық, ал осы сандардың арифметикалық ортасы олардың үлкенінен 24-ке кем. Осы сандарды табыңыз.

Жауабы: 6; 54.

10. Фермадағы сиырларды бірнеше күн жемнің екі түрімен азықтандырды. Бірінші түрлі жемнің 1 *ц*-де 15 *кг* ақуыз және 80 *кг* көмірсутек бар, ал екінші түрлі жемнің 1 *ц*-де 5 *кг* ақуыз бен 30 *кг* көмірсутек бар. Егер барлық жемде 10,5 *ц* ақуыз бен 58 *ц* көмірсутек бар болса, жемнің әр түрі қанша центнерді құрайды?

Жауабы: 50 *ц*; 60 *ц*.

www.nismath.org

11. Олардың бірлік саны жүздік саннан 1-ге кем, бірлік саны ондық саннан 2-ге кем, цифрлардың қосындысы барлық саннан 333-ке кем болатын үш таңбалы санды табыңыз.

Жауабы: 342.

12. Егер олардың цифрларының қосындысы санның өзінен 837-ге кем және ізделіп отырған сан сол цифрлармен кері қарай жазылған саннан 396-ға артық екендігі белгілі болса, бірінші цифры соңғысынан екі есе артық үш таңбалы санды табыңыз.

Жауабы: 854.

13. 30 жейде мен 25 көйлекке 14 750 теңге төлеу керек. Дегенмен жейдеге 20% жеңілдік және көйлекке 10% жеңілдік болғаннан, жейде мен көйлектің құнының айырмашылығы 3 075 теңгені құрады. Бір көйлек пен бір жейденің бағасын анықтаңыз.

Жауабы: 350 теңге; 200 теңге.

14. Бір бөшкеде су мен спирттың қоспасы 2:3 қатынасындай, ал басқасында 3:7 қатынасындай болады. Спирт пен су 3:5 қатынасында болатындай, 12 шелек қоспаны алу үшін, әрбір бөшкеден қанша шелек алу керек?

Жауабы: 9; 3.

15. Катер 7 сағатта өзен ағысымен 60 *км* және ағысқа қарсы 64 *км* жүрді. Келесі жолы катер 7 сағатта өзен ағысымен 80 *км* және өзен ағысына қарсы 48 *км* жүрді. Катердің меншікті жылдамдығы мен өзен ағысының жылдамдығын анықтаңыз.

Жауабы: 18 *км/сағ*; 2 *км/сағ*.

16. Көп жылғы егістікте 20 *га* участок қара бидайға, ал бидайға- 30 *га* бөлінді. Өткен жылы екі участоктан 2300 *ц* астық жиналды. Осы жылы қара бидай өнімі 20%, ал бидайдікі 30% өсті, сондықтан былтырғы жылға қарағанда, 610 *ц* артық дәнді дақыл жиналды. Осы жылы әрбір дәнді дақылдың өнімі қандай болды?

Жауабы: 48 *ц*; 65 *ц*.

17. 3 *сағ* жүріп өткен жүк көлігіне қарағанда, жеңіл автокөлік 2 *сағ* ішінде 10 *км* артық жүрді. Егер жеңіл автокөліктің жылдамдығын 25%, ал жүк көлігінің жылдамдығын 20% азайтсақ, онда 3 *сағ* жүріп өтетін жеңіл автокөлікке қарағанда, жүк автокөлігі 5 сағатта 20 *км* артық жүреді. Әрбір автокөліктің жылдамдығын табыңыз.

Жауабы: 80 *км/сағ*; 50 *км/сағ*.

www.nismath.org

18. Моторлы қайық өзен ағысымен төмен қарай 18 *км* жүрді де, кері қайтып келіп, барлық жолға 1 *сағ* 45 *мин* жұмсады. Егер қайық ағысқа қарсы жүргенге қарағанда, өзен ағысымен 6 *км*-ді, 5 *мин* жылдам жүріп өтетіндігі белгілі болса, қайықтың меншікті жылдамдығын табыңыз.

Жауабы: 21 *км/сағ* .

19. Алтын мен күмістің екі балқымасы бар. Біріншісіндегі осы металлдардың саны 2:3 қатынасындай, екіншісінде - 3:7 қатынасындай. Ондағы алтын мен күмістің мөлшері 5:11 қатынасындай болатын, 8 *кг* жаңа балқыманы алу үшін, әрбір балқымадан қанша алу қажет?

Жауабы: 1 *кг*; 7 *кг*.

20. Материалдың бір бөлігі 45 000 теңге тұрады. Егер қиынды 15 *м* артық болса, ал әр метрі 100 теңгеге арзан болса, онда материалдың бағасы бұрынғыдай болатын еді. 1 м материал алғашқыда қанша тұрған?

Жауабы: 600 теңге.

www.nismath.org

VII ТАРАУ. АНАЛИЗ БАСТАМАЛАРЫ

§ 1. ФУНКЦИЯ ЖӘНЕ ОНЫҢ ҚАСИЕТТЕРІ

1-тобы. Функцияның анықталу облысын табыңыз:

7.1.1

А

1) $y=7^{\frac{\sqrt{x}}{x-3}}$.

2) $y=\sqrt{\sin x}$

3) $y=\sqrt{\operatorname{tg} x}$

4) $y=\lg \operatorname{ctg} x$

5) $y=\arcsin(x-3)$

6) $y=\arccos(2x+1)$

7) $y=\sqrt{|x|-2}$

8) $y=\lg|1-x|$

9) $y=\frac{1}{\sqrt{2+x-x^2}}+\lg(2x-1)$

10) $y=\frac{1}{\sin(3x-2)}$

11) $y=\arccos(x-3)+\operatorname{arcctg}\sqrt{x-2}$

12) $y=\sqrt{5-x-\frac{6}{x}}$

13) $y=\frac{1}{\sqrt{14+5x-x^2}}+\sqrt{x^2-x-20}$

14) $y=\sqrt{\frac{x^2-7x+12}{2x-x^2+3}}$

15) $y=2^{\sqrt{2-x}}-\sqrt{2-\sin x}$

16) $y=\sqrt{x}+\sqrt[3]{\frac{1}{x-2}}-\lg(2x-3)$

17) $y=2^{\sqrt{4-x^2}}+\frac{1}{x-1}$

18) $y=\frac{\sqrt{x^2-2x}}{\log_5(x-1)}$

19) $y=\lg\frac{x-5}{x^2-10x+24}-\sqrt[3]{x-5}$

20) $y=\log_{\pi}(9-4x^2)+\frac{5}{\sqrt[4]{x+1}}$

21) $y=\log_3 \log_{\frac{1}{2}} x$

22) $y=\frac{1}{3-\log_3(x-3)}$

www.nismath.org

23) $y=\dfrac{\lg\left(3-2x-x^2\right)}{\sqrt{x}}$

24) $y=\arcsin\dfrac{x-3}{2}-\lg(4-x)$

25) $y=\sqrt{3-x}+\arccos\dfrac{3-2x}{5}$

26) $y=\sqrt{\dfrac{x^2+2x+1}{x-1}}$

27) $y=\log_{x-3}2$

B

28) $y=\dfrac{\sqrt{2x}}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-2}}$

29) $y=\sqrt{\sin x+\cos x}$

30) $y=\lg\cos\dfrac{x}{2}$

31) $y=\sqrt{\lg\sin x}$

32) $y=\dfrac{1}{\arcsin 2x}$

33) $y=\sqrt{(\sin x+\cos x)^2-1}$

34) $y=\sqrt[4]{\dfrac{1}{2}\log_4 16-\log_8\left(x^2-4x+3\right)}$

35) $y=\sqrt{\log_{0,1}\dfrac{3x-1}{2x+1}}$

36) $y=\sqrt[6]{\dfrac{x}{x^2-5x+6}}+\sqrt[5]{\dfrac{2x}{x^2-4x+3}}$

37) $y=\arccos\dfrac{2x}{1+x^2}$

38) $y=\sqrt{\cos x}+\sqrt{\dfrac{x-1}{3-x}}$

39) $y=\dfrac{\sqrt{12+x-x^2}}{x(x-2)}$

40) $y=\log_5\log_{0,5}\dfrac{3-x}{x+2}$

41) $y=\arcsin 3^x+\dfrac{1}{x^3+x+2}$

42) $y=\sqrt{\dfrac{3^x-4^x}{2x^2-x-6}}$

43) $y=\log_{|x|-4}3-\sqrt{3-x}$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $[0;3)\cup(3;\infty)$ 2) $[2\pi k;\ \pi+2\pi k]$ 3) $\left[\pi k;\ \frac{\pi}{2}+\pi k\right)$

4) $\left(\pi k;\ \frac{\pi}{2}+\pi k\right)$ 5) $[2;4]$ 6) $[-1;0]$

7) $(-\infty;-2]\cup[2;\infty)$ 8) $(-\infty;1)\cup(1;\infty)$ 9) $\left(\frac{1}{2};2\right)$

10) $x\neq\frac{2}{3}+\frac{\pi k}{3}$ 11) $[2;4]$ 12) $(-\infty;0)\cup[2;3]$

13) $[5;7)$ 14) $(-1;3)\cup(3;4]$ 15) $(-\infty;2]$

16) $\left(\frac{3}{2};2\right)\cup(2;\infty)$ 17) $[-2;1)\cup(1;2]$ 18) $(2;\infty)$

19) $(4;5)\cup(6;\infty)$ 20) $\left(-1;\frac{3}{2}\right)$ 21) $(0;1)$

22) $(3;30)\cup(30;\infty)$ 23) $(0;1)$ 24) $[1;4)$

25) $[-1;3]$ 26) $\{-1\}\cup(1;\infty)$ 27) $(3;4)\cup(4;\infty)$

28) $[2;\infty)$ 29) $\left[-\frac{\pi}{4}+2\pi k;\frac{3\pi}{4}+2\pi k\right]$ 30) $(-\pi+4\pi k;\ \pi+4\pi k)$

31) $x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$ 32) $\left[-\frac{1}{2};0\right)\cup\left(0;\frac{1}{2}\right]$ 33) $\left[\pi k;\ \frac{\pi}{2}+\pi k\right]$

34) $[-1;1)\cup(3;5]$ 35) $\left(\frac{1}{3};2\right]$ 36) $[0;1)\cup(1;2)\cup(3;\infty)$

37) $(-\infty;\infty)$ 38) $\left[1;\frac{\pi}{2}\right]$ 39) $[-3;0)\cup(0;2)\cup(2;4]$

40) $\left(\frac{1}{2};3\right)$ 41) $(-\infty;-1)\cup(-1;0]$ 42) $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right)\cup[0;2)$

43) $(-\infty;-5)\cup(-5;-4)$

***Жауаптарында $k\in\mathbb{Z}$ параметрлері**

www.nismath.org

2 - тобы. Функцияның мәндер жиынын табыңыз:

A

1) $y=3^{-x}$

2) $y=-2\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+3$

3) $y=16-6\sin 2x$

4) $y=-x^4+2x^2+5$

5) $y=\frac{3}{4}\cos^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)-1$

6) $y=10^{1-\cos x}$

7) $y=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)-\cos(\pi+x)$

8) $y=4x^2+8x+10$

9) $y=2\sin^2 x-\cos 2x$

10) $y=\frac{1+8\cos^2 x}{4}$

11) $y=1-2|\cos x|$

12) $y=(\sin x-\cos x)^2$

13) $y=0{,}3^{x+1}-10$

14) $y=|x-4|-2$

B

15) $y=\frac{3x}{x^2+1}$

16) $y=\frac{x+2}{2x-3}$

17) $y=2\cos^2\frac{x}{2}+\operatorname{tg} x\cdot\operatorname{ctg} x$

18) $y=\frac{x-3}{2x+2}$

19) $y=\frac{x^2+1{,}25}{x+1}$

20) $y=\frac{x^2+3}{x+1}$

21) $y=\frac{|x-2|}{x-2}+2$

22) $y=\lg\left(-x^2-2x+9\right)$

23) $y=1-\frac{5}{\sqrt{x-1}+1}$

24) $y=2-\frac{3}{2x^2-8x+9}$

25) $y=-\sqrt{-3x^2+12x-3}$

26) $y=4\operatorname{tg} x\cdot\cos x$

www.nismath.org

27) $y=\cos^4\frac{x}{5}-\sin^4\frac{x}{5}$

28) $y=\frac{1}{\sin^6 x+\cos^6 x}$

29) $y=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}$

30) $y=3\sin x-4\cos x$

31) $y=\frac{x^2+2}{x^2+3}$

32) $y=\frac{x^2+5x-6}{x-1}$

33) $y=\frac{x^2+x-6}{x^2-x-2}$

34) $y=\frac{x}{1+x^2}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $(0;\infty)$ **2)** $[1;5]$ **3)** $[10;22]$

4) $(-\infty;6]$ **5)** $\left[-1;-\frac{1}{4}\right]$ **6)** $[1;100]$

7) $[-2;2]$ **8)** $[6;\infty)$ **9)** $[-1;3]$

10) $\left[\frac{1}{4};\frac{9}{4}\right]$ **11)** $[-1;1]$ **12)** $[0;2]$

13) $(-10;\infty)$ **14)** $[-2;\infty)$ **15)** $\left[-\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right]$

16) $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};\infty\right)$ **17)** $(1;2)\cup(2;3)$ **18)** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};\infty\right)$

19) $(-\infty;-5]\cup[1;\infty)$ **20)** $(-\infty;-6]\cup[2;\infty)$ **21)** $\{1;3\}$

22) $(-\infty;1]$ **23)** $[-4;1)$ **24)** $[-1;2)$

25) $[-3;0]$ **26)** $(-4;4)$ **27)** $[-1;1]$

28) $[1;4]$ **29)** $[2;\infty)$ **30)** $[-5;5]$

www.nismath.org

31) $\left[\frac{2}{3};1\right)$ 32) $(-\infty;7)\cup(7;\infty)$ 33) $(-\infty;1)\cup\left(1;\frac{5}{3}\right)\cup\left(\frac{5}{3};\infty\right)$

34) $\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$

3-тобы. Функцияны тақ және жұптыққа зерттеңіз:

7.1.3

A

1) $y=2x^2-x^4$

2) $y=2^{-x^2}$

3) $y=\frac{3^x+3^{-x}}{2}$

4) $y=\frac{3^x-3^{-x}}{2}$

5) $y=3^{|x|}$

6) $y=\frac{|x|}{x}$

7) $y=x^2-\cos x$

8) $y=2\operatorname{tg}x+\sin 2x$

9) $y=x^2\cdot\sin x$

10) $y=\frac{2^x}{x+2}$

11) $y=\frac{1+\cos x}{1-\cos x}$

12) $y=\frac{2\sin x}{1+\cos x}$

13) $y=\sqrt{\sin x}$

14) $y=\sqrt{\cos x}$

15) $y=\lg\cos x$

16) $y=\sqrt[3]{1-x}+\sqrt[3]{1+x}$

17) $y=\frac{x^3}{x^2-4}$

18) $y=\frac{x}{3}-\operatorname{ctg}3x$

19) $y=\frac{x}{1-x^3}$

20) $y=\frac{\cos 2x-x^2}{\cos x}$

21) $y=\frac{x^3+\sin 2x}{\cos x}$

22) $y=x\cdot|\sin x|\cdot\sin^3 x$

23) $y=\cos x\cdot\sqrt{x^4-2x^2}$

24) $y=x\cdot 2^{-x^2}$

www.nismath.org

B

25) $y=\lg\dfrac{1-x}{1+x}$

26) $y=\dfrac{x^3+\sin 3x}{\sin 3x-x}$

27) $y=(x+3)\cdot|x-1|+(x-3)\cdot|x+1|$

28) $y=\dfrac{|x-4|}{x+2}-\dfrac{|x+4|}{x-2}$

29) $y=\dfrac{x^3-2x^2}{x+1}-\dfrac{x^3+2x^2}{x-1}$

30) $y=\dfrac{(x-1)^5}{(3x+4)^3}+\dfrac{(x+1)^5}{(3x-4)^3}$

31) $y=\sqrt[3]{(x+1)^2}+\sqrt[3]{(x-1)^2}$

32) $y=\lg\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$

33) $y=\left(2-x^3\right)\cdot\left(2+x^3\right)\cdot\cos 2x$

34) p коэффициентінің қандай мәндерінде $y=(x+1)^2+p\cdot(x-1)^2$ функциясы тақ болып табылады?

35) $f(x)=x^8+ax^4+1$ және $f(2)=305$ екендігі белгілі. $f(-2)$ және a коэффициентінің мәнін табыңыз.

36) $f(x)=\dfrac{15\,552}{x^5+bx^3}$ және $f(3)=16$ екендігін біле отырып, $f(-3)$ және b коэффициентінің мәнін табыңыз.

37) Егер $y=f(x)$ функциясы - жұп, $y=g(x)$ функциясы – тақ екендігі белгілі болса, $f(x_0)=5$, $g(x_0)=1$, x_0 нүктесіндегі $\varphi=\dfrac{3f(x)-2f(-x)}{2g(x)-3g(-x)}$ функциясының мәнін табыңыз.

38) Егер $y=f(x)$ функциясы - жұп, $y=g(x)$ функциясы – тақ екендігі белгілі болса, $f(x_0)=3$, $g(x_0)=-1$, x_0 нүктесіндегі $\varphi=\dfrac{f(x)}{g(-x)}-\dfrac{3g(x)}{f(-x)}$ функциясының мәнін табыңыз.

39) Егер $y=f(x)$ функциясы - жұп, $y=g(x)$ функциясы – тақ екендігі белгілі болса, $f(x_0)=-3$, $g(x_0)=-2$, x_0 нүктесіндегі $\varphi=f(x)\cdot g(-x)-f(-x)$ функциясының мәнін табыңыз.

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) Жұп **2)** Жұп **3)** Жұп

4) Тақ **5)** Жұп **6)** Тақ

7) Жұп **8)** Тақ **9)** Тақ

10) Жалпы түрдегі функция **11)** Жұп **12)** Тақ

13) Жалпы түрдегі функция **14)** Жұп **15)** Жұп

16) Жұп **17)** Тақ **18)** Тақ

19) Жалпы түрдегі функция **20)** Жұп **21)** Тақ

22) Жұп **23)** Жұп **24)** Тақ

25) Тақ **26)** Жұп **27)** Тақ

28) Жұп **29)** Тақ **30)** Жұп

31) Жұп **32)** Тақ **33)** Жұп

34) -1

35) $f(-2)=305;\ \ a=3$

36) $f(-3)=-16;\ \ b=27$

37) 1 **38)** 4 **39)** -3

4-тобы. Функцияның ең аз оң периодын табыңыз:

7.1.4

A

1) $y=\cos 3x$ **2)** $y=\cos\left(\frac{x}{4}\right)$ **3)** $y=\operatorname{tg}(2x)$

4) $y=\operatorname{ctg}\frac{x}{5}$ **5)** $y=\sin\left(5x+\frac{\pi}{3}\right)$ **6)** $y=\operatorname{ctg}\left(\frac{5}{8}x+\frac{\pi}{4}\right)$

7) $y=\operatorname{ctg}\left(\frac{x-\pi}{4}\right)$ **8)** $y=\cos\left(1-\frac{2}{3}x\right)$

www.nismath.org

B

9) $y=\sin 2x+\cos 3x$

10) $y=\sin\left(\frac{3x}{2}\right)+\sin\left(\frac{2x}{3}\right)$

11) $y=\sin 5x-\cos 4x+1$

12) $y=2\sin\left(\frac{x}{4}\right)-3\sin\left(\frac{x}{3}\right)$

13) $y=\operatorname{tg}\left(\frac{2x}{3}\right)-4\operatorname{ctg}\left(\frac{3x}{2}\right)-2$

14) $y=\sin\left(\frac{3x}{4}\right)-3\cos\left(\frac{5x}{8}\right)+\cos 5x$

15) $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\cdot\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$

16) $y=\sin 3x\cdot\cos 3x$

17) $y=\sin^2 2x$

18) $y=\operatorname{tg}\frac{3x}{4}\cdot\cos^2\frac{3x}{4}$

19) $y=\operatorname{tg}2x+\operatorname{ctg}3x+\cos 5x$

20) $y=\cos x\cdot\cos 6x$

21) $y=\sin x\cdot\sin 4x-\cos x\cdot\cos 4x$

22) $y=\sin 3x\cdot\cos x+\cos 3x\cdot\sin x$

23) $y=3\sin 4x+6\sin x+\sin(x-\pi)+5\sin(x+\pi)$

24) $y=\cos\frac{x}{3}+\operatorname{tg}\frac{x}{5}$

25) $y=\sin\frac{3x}{4}+5\cos\frac{2x}{3}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\frac{2\pi}{3}$	**2)** 8π	**3)** $\frac{\pi}{2}$	**4)** 5π	**5)** $\frac{2\pi}{5}$
6) $\frac{8\pi}{5}$	**7)** 4π	**8)** 3π	**9)** 2π	**10)** 12π
11) 2π	**12)** 24π	**13)** 6π	**14)** 16π	**15)** $\frac{\pi}{2}$
16) $\frac{\pi}{3}$	**17)** $\frac{\pi}{2}$	**18)** $\frac{4\pi}{3}$	**19)** 2π	**20)** 2π
21) $\frac{2\pi}{5}$	**22)** $\frac{\pi}{2}$	**23)** $\frac{\pi}{2}$	**24)** 30π	**25)** 24π

www.nismath.org

5 - тобы. «Күрделі функциялар» тақырыбына байланысты есептерді шешіңіз:

7.1.5

A

1) $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$ берілген. $f(x+1)$ табыңыз.

2) $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$ берілген. $f(x^2)$ табыңыз.

3) $f(x)=x^3-x$, $\varphi(x)=\sin 2x$ берілген. $f\left(\varphi\left(\dfrac{\pi}{12}\right)\right)$ табыңыз.

B

4) Егер $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{1}{x+1}$, $x>0$ болса, $f(x)$ табыңыз.

5) Егер $f\left(\dfrac{x}{x+1}\right)=x^2$ болса, $f(x)$ табыңыз.

6) Егер $f(x+1)=x^2-3x+2$ болса, $f(x)$ табыңыз.

7) $g(x)=2x+1$ функция. $f(g(x))=4x^2-4x-3$ күрделі функция. $f(x)$ табыңыз.

8) $g(x)=1-2x$ берілген. $g(g(x))$ табыңыз.

9) $f(x)=\dfrac{5x+1}{x-4}$ берілген. $f(x+2)-f(x+6)$ табыңыз.

10) $g(x)=3-2x$ және $f(g(x))=6x+4$ берілген. $f(x)$ табыңыз.

11) $g(x)=2x+1$ және $f(g(x))=4x^2+6x$ берілген. $f(x)$ табыңыз.

12) Берілгені: $f(x)=x^2+1$ $(x\geq 0)$, $f(g(x))=x$. $g(x)$ табыңыз.

13) Берілгені: $f(x)=x^2-2$ $(x\geq 0)$, $g(f(x))=x$. $g(x)$ табыңыз.

14) $f(2x-3)=4x-5$ берілген. $f(f(1))$ табыңыз.

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $-\frac{x}{x+2}$ 2) $\frac{x^2-1}{x^2+1}$ 3) $-\frac{3}{8}$

4) $f(x)=\frac{x}{x+1}$ 5) $f(x)=\left(\frac{x}{1-x}\right)^2$ 6) $f(x)=x^2-5x+6$

7) $f(x)=x^2-4x$ 8) $4x-1$ 9) $\frac{84}{x^2-4}$

10) $f(x)=13-3x$ 11) $f(x)=x^2+x-2$ 12) $g(x)=\sqrt{x-1}$

13) $g(x)=\sqrt{x+2}$ 14) 7

6-тобы. Келесі функцияларға кері функцияларды табыңыз:

7.1.6

A

1) $y=3x$ 2) $y=2x-5$ 3) $y=-x+1$

4) $y=x^3$ 5) $y=\frac{3}{5x}$

B

6) $y=\frac{x+3}{2x-1}$ 7) $y=\frac{3}{x-4}$

8) $y=2\sin 3x$ 9) $y=\frac{1}{2}\cos x$

10) $y=\operatorname{tg}\frac{x}{2}$ 11) $y=\frac{1}{x-1}$

12) $y=3^{x-2}+1$ 13) $y=3^{-x}-2$

14) $y=2^{3-x}+5$ 15) $y=\log_5(x+1)-3$

www.nismath.org

16) $y=(x-1)^{\frac{2}{3}}$

17) $y=\sqrt[3]{2x-5}$

18) $y=(x-3)^2+1$

19) $y=3-\log_5(x-6)$

20) $y=x^2-4x+7;\ x\in(-\infty;2]$

21) $y=x^2+4;\ \ x\le 0$

22) $y=2x+2;\ \ x\in[1;3]$

23) $y=\begin{cases}2x+1, & x\in(-\infty;2]\\ x^2+1, & x\in(2;\infty)\end{cases}$

24) $y=1+\lg(x+2)$

25) $y=\log_x 2$

26) $y=\dfrac{x-1}{x+1}$

27) $y=\dfrac{x^2+3x}{x^2-5x}$

28) 1-ге тең, аргументтің мәнінде $f(x)=-2+0,5x$ функциясына кері функцияның мәнін табыңыз.

29) 4-ке тең, аргументтің мәнінде $f(x)=2^x-4$ функциясына кері функцияның мәнін табыңыз.

ЖАУАПТАРЫ

1) $y=\dfrac{1}{3}x$

2) $y=\dfrac{1}{2}x+2,5$

3) $y=-x+1$

4) $y=\sqrt[3]{x}$

5) $y=\dfrac{3}{5x}$

6) $y=\dfrac{x+3}{2x-1}$

7) $y=\dfrac{4x+3}{x}$

8) $y=\dfrac{1}{3}\arcsin\dfrac{x}{2}$

9) $y=\arccos 2x$

10) $y=2\operatorname{arctg} x$

11) $y=1+\dfrac{1}{x}$

12) $y=\log_3 9(x-1)$

13) $y=-\log_3(x+2)$

14) $y=\log_2\left(\dfrac{8}{x-5}\right)$

15) $y=5^{x+3}-1$

www.nismath.org

16) $y=x^{\frac{3}{2}}+1$ **17)** $y=0,5x^3+2,5$ **18)** кері функциясы жоқ

19) $y=5^{3-x}+6$ **20)** $y=2-\sqrt{x-3}$ **21)** $y=-\sqrt{x-4}$

22) $y=\frac{1}{2}x-1;\ \ x\in[4;8]$

23) $y=\begin{cases}\frac{x-1}{2}, & x\in(-\infty;5]\\ \sqrt{x-1}, & x\in(5;\infty)\end{cases}$

24) $y=-2+10^{x-1}$ **25)** $y=2^{\frac{1}{x}}$ **26)** $y=\frac{1+x}{1-x}$

27) $y=\frac{5x+3}{x-1},\ x\neq-\frac{3}{5}$ **28)** 6 **29)** 3

www.nismath.org

§ 2. ФУНКЦИЯЛАРДЫ ДИФФЕРЕНЦИЯЛДАУ

Элементар функциялардың туындыларының кестесі мен дифференциялдау ережесін қолдана отырып, функцияның туындысын табыңыз.

1-тобы. Рационал функциясының туындысын табыңыз:

7.2.1

А

1) $f(x)=3x^3-2x^2+x-1$

2) $f(x)=15(x+4)(x^2-2)$

3) $f(x)=\frac{1}{2}x^2-x\sqrt{3}+2^{\sqrt{2}}$

4) $f(x)=x(2x+\sqrt{3})(2x-\sqrt{3})+3$

5) $f(x)=(x-1)(x^2+x+1)$

6) $f(x)=(x^2-1)(x^2+1)$

7) $f(x)=\frac{x-4}{1-3x}$

8) $f(x)=\frac{-2x+1}{4x+2}$

В

9) $f(x)=(x+1)(x+2)-(x-1)(x-3)$

10) $f(x)=(x^2+1)^2-2(x^2+1)+1$

11) $f(x)=x^4-\frac{1}{x}$

12) $f(x)=\frac{2x}{5}+\frac{5}{2x}$

13) $f(x)=\frac{3}{x}+\frac{x}{3}$; $f'(2)-?$

14) $f(x)=\frac{4}{x^2}+0,02x$; $f'(-2)-?$

15) $f(x)=\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x^3}$

16) $f(x)=\frac{x^2+1}{x+1}$; $f'(1)-?$

17) $f(x)=\frac{1+x+x^2}{1-x}$; $f'(0)-?$

18) $f(x)=\frac{x^2+x-3}{2x}$

19) $f(x)=\frac{2x^3-x-3}{x}$

20) $f(x)=\frac{3-4x}{x^2}$

21) $f(x)=\frac{1}{x^3-5}$

22) $f(x)=\frac{1}{|x|}$; $f'(-2)-?$

www.nismath.org

23) $f(x)=\dfrac{(x+4)^2}{x+3}$

24) $f(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x^2}+\dfrac{3}{x^3}$

25) $f(x)=\dfrac{x^2-2}{x^2+2}$; $f'(2)-?$

Күрделі функцияның туындысын табыңыз:

26) $f(x)=(-2x+3)^8$

27) $f(x)=(x^2+1)^2$; $f'\left(\dfrac{1}{2}\right)-?$

28) $f(x)=(x^2-3x)^3$

29) $f(x)=(9x+5)^4$

30) $f(x)=(x^3-1)^6$

31) $f(x)=(x^4-x^3)^{42}$

32) $f(x)=\left(\dfrac{x}{3}+2\right)^{12}$

33) $f(x)=\left(\dfrac{1}{x}+1\right)^3$

34) $f(x)=\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)^2$

35) $f(x)=\dfrac{1}{(x^2-1)^4}$

36) $f(x)=\dfrac{2}{(x^2-x+1)^2}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $9x^2-4x+1$

2) $15(3x^2+8x-2)$

3) $x-\sqrt{3}$

4) $12x^2-3$

5) $3x^2$

6) $4x^3$

7) $\dfrac{-11}{(1-3x)^2}$

8) $\dfrac{-2}{(2x+1)^2}$

9) 7

10) $4x^3$

11) $4x^3+\dfrac{1}{x^2}$

12) $\dfrac{2}{5}-\dfrac{5}{2x^2}$

www.nismath.org

13) $-\frac{5}{12}$

14) 1,02

15) $-\frac{3}{x^2}+\frac{4}{x^3}-\frac{3}{x^4}$

16) 0,5

17) 2

18) $\frac{x^2+3}{2x^2}$

19) $4x+\frac{3}{x^2}$

20) $\frac{4x-6}{x^3}$

21) $\frac{-3x^2}{\left(x^3-5\right)^2}$

22) $\frac{1}{4}$

23) $\frac{x^2+6x+8}{(x+3)^2}$

24) $-\frac{1}{x^2}-\frac{4}{x^3}-\frac{9}{x^4}$

25) $\frac{4}{9}$

26) $-16(-2x+3)^7$

27) 2,5

28) $3(2x-3)\left(x^2-3x\right)^2$

29) $36(9x+5)^3$

30) $18x^2\left(x^3-1\right)^5$

31) $42\left(4x^3-3x^2\right)\left(x^4-x^3\right)^{41}$

32) $4\left(\frac{x}{3}+2\right)^{11}$

33) $-\frac{3}{x^2}\left(1+\frac{1}{x}\right)^2$

34) $-\frac{4(x+1)}{(x-1)^3}$

35) $\frac{-8x}{\left(x^2-1\right)^5}$

36) $\frac{4(1-2x)}{\left(x^2-x+1\right)^3}$

2 - тобы. Иррационал функциянын туындысын табыңыз:

7.2.2

A

1) $f(x)=x^2+2\sqrt{x}$

2) $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x}$

3) $f(x)=\sqrt{x}+4x\sqrt{x}+2$

4) $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{2}+\frac{2}{\sqrt{x}}$

5) $f(x)=\frac{x^4}{\sqrt{x}}$

6) $f(x)=\frac{1-x}{1-\sqrt{x}}$

www.nismath.org

7) $f(x)=\sqrt{x}\left(x^3-\sqrt{x}+1\right)$

8) $f(x)=4\cdot\sqrt[4]{x}-6\cdot\sqrt[3]{x^2}$

9) $f(x)=\frac{2}{x^5}+x\cdot\sqrt[4]{x}$

B

10) $f(x)=\frac{5\sqrt{x}+x+1}{\sqrt{x}}$

11) $f(x)=\frac{2\sqrt{x}}{1-x^2}$

12) $f(x)=\frac{x^2+2x}{\sqrt{x}}$

13) $f(x)=x^{-2}\cdot\sqrt{x}\cdot\sqrt[3]{x}$

14) $f(x)=\frac{1}{2}\sqrt[4]{2x\sqrt{x}}$

15) $f(x)=\frac{1}{4}\sqrt[4]{8x^3\cdot\sqrt{x}}$

16) $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

Күрделі функцияның туындысын табыңыз:

17) $f(x)=\sqrt{x^2-3}$

18) $f(x)=\sqrt{4-x^2}$

19) $f(x)=\sqrt{x^2-4x+6}$

20) $f(x)=x\sqrt{1+x^2}$

21) $f(x)=\sqrt[3]{\left(x^3+1\right)^2}$

22) $f(x)=\left(x+\sqrt{x}\right)^3$

23) $f(x)=\sqrt[3]{\left(x^3-2\right)^2}$; $f'(2)-?$

24) $f(x)=\left(1+\sqrt{x^2+1}\right)^2$

25) $f(x)=\left(\sqrt{2x+5}+1\right)^3$

26) $f(x)=\left(x^2+6\right)\sqrt{x^2-3}$

27) $f(x)=\sqrt[3]{\frac{1}{1+x^2}}$

28) $f(x)=\frac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}}$

29) $f(x)=3\cdot\sqrt[3]{9x^2-9}+\frac{1}{15}(2x-4)^3$; $f'(2)-?$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $2x+\frac{1}{\sqrt{x}}$

2) $\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{1}{3\cdot\sqrt[3]{x^2}}+\frac{1}{4\cdot\sqrt[4]{x^3}}$

3) $\sqrt{x}\left(\frac{1}{2x}+6\right)$

4) $\frac{\sqrt{x}\,(x-4)}{4x^2}$

5) $\frac{7x^2\cdot\sqrt{x}}{2}$

6) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$

7) $\frac{7}{2}x^2\sqrt{x}+\frac{1}{2\sqrt{x}}-1$

8) $\frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}-\frac{4}{\sqrt[3]{x}}$

9) $-\frac{10}{x^6}+\frac{5}{4}\sqrt[4]{x}$

10) $\frac{x-1}{2x\sqrt{x}}$

11) $\frac{1+3x^2}{\sqrt{x}\left(1-x^2\right)^2}$

12) $\frac{3}{2}\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}$

13) $-\frac{7}{6}x^{-\frac{13}{6}}$

14) $\frac{3\cdot\sqrt[4]{2}}{16\cdot\sqrt[8]{x^5}}$

15) $\frac{7\cdot\sqrt[4]{8}}{32\cdot\sqrt[8]{x}}$

16) $-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{2x\sqrt{x}}-\frac{1}{3x\cdot\sqrt[3]{x}}$

17) $\frac{x}{\sqrt{x^2-3}}$

18) $\frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}$

19) $\frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+6}}$

20) $\frac{1+2x^2}{\sqrt{1+x^2}}$

21) $\frac{2x^2}{\sqrt[3]{x^3+1}}$

22) $3\left(x+\sqrt{x}\right)^2\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$

23) $\frac{8}{\sqrt[3]{6}}$

24) $\frac{2x\left(1+\sqrt{x^2+1}\right)}{\sqrt{x^2+1}}$

25) $\frac{3\left(\sqrt{2x+5}+1\right)^2}{\sqrt{2x+5}}$

26) $\frac{3x^3}{\sqrt{x^2-3}}$

27) $\frac{-2x}{3\cdot\sqrt[3]{\left(1+x^2\right)^4}}$

28) $\frac{x+2}{\sqrt{\left(x^2+1\right)^3}}$

29) 4

www.nismath.org

3-тобы. Тригонометриялык функциянын туундысын табыныз:

7.2.3

A

1) $f(x)=5\sin x+3\cos x;\ \ f'\left(\frac{\pi}{4}\right)-?$

2) $f(x)=\sin^2 x+\cos^2 x$

3) $f(x)=\cos x\,(1+\sin x)$

4) $f(x)=\operatorname{ctg} x+\frac{12x^3}{\pi^2};\ \ f'\left(\frac{\pi}{6}\right)-?$

5) $f(x)=\cos x-\frac{2x^2}{\pi}+1;\ \ f'\left(\frac{\pi}{2}\right)-?$

6) $f(x)=\left(x^3-2x+1\right)\cos x;\ \ f'(0)-?$

7) $f(x)=2\cos x-\frac{\left(\sqrt{\pi}\right)^3}{\sqrt{x}}+\frac{\pi}{2};\ \ f'(\pi)-?$

8) $f(x)=\operatorname{tg} x-\operatorname{ctg} x$

B

9) $f(x)=x\cdot\operatorname{ctg} x$

10) $f(x)=\frac{\cos 2x}{\cos x-\sin x}$

11) $f(x)=\frac{x}{\sin x}$

12) $f(x)=\frac{\operatorname{ctg} x}{3x}$

13) $f(x)=\frac{\sin x}{x}$

14) $f(x)=\frac{x}{1-\cos x}$

15) $f(x)=\frac{\operatorname{tg} x}{x}$

16) $f(x)=\frac{\sin x}{1+\cos x}$

www.nismath.org

17) $f(x)=\dfrac{1-\cos x}{(1+\cos x)^2}$ **18)** $f(x)=\dfrac{\operatorname{tg} x+1}{\operatorname{tg} x}$

19) $f(x)=\dfrac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x}$ **20)** $f(x)=\dfrac{\sin x}{x}+\dfrac{x}{\sin x}$

21) $f(x)=(2-x^2)\cos x+2x\sin x$

Күрделі функцияның туындысын табыңыз:

22) $f(x)=\sin^2 x\cdot\cos^2 x$

23) $f(x)=3x^2-\sin^2 2x$

24) $f(x)=\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)$

25) $f(x)=2\sin^3 x;\ \ f'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)-?$

26) $f(x)=\cos 3\pi x-\sin 2\pi x;\ \ f'\left(\dfrac{1}{2}\right)-?$

27) $f(x)=\cos(x^2-4x)$

28) $f(x)=\cos^3(2x-1)$

29) $f(x)=\sqrt{\cos x};\ \ f'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)-?$

30) $f(x)=3\cos 2x-\sin 2x;\ \ f'\left(\dfrac{\pi}{8}\right)-?$

31) $f(x)=\cos\left(\sqrt{x}\right);\ \ f'\left(\dfrac{\pi^2}{16}\right)-?$

32) $f(x)=(\cos 3x+6)^3$

www.nismath.org

33) $f(x)=\sin x+2\cos^2 x\,;\quad f'\left(-\frac{\pi}{3}\right)-?$

34) $f(x)=x\cos^2 x+\pi\,;\quad f'\left(\frac{\pi}{4}\right)-?$

35) $f(x)=\frac{2\sin x\cdot\cos x}{\cos^2 x-\sin^2 x}$

36) $f(x)=\frac{2\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg}^2 x}$

37) $f(x)=5\operatorname{tg}\frac{x}{5}+\operatorname{tg}\frac{\pi}{8}$

38) $f(x)=\operatorname{tg}^2 x+1$

39) $f(x)=\cos x\cdot\cos 3x+\sin x\cdot\sin 3x$

40) $f(x)=\sin x\cdot\sin 3x+\cos 2x\,;\quad f'\left(\frac{\pi}{4}\right)-?$

41) $f(x)=\frac{\sin 4x}{4x}$

42) $f(x)=\frac{\sin 2x}{x^2}$

43) $f(x)=\cos x\cdot\sin^3 x$

44) $f(x)=\sqrt{2-\sin x}$

45) $f(x)=\sqrt{\operatorname{tg}\frac{x}{2}}$

46) $f(x)=\operatorname{tg}\left(\frac{x+1}{2}\right)$

47) $f(x)=\sin(\cos x)$

www.nismath.org

48) $f(x)=\sqrt{\sin\left(x^2-x\right)}$

49) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{\sin x}}$

50) $f(x)=\dfrac{\sin^4 x-\cos^4 x}{\sin^2 x}$

51) $f(x)=\sin\dfrac{x}{2}\cdot\sin 2x$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\sqrt{2}$ **2)** 0 **3)** $\cos 2x-\sin x$

4) -3 **5)** -3 **6)** -2

7) $\dfrac{1}{2}$ **8)** $\dfrac{4}{\sin^2 2x}$ **9)** $\operatorname{ctg} x-\dfrac{x}{\sin^2 x}$

10) $\cos x-\sin x$ **11)** $\dfrac{\sin x-x\cos x}{\sin^2 x}$ **12)** $-\dfrac{2x+\sin 2x}{6x^2\sin^2 x}$

13) $\dfrac{x\cos x-\sin x}{x^2}$ **14)** $\dfrac{1-\cos x-x\sin x}{(1-\cos x)^2}$ **15)** $\dfrac{x-\sin x\cdot\cos x}{x^2\cos^2 x}$

16) $\dfrac{1}{1+\cos x}$ **17)** $\dfrac{\sin x(3-\cos x)}{(1+\cos x)^3}$ **18)** $-\dfrac{1}{\sin^2 x}$

19) $\dfrac{-2}{(\sin x-\cos x)^2}$ **20)** $(x\cos x-\sin x)\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{\sin^2 x}\right)$

21) $x^2\sin x$ **22)** $\dfrac{1}{2}\sin 4x$ **23)** $6x-2\sin 4x$

24) $\dfrac{1}{x^2}\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$ **25)** $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ **26)** 5π

27) $(4-2x)\sin\left(x^2-4x\right)$ **28)** $-6\cos^2(2x-1)\cdot\sin(2x-1)$

29) $-\dfrac{\sqrt{6}}{4}$ **30)** $-4\sqrt{2}$ **31)** $-\dfrac{\sqrt{2}}{\pi}$

www.nismath.org

32) $-9\sin 3x\left(\cos 3x+6\right)^2$

33) $\sqrt{3}+\frac{1}{2}$

34) $\frac{2-\pi}{4}$

35) $\frac{2}{\cos^2 2x}$

36) $\frac{2}{\cos^2 2x}$

37) $\frac{1}{\cos^2\frac{x}{5}}$

38) $\frac{2\sin x}{\cos^3 x}$

39) $-2\sin 2x$

40) -3

41) $\frac{4x\cos 4x-\sin 4x}{4x^2}$

42) $\frac{2\left(x\cos 2x-\sin 2x\right)}{x^3}$

43) $\sin^2 x\left(3\cos^2 x-\sin^2 x\right)$

44) $\frac{-\cos x}{2\sqrt{2-\sin x}}$

45) $\frac{1}{4\cdot\sqrt{\operatorname{tg}\frac{x}{2}}\cdot\cos^2\frac{x}{2}}$

46) $\frac{1}{2\cos^2\left(\frac{x+1}{2}\right)}$

47) $-\sin x\cdot\cos\left(\cos x\right)$

48) $\frac{(2x-1)\cos\left(x^2-x\right)}{2\sqrt{\sin\left(x^2-x\right)}}$

49) $\frac{-\operatorname{ctg} x}{2\sqrt{\sin x}}$

50) $\frac{2\operatorname{ctg} x}{\sin^2 x}$

51) $\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}\cdot\sin 2x+2\sin\frac{x}{2}\cdot\cos 2x$

4 - тобы. Логарифмдік және көрсеткіштік функцияның туындысын табыңыз:

7.2.4

A

1) $f(x)=3^x+4^x$

2) $f(x)=e^x+4\sqrt{x}-\sqrt[4]{3}$; $f'(1)-?$

3) $f(x)=\log_2 x+2^x$

4) $f(x)=\frac{1}{3}6^x-6$; $f'(1)-?$

5) $f(x)=x^3-3^x$

6) $f(x)=\ln e^{\sin x}$

7) $f(x)=\frac{2\lg x}{\lg e}-\frac{1}{4}x-\log_2 5$; $f'(2)-?$

www.nismath.org

8) $f(x)=e^x\left(x^2-2x+2\right)$

9) $f(x)=x\cdot\lg x+10^x;\ \ f'(1)-?$

10) $f(x)=x^2\ln x$

11) $f(x)=x^4\cdot 4^x$

12) $f(x)=x^{\sqrt{2}}+\left(\sqrt{2}\right)^x$

13) $f(x)=3^x(x+1)$

14) $f(x)=\dfrac{2^x+2^{-x}}{2}$

15) $f(x)=x^2\log_3 x$

16) $f(x)=x\cdot 10^x$

17) $f(x)=\dfrac{x}{e^x}$

18) $f(x)=\dfrac{\cos x}{e^x}$

19) $f(x)=\dfrac{x^5}{e^x}$

20) $f(x)=\dfrac{e^x}{\sin x}$

21) $f(x)=\dfrac{1}{\ln x}$

22) $f(x)=\dfrac{3^x}{x^2};\ \ f'(-1)-?$

23) $f(x)=\operatorname{tg}x+\dfrac{e^x}{1+x}$

Күрделі функцияның туындысын табыңыз:

24) $f(x)=x+e^{-2x};\ \ f'(0)-?$

25) $f(x)=10^{\frac{1}{x}}$

26) $f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x}$

27) $f(x)=\ln^2 x$

28) $f(x)=e^{\sin 2x}$

29) $f(x)=\sin\left(2^x\right)$

30) $f(x)=\cos(7,2x)-e^{-7,2x}-\sqrt[4]{7,2}$

www.nismath.org

31) $f(x)=x\cdot 2^{x+1};\quad f'(0)-?$

32) $f(x)=e^{\operatorname{tg} 2x}$

33) $f(x)=\ln^3 3x$

34) $f(x)=x\ln\left(x^2+1\right)+\ln 5;\qquad f'(-2)-?$

35) $f(x)=\ln(\sin 4x)+\dfrac{2x^2}{\pi}+\dfrac{1}{4};\qquad f'\left(\dfrac{\pi}{16}\right)-?$

36) $f(x)=\ln\sqrt{2x-1}$

37) $f(x)=\ln\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 x}$

38) $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$

39) $f(x)=\log_3\left(x^2-2\sqrt{x}\right)$

40) $f(x)=\ln(\operatorname{ctg} x);\quad f'\left(\dfrac{\pi}{8}\right)-?$

41) $f(x)=\ln\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)$

42) $f(x)=\ln(\sin x)$

43) $f(x)=\ln(x\sin x)$

44) $f(x)=\ln\left(x^2-3\sin x\right)$

45) $f(x)=\ln(1+\cos x)$

46) $f(x)=\ln\left(\ln x^2\right)$

47) $f(x)=\ln^4(\sin x)$

48) $f(x)=\sqrt[x]{5}+5^{-2x}$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $3^x \ln 3 + 4^x \ln 4$

2) $e + 2$

3) $\frac{1}{x \ln 2} + 2^x \ln 2$

4) $2 \ln 6$

5) $3x^2 - 3^x \ln 3$

6) $\cos x$

7) $0{,}75$

8) $x^2 e^x$

9) $\frac{1 + 10 \ln^2 10}{\ln 10}$

10) $x \ln\left(e x^2\right)$

11) $4^x \cdot x^3 (4 + x \ln 4)$

12) $\sqrt{2}\, x^{\sqrt{2}-1} + \left(\sqrt{2}\right)^{x-2} \ln 2$

13) $3^x \left((x+1)\ln 3 + 1\right)$

14) $\left(2^x - 2^{-x}\right) \ln \sqrt{2}$

15) $2x \log_3 x + \frac{x}{\ln 3}$

16) $10^x (1 + x \ln 10)$

17) $\frac{1 - x}{e^x}$

18) $-\frac{\sin x + \cos x}{e^x}$

19) $\frac{5x^4 - x^5}{e^x}$

20) $\frac{e^x}{\sin^2 x}(\sin x - \cos x)$

21) $\frac{-1}{x \ln^2 x}$

22) $\frac{2 + \ln 3}{3}$

23) $\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{x e^x}{(1+x)^2}$

24) -1

25) $-\frac{1}{x^2} \cdot 10^{\frac{1}{x}} \ln 10$

26) e^{-x}

27) $\frac{2 \ln x}{x}$

28) $2 \cos 2x \cdot e^{\sin 2x}$

29) $2^x \ln 2 \cos\left(2^x\right)$

30) $7{,}2\left(e^{-7{,}2x} - \sin(7{,}2x)\right)$

31) 2

32) $\frac{2\, e^{\operatorname{tg} 2x}}{\cos^2 2x}$

33) $\frac{3 \ln^2 3x}{x}$

34) $\ln 5 + 1{,}6$

35) $4{,}25$

36) $\frac{1}{2x - 1}$

37) $\operatorname{tg} x$

38) $\frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$

39) $\frac{2x\sqrt{x} - 1}{\ln 3\left(x^2\sqrt{x} - 2x\right)}$

www.nismath.org

40) $-2\sqrt{2}$ **41)** $\frac{2}{1-x^2}$ **42)** $\operatorname{ctg} x$

43) $\frac{1}{x}+\operatorname{ctg} x$ **44)** $\frac{2x-3\cos x}{x^2-3\sin x}$ **45)** $\frac{-\sin x}{1+\cos x}$

46) $\frac{1}{x\ln|x|}$ **47)** $4\ln^3(\sin x)\cdot\operatorname{ctg} x$ **48)** $-\ln 5\left(2\cdot 5^{-2x}+5^{\frac{1}{x}}\cdot x^{-2}\right)$

5 - тобы. 7.2.5

B

1) $f(x)=(x-1)(x^2+1)(x+1)$ болса, $f'(x)=0$ теңдеуін шешіңіз.

2) $f(x)=x^3-6x^2$, $g(x)=\frac{1}{3}\sqrt{x}$ болса, $f'(x)\cdot g'(x)=0$ теңдеуін шешіңіз.

3) $f(x)=\frac{2}{3}x^3-18x$, $g(x)=2\sqrt{x}$ болса, $\frac{f'(x)}{g'(x)}=0$ теңдеуін шешіңіз.

4) $f(x)=x^3$ болса, $f'(x)-f(x)=0$ теңдеуін шешіңіз.

5) $f(x)=x^2-3$, $g(x)=(x-2)(3x+2)$ болса, $f'(x)-g'(x)=0$ теңдеуін шешіңіз.

6) $f(x)=x^2+4$, $g(x)=(x+1)(4x-3)$ болса, $f'(x)=g'(x)$ теңдеуін шешіңіз.

7) $f(x)=3x-2\sqrt{x}$ болса, $\frac{3f'(x)}{f'(x)+1}=2$ теңдеуін шешіңіз.

8) $f(x)=\cos x-2\sin^2 x+1$ болса, $f'(x)=0$ теңдеуін шешіңіз.

9) $f(x)=5^{2x}-2x\ln 5$ болса, $f'(x)=0$ теңдеуін шешіңіз.

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) 0 2) 4 3) 3 4) 0; 3 5) 1 6) $-\frac{1}{6}$ 7) 1

8) πk; $\pm \arccos\left(-\frac{1}{4}\right)+2\pi n$; $n, k \in \mathbb{Z}$ 9) 0

6 - тобы.

7.2.6

В

1) $f(x)=\frac{x^5}{5}-\frac{16x^3}{3}$ болса, $f'(x)\le 0$ теңсіздігінің бүтін шешімдерінің санын көрсетіңіз.

2) $f(x)=6x^2-3\ln x$ болса, $f'(x)\le 0$ теңсіздігін шешіңіз.

3) $f(x)=\frac{2}{x}$, $g(x)=x-x^3$ болса, $f'(x)\le g'(x)$ теңсіздігін шешіңіз.

4) $f(x)=x^4-4x^2$ болса, $\frac{f(x)}{f'(x)}\ge 0$ теңсіздігін шешіңіз.

5) $f(x)=6x+2{,}5x^2-\frac{x^3}{3}$ болса, $f'(x)>0$ теңсіздігін шешіңіз.

6) $f(x)=5x+3$, $g(x)=2x\left(x+\frac{1}{2}\right)$ болса, $f'(x)<g'(x)$ теңсіздігін шешіңіз.

7) $g(x)=4x-5$, $f(x)=\frac{1}{2}x(2-6x)$ болса, $g'(x)<f'(x)$ теңсіздігін шешіңіз.

8) x-тің қандай мәндерінде $f(x)=x^2-5x$ функциясының туындысы $f'(x)\le 1$ теңсіздігін қанағаттандырады?

www.nismath.org

9) $f(x)=\frac{3}{5-x}$ болса, $f'(x)-f(x)\geq 0$ теңсіздігін шешіңіз.

10) $f(x)=\frac{x^2+1}{x}$, $g(x)=5x+\frac{1}{x}$ болса, $f'(x)<g'(x)$ теңсіздігін шешіңіз.

11) $f(x)=\sin x+\frac{x}{2}$ болса, $f'(x)>0$ теңсіздігін шешіңіз.

12) $\frac{f'(x)}{x-5}\geq 0$ теңсіздіктің ең кіші бүтін шешімін табыңыз, мұндағы $f(x)=x^3-3x-4$.

13) $f(x)=\frac{x^3+16}{x}$ болса, $f'(x)>0$ теңсіздігін шешіңіз.

14) $f(x)=x^2\left(3x^2-4x-12\right)+3$ болса, $f'(x)\geq 0$ теңсіздігін шешіңіз.

ЖАУАПТАРЫ

1) 9

2) $\left(0;\frac{1}{2}\right]$

3) $[-1;0)\cup(0;1]$

4) $\left[-2;-\sqrt{2}\right)\cup\left(0;\sqrt{2}\right)\cup[2;\infty)$

5) $(-1;6)$

6) $(1;\infty)$

7) $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$

8) $(-\infty;3]$

9) $[4;5)\cup(5;\infty)$

10) $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$

11) $\left(-\frac{2\pi}{3}+2\pi k;\ \frac{2\pi}{3}+2\pi k\right)$

12) -1

13) $(2;\infty)$

14) $[-1;0]\cup[2;\infty)$

www.nismath.org

7-тобы. Келесі функциялардың туындысын табыңыз:

7.2.7

C

1) $f(x)=\sin\left(\frac{1}{x}\right)+\frac{1}{\sin x}$

2) $f(x)=\sqrt{1-8\sin\frac{x}{8}}$

3) $f(x)=\operatorname{tg}^7 2x$

4) $f(x)=\arccos\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$

5) $f(x)=\frac{2\sin^2 x}{\cos 2x}$

6) $f(x)=x^2\cos\left(\frac{1}{x}\right)$

7) $f(x)=\operatorname{arctg}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

8) $f(x)=\sqrt[3]{\sin^2 x}+\frac{1}{\cos^3 x}$

9) $f(x)=\arcsin x+\sqrt{1-x^2}$

10) $f(x)=\sqrt{x}\cdot\operatorname{arctg} x$

11) $f(x)=\sqrt{1+2\operatorname{tg} x}$

12) $f(x)=\arccos\frac{1-x}{\sqrt{2}}$

13) $f(x)=\sqrt{x}-\operatorname{arctg}\sqrt{x}$

14) $f(x)=\operatorname{arctg} x+\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\left(x^3\right)$

15) $f(x)=\operatorname{arctg}^2\left(\frac{1}{x}\right)$

16) $f(x)=\arcsin\left(\frac{2}{x}\right)$

17) $f(x)=\operatorname{tg}(\sin x)$

18) $f(x)=\sin^2\left(x^2\right)$

19) $f(x)=\frac{1}{3\cos^3 x}-\frac{1}{\cos x}$

20) $f(x)=\sqrt{xe^x+x}$

21) $f(x)=\frac{1+\cos 2x}{1-\cos 2x}$

22) $f(x)=\frac{1}{3}\operatorname{tg}^3 x-\operatorname{tg} x+x$

www.nismath.org

ЖАУАПТАРЫ

1) $-\frac{1}{x^2}\cos\left(\frac{1}{x}\right)-\frac{\cos x}{\sin^2 x}$ **2)** $-\frac{\cos\frac{x}{8}}{2\sqrt{1-8\sin\frac{x}{8}}}$ **3)** $\frac{14\,\mathrm{tg}^6 2x}{\cos^2 2x}$

4) $\frac{1}{\sqrt{x}\,(1+x)}$ **5)** $\frac{2\sin 2x}{\cos^2 2x}$ **6)** $2x\cos\left(\frac{1}{x}\right)+\sin\left(\frac{1}{x}\right)$

7) $-\frac{1}{x^2+1}$ **8)** $\frac{2\cos x}{3\cdot\sqrt[3]{\sin x}}+\frac{3\sin x}{\cos^4 x}$ **9)** $\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

10) $\frac{\mathrm{arc\,tg}\,x}{2\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}}{1+x^2}$ **11)** $\frac{1}{\cos^2 x\cdot\sqrt{1+2\,\mathrm{tg}\,x}}$ **12)** $\frac{1}{\sqrt{1+2x-x^2}}$

13) $\frac{\sqrt{x}}{2(1+x)}$ **14)** $\frac{1+x^4}{1+x^6}$ **15)** $-\frac{2\,\mathrm{arc\,tg}\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2+1}$

16) $\frac{-2}{|x|\sqrt{x^2-4}}$ **17)** $\frac{\cos x}{\cos^2(\sin x)}$ **18)** $2x\cdot\sin\left(2x^2\right)$

19) $\frac{\sin^3 x}{\cos^4 x}$ **20)** $\frac{e^x+x\,e^x+1}{2\sqrt{x\,e^x+x}}$ **21)** $-2\frac{\cos x}{\sin^3 x}$

22) $\mathrm{tg}^4 x$

www.nismath.org

§ 3. ТУЫНДЫНЫ ҚОЛДАНЫП ФУНКЦИЯЛАРДЫ ЗЕРТТЕУ

1 - тобы. Функциялардың кризистік нүктелерін табыңыз:

7.3.1

А

1) $f(x)=2+18x^2-x^4$

2) $f(x)=-2x^3-3x^2+4$

3) $f(x)=\frac{1}{4}x^4-2x^2+3$

4) $f(x)=x^3-6x^2+9x-4$

5) $f(x)=2x^3+3x^2-36x+15$

6) $f(x)=2x^3-\frac{5}{2}x^2+x-\sqrt{3}$

7) $f(x)=(x+1)^3(2x-3)$

8) $f(x)=(x+2)^3(x-1)^2$

9) $f(x)=\frac{x^2-3x}{x-4}$

10) $f(x)=2x+\frac{8}{x}$

11) $f(x)=\frac{x}{4x^2-3x+4}$

В

12) $f(x)=2\sqrt{x}-x$

13) $f(x)=\sqrt[3]{1-x^2}$

14) $f(x)=x\sqrt{2-x^2}$

15) $f(x)=3\sqrt{x^2}-x^2$

16) $f(x)=x-4\sqrt{x}+\sqrt{3}$

17) $f(x)=\sqrt{x^2-6x}$

18) $f(x)=\sqrt{x^2-6x+15}$

19) $f(x)=(x-1)\sqrt{x}$

20) $f(x)=\sqrt[3]{x^2}(x-5)$

21) $f(x)=e^x(-x^2+4x-1)$

22) $f(x)=2^x-x\ln 2+1$

23) $f(x)=\ln(4x-x^2)$

www.nismath.org

24) $f(x)=\ln^2 x-6\ln x+5$

25) $f(x)=\frac{x^2}{2}-6\ln(x-1)$

26) $f(x)=2^x+4^{-x}$

27) $f(x)=0,5\sin 2x+\sin x$

28) $f(x)=0,5\cos 2x+\cos x$

29) $f(x)=\sin x-\frac{x}{2}$

30) $f(x)=x^{\frac{2}{3}}(x-3)$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\pm 3;\ 0$ **2)** $-1;\ 0$ **3)** $\pm 2;\ 0$ **4)** $1;\ 3$

5) $-3;\ 2$ **6)** $\frac{1}{3};\ \frac{1}{2}$ **7)** $-1;\ \frac{7}{8}$ **8)** $-2;\ -\frac{1}{5};\ 1$

9) $2;\ 6$ **10)** ± 2 **11)** ± 1 **12)** 1

13) $\pm 1;\ 0$ **14)** ± 1 **15)** $\pm 1,5;\ 0$ **16)** 4

17) кризистік нүктелері жоқ

18) 3 **19)** $\frac{1}{3}$ **20)** $0;\ 2$ **21)** $-1;\ 3$

22) 0 **23)** 2 **24)** e^3 **25)** 3

26) $\frac{1}{3}$ **27)** $\pi+2\pi k;\ \pm\frac{\pi}{3}+2\pi n$ **28)** $\pi k;\ \pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n$

29) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$ **30)** $0;\ \frac{6}{5}$

***Жауаптарында** $k, n\in\mathbb{Z}$ **параметрлері**

7.3.2
www.nismath.org

2-тобы. Функциялардын монотондуу аралыктарын табыңыз:

Функциялардын өсүү аралыктарын табыңыз:

A

1) $f(x)=x^3-3x^2+2x-7$

2) $f(x)=\frac{1}{5}x^5-\frac{1}{2}x^4$

3) $f(x)=x^3+3x^2-9x$

4) $f(x)=-2x^3+3x^2+36x+1$

5) $f(x)=x^5+2x^3+x$

6) $f(x)=-x^3+x^2+x+1$

7) $f(x)=\frac{(x-2)^2}{x+1}$

8) $f(x)=x+\frac{16}{x}$

9) $f(x)=-\frac{1}{x}$

10) $f(x)=\frac{6x+8}{x^2+1}$

B

11) $f(x)=\sqrt{x-x^2}$

12) $f(x)=\sqrt{x-4}$

13) $f(x)=\sqrt{x}-x$

14) $f(x)=x^2\sqrt{2-x}$

15) $f(x)=e^x+5x$

16) $f(x)=\frac{x}{e^x}$

17) $f(x)=\ln\left(x^2+2x+3\right)$

18) $f(x)=\frac{x^2}{10}-\ln x$

19) $f(x)=\sin x-\frac{\sqrt{2}}{2}x$

20) $f(x)=\cos 2x-\sqrt{3}x$

Функциялардын кему аралыктарын табыңыз:

A

21) $f(x)=1-x^3$

22) $f(x)=2x^3-3x^2+1$

23) $f(x)=2x^4-4x^2+1$

24) $f(x)=x^3-x^2-x+3$

www.nismath.org

25) $f(x)=4x^3-9x^2+6x$

26) $f(x)=\frac{3}{x}-\frac{x}{3}$

27) $f(x)=-\frac{3}{x^2}$

28) $f(x)=x^3+\frac{3}{x}$

29) $f(x)=\frac{x^2+1}{x}$

30) $f(x)=\frac{1}{x-2}$

31) $f(x)=\frac{1}{2x}$

32) $f(x)=\frac{2}{1-x^2}$

B

33) $f(x)=\sqrt{2x-x^2}$

34) $f(x)=\sqrt{2x^2-x+1}$

35) $f(x)=x-\sqrt{x}$

36) $f(x)=2x\ln x$

37) $f(x)=x\,e^{-3x}$

38) $f(x)=(x-1)\,e^{x+1}$

39) $f(x)=\ln\left(\frac{1}{x}\right)$

40) $f(x)=\sin x-x$

ЖАУАПТАРЫ

1) $\left(-\infty;\frac{3-\sqrt{3}}{3}\right]$, $\left[\frac{3+\sqrt{3}}{3};\infty\right)$

2) $(-\infty;0]$, $[2;\infty)$

3) $(-\infty;-3]$, $[1;\infty)$

4) $[-2;3]$

5) $(-\infty;\infty)$

6) $\left[-\frac{1}{3};1\right]$

7) $(-\infty;-4]$, $[2;\infty)$

8) $(-\infty;-4]$, $[4;\infty)$

9) $(-\infty;0)$, $(0;\infty)$

10) $\left[-3;\frac{1}{3}\right]$

11) $\left[0;\frac{1}{2}\right]$

12) $[4;\infty)$

13) $\left[0;\frac{1}{4}\right]$

14) $\left[0;\frac{8}{5}\right]$

www.nismath.org

15) $(-\infty;\infty)$ 16) $(-\infty;1]$ 17) $[-1;\infty)$

18) $\left[\sqrt{5};\infty\right)$ 19) $\left[-\frac{\pi}{4}+2\pi k;\ \frac{\pi}{4}+2\pi k\right]$ 20) $\left[-\frac{\pi}{3}+\pi k;-\frac{\pi}{6}+\pi k\right]$

21) $(-\infty;\infty)$ 22) $[0;1]$ 23) $(-\infty;-1]$, $[0;1]$

24) $\left[-\frac{1}{3};1\right]$ 25) $\left[\frac{1}{2};1\right]$ 26) $(-\infty;0)$, $(0;\infty)$

27) $(-\infty;0)$ 28) $[-1;0)$, $(0;1]$ 29) $[-1;0)$, $(0;1]$

30) $(-\infty;2)$, $(2;\infty)$ 31) $(-\infty;0)$, $(0;\infty)$ 32) $(-\infty;-1)$, $(-1;0]$

33) $[1;2]$ 34) $\left(-\infty;\frac{1}{4}\right]$ 35) $\left[0;\frac{1}{4}\right]$

36) $\left(0;\frac{1}{e}\right]$ 37) $\left[\frac{1}{3};\infty\right)$ 38) $(-\infty;0]$

39) $(0;\infty)$ 40) $(-\infty;\infty)$

***Жауаптарында** $k\in\mathbb{Z}$ **параметрлері**

3 - тобы.

Функциялардың экстремум нүктелерін табыңыз:

7.3.3

A

1) $f(x)=x^3+3x^2-45x+1$ 2) $f(x)=x^5-15x^3$

3) $f(x)=x^2+x-2$ 4) $f(x)=x^3-3x$

5) $f(x)=x^3-2x^2+3x-2$ 6) $f(x)=x^2(x-3)$

www.nismath.org

В

7) $f(x)=\frac{x}{5}+\frac{5}{x}$

8) $f(x)=\frac{3x}{x^2+4x+4}$

9) $f(x)=x\sqrt{2-x^2}$

10) $f(x)=x^2\sqrt{1-x^2}$

11) $f(x)=(x-2)^2(x+1)^3$

12) $f(x)=e^{x^2-3x}$

13) $f(x)=x^2\ln x$

14) $f(x)=x^3\ln x$

15) $f(x)=3^{x^3-3x}$

16) $f(x)=3\cos\left(x-\frac{2\pi}{7}\right)$

17) $f(x)=\frac{e^x}{x}$

18) $f(x)=\sin 2x-x,\ x\in[0;\pi]$

19) $f(x)=\sin x-\frac{\sqrt{2}}{2}x$

20) $f(x)=\sqrt{x}-2x^2$

Функциялардың экстремумдарын табыңыз:

А

21) $f(x)=4x-x^2$

22) $f(x)=x^2-6x+5$

23) $f(x)=4x^3+12x^2-3$

24) $f(x)=x^3-6x^2$

25) $f(x)=x^3-3x^2-9x+4$

26) $f(x)=2x^4-4x^2-5$

В

27) $f(x)=4x^2(x-2)^2$

28) $f(x)=2\ln x-x^2$

29) $f(x)=x^3e^{-3x}$

30) $f(x)=x-e^x$

31) $f(x)=x+\frac{4}{x}$

32) $f(x)=\frac{1}{(x-3)^2}$

www.nismath.org

33) $f(x)=3x^3-2x^2+3x-2$

34) $f(x)=x\ln x$

35) $f(x)=x\,e^{-3x}$

36) $f(x)=-x^2+2\ln x$

37) $f(x)=x+\frac{1}{x}$

38) $f(x)=e^x+e^{-x}$

39) $f(x)=-\frac{1}{(x-1)^2}$

40) $f(x)=\frac{4}{\sqrt{x^2+8}}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $x_{max}=-5;\ x_{min}=3$

2) $x_{max}=-3;\ x_{min}=3$

3) $x_{min}=-\frac{1}{2}$

4) $x_{max}=-1;\ x_{min}=1$

5) экстремум нүктелері жоқ

6) $x_{max}=0;\ x_{min}=2$

7) $x_{max}=-5;\ x_{min}=5$

8) $x_{max}=2$

9) $x_{max}=1;\ x_{min}=-1$

10) $x_{max}=\pm\sqrt{\frac{2}{3}};\ x_{min}=0$

11) $x_{max}=\frac{4}{5};\ x_{min}=2$

12) $x_{min}=1{,}5$

13) $x_{min}=\frac{1}{\sqrt{e}}$

14) $x_{min}=\frac{1}{\sqrt[3]{e}}$

15) $x_{max}=-1;\ x_{min}=1$

16) $x_{max}=\frac{2\pi}{7}+2\pi k;\ x_{min}=\frac{9\pi}{7}+2\pi k$

17) $x_{min}=1$

18) $x_{max}=\frac{\pi}{6};\ x_{min}=\frac{5\pi}{6}$

www.nismath.org

19) $x_{max}=\frac{\pi}{4}+2\pi k;\ x_{min}=-\frac{\pi}{4}+2\pi k$

20) $x_{max}=\frac{1}{4}$

21) $y_{max}=4$

22) $y_{min}=-4$

23) $y_{max}=13;\ y_{min}=-3$

24) $y_{max}=0;\ y_{min}=-32$

25) $y_{max}=9;\ y_{min}=-23$

26) $y_{max}=-5;\ y_{min}=-7$

27) $y_{max}=4;\ y_{min}=0$

28) $y_{max}=-1$

29) $y_{max}=\frac{1}{e^3}$

30) $y_{max}=-1$

31) $y_{max}=-4;\ y_{min}=4$

32) экстремумдары жоқ

33) экстремумдары жоқ

34) $y_{min}=-\frac{1}{e}$

35) $y_{max}=\frac{1}{3e}$

36) $y_{max}=-1$

37) $y_{max}=-2;\ y_{min}=2$

38) $y_{min}=2$

39) экстремумдары жоқ

40) $y_{max}=\sqrt{2}$

***Жауаптарында** $k\in\mathbb{Z}$ **параметрлері**

4-тобы. Берілген аралықтағы функцияның ең аз және ең үлкен мәндерін табыңыз:

7.3.4

A

1) $f(x)=x^4-8x^2+1,\ \ x\in[-1;3]$

2) $f(x)=x^4-8x^2+3,\ \ x\in[-2;2]$

3) $f(x)=3x^3-4x+8,\ \ x\in[-1;1]$

4) $f(x)=3x^5-5x^3+1,\ \ x\in[-2;2]$

www.nismath.org

5) $f(x)=x^3-2x^2+8x-2,\ x\in[1;4]$

6) $f(x)=2x^4-8x,\ x\in[-2;1]$

7) $f(x)=x+\frac{1}{x},\ x\in\left[-2;-\frac{1}{2}\right]$

8) $f(x)=\frac{x}{8}+\frac{2}{x},\ x\in[1;6]$

9) $f(x)=\frac{x}{2}+\frac{2}{x},\ x\in[-3;-1]$

10) $f(x)=\frac{4}{3}x^3-4x,\ x\in[0;2]$

B

11) $f(x)=x+\frac{8}{x^4},\ x\in[1;3]$

12) $f(x)=x^4(x+2)^3,\ x\in[-1;1]$

13) $f(x)=x^2+\frac{4}{1+x^2},\ x\in[-2;3]$

14) $f(x)=\frac{4}{x^2}-x,\ x\in[-3;-1]$

15) $f(x)=\frac{3^x+3^{2-x}}{\ln 3},\ x\in[-1;2]$

16) $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}x,\ x\in\left[\frac{1}{2};4\right]$

17) $f(x)=\sqrt{4x},\ x\in[1;4]$

18) $f(x)=\frac{4x}{e^x},\ x\in[0;1]$

19) $f(x)=\frac{2\ln x}{x},\ x\in[1;3],\ \ln 3\approx 1{,}099$

www.nismath.org

20) $f(x)=(x-1)\sqrt{x+2}$, $x\in[-2;0]$

21) $f(x)=2\cos x-\cos 2x$, $x\in\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]$

22) $f(x)=\sin^2 x-x$, $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

23) $f(x)=\operatorname{tg} x-x$, $x\in\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$

24) $f(x)=\sqrt{3}x+\sin 2x$, $x\in[0;\pi]$

25) $f(x)=x+\cos^2 x$, $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

26) $f(x)=e^{-x}\left(x^2+x-5\right)$, $x\in[-4;4]$

ЖАУАПТАРЫ

1) -15; 10 **2)** -13; 3 **3)** $\frac{56}{9}$; $\frac{88}{9}$ **4)** -55; 57

5) 5; 62 **6)** -6; 48 **7)** $-2,5$; -2 **8)** 1; $2\frac{1}{8}$

9) $-2,5$; -2 **10)** $-\frac{8}{3}$; $\frac{8}{3}$ **11)** $2,5$; 9 **12)** 0; 27

13) 3; $9,4$ **14)** 3; 5 **15)** $\frac{6}{\ln 3}$; $\frac{27\frac{1}{3}}{\ln 3}$ **16)** -2; 1

17) 2; 4 **18)** 0; $\frac{4}{e}$ **19)** 0; $\frac{2}{e}$ **20)** -2; 0

21) 1; $\frac{3}{2}$ **22)** $1-\frac{\pi}{2}$; 0 **23)** $\frac{\pi}{4}-1$; $1-\frac{\pi}{4}$ **24)** 0; $\pi\sqrt{3}$

25) 1; $\frac{\pi}{2}$ **26)** $-3e^2$; $7e^4$

7.3.5 www.nismath.org

5 - тобы. Оптималды мәндерді табуға байланысты мәселе есептерді шешіңіз:

С

1) Өз квадратымен қосылғанда, ең аз шаманы беретін санды табыңыз.

Жауабы: $-\frac{1}{2}$.

2) Оған кері санмен қосылғанда экстремалды қосындыны беретін, оң a санын табыңыз. Бұл не болады: максимум ба әлде минимум ба?

Жауабы: $a=1$, минимум.

3) Оның үш еселенген квадраты, оның кубынан максималды мәнге асатын санды табыңыз.

Жауабы: 2.

4) Оның кубы үш еселенген оның квадратынан минимальды мәнге асатын санды табыңыз.

Жауабы: 2.

5) Өзінің үш еселенген кубтық түбірін минимальды мәнге арттыратын санды табыңыз.

Жауабы: 1.

6) Олардың бірінің кубының екі еселенген екіншісіне көбейтіндісі ең үлкен болатындай, 12 санын екі теріс емес қосылғыштардың қосындысы түрінде көрсетіңіз.

Жауабы: 9; 3.

7) Олардың көбейтіндісі ең үлкен болатындай, 36 санын екі оң қосылғыштардың қосындысы түрінде көрсетіңіз. Осы сандардың көбейтіндісін табыңыз.

Жауабы: 324.

8) Екіншінің квадратымен бірінші қосылғыштың қосындысы ең аз болатындай, 64 санын екі қосылғышқа бөлшектеңіз.

Жауабы: 0,5; 63,5.

9) Бірінші және екінші қосылғыштардың квадраттарының қосындысы ең көп болатындай, 18 санын екі теріс емес қосылғышқа бөлшектеңіз.

Жауабы: 12; 6.

10) Олардың қосындысы ең аз болатындай, 49 санын екі оң көбейткіштің көбейтіндісі түрінде көрсетіңіз. Қосындысын табыңыз.

Жауабы: 14.

www.nismath.org

11) Олардың квадраттарының қосындысы ең аз болатындай, 20 санын екі оң қосылғыштың қосындысы түрінде көрсетіңіз. Осы сандардың квадраттарының қосындысын табыңыз.

Жауабы: 200.

12) Сүйір бұрышы 30° болатындай, тең бүйірлі трапецияның пішініндей участоктың ауданы 200-ге тең. Оның периметрі қандай ең аз мәнді қабылдайды?

Жауабы: 80.

13) Сүйір бұрышы 30° болатындай, параллелограмм түріндегі участоктың ауданы 8-ге тең. Оның периметрі қандай ең аз мәнді қабылдайды?

Жауабы: 16.

14) Үшбұрыштың табаны мен биіктігінің қосындысы 20 *см*-ді құрайды. Үшбұрыштың ауданы ең үлкен болатындай, табанының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 10 *см*.

15) Осьтік қимаңың диагоналі $5\sqrt{3}$-ке тең болатындай, цилиндрдің ең үлкен көлемін табыңыз.

Жауабы: $62,5\pi$.

16) Радиусы R дөңгелегіне іштей сызылған тік төртбұрыштың ең үлкен ауданын анықтаңыз.

Жауабы: $2R^2$.

17) 32 сіріңкеден, ауданы ең үлкен болатындай тік төртбұрышты құрыңыз.

Жауабы: 8 сіріңкеден тұратын квадрат.

18) Ауданы 200-ге тең тік төртбұрыш пішіндегі участок үш жағынан қоршаумен қоршалған. Барлық қоршаудың ең кіші ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 40.

19) Ромбы диагональдарының ұзындығының қосындысы 8-ге тең. Оның ауданы қандай ең үлкен мәнді қабылдайды?

Жауабы: 8.

20) Гипотенузасы 16 және бұрышы 60° тік бұрышты үшбұрышқа, оның табаны гипотенузада жатқан тік төртбұрыш салынған. Оның ауданы ең үлкен болу үшін, тік төртбұрыштың өлшемдері қандай болуы керек?

Жауабы: 8; $2\sqrt{3}$.

www.nismath.org

§ 4. ФУНКЦИЯНЫҢ ТУЫНДЫСЫ ЖӘНЕ ЖАНАМАНЫҢ ТЕҢДЕУІ

1 - тобы.

7.4.1

А

Абсциссасы x_0 нүктесінде $y=f(x)$ функциясының графигіне жүргізілген жанаманың теңдеуін құрыңыз:

1) $f(x)=2x^2-1;\ x_0=0$

2) $f(x)=\dfrac{1}{x^4+2};\ x_0=0$

3) $f(x)=\sqrt{2x^2+1};\ x_0=2$

4) $f(x)=x\ln x;\ x_0=e$

5) $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1};\ x_0=2$

6) $f(x)=x\cdot e^{x-1};\ x_0=1$

7) $f(x)=e^{2x-1}-\cos 2\pi x-1;\ x_0=\dfrac{1}{2}$

8) $f(x)=\ln(2x-1)+\sin\dfrac{\pi x}{2}-2;\ x_0=1$

9) $f(x)=\dfrac{1}{(2x-1)^2};\ x_0=1$

10) $f(x)=(2x+1)^3;\ x_0=-1$

Абсциссасы x_0 нүктесінде $y=f(x)$ функциясының графигіне жүргізілген жанаманың бұрыштық коэффициентін табыңыз:

11) $f(x)=x^2-3x+2;\ x_0=2$

12) $f(x)=x^3-3x^2+2;\ x_0=2$

13) $f(x)=\dfrac{x+1}{x-3};\ x_0=1$

14) $f(x)=\ln(4x-1);\ x_0=\dfrac{1}{2}$

15) $f(x)=\dfrac{1}{2}\sin 2x-\sin x;\ x_0=\dfrac{\pi}{3}$

16) $f(x)=3\sin x+12x;\ x_0=-\dfrac{\pi}{2}$

www.nismath.org

17) $f(x)=3x-4\ln x;\ \ x_0=2$

18) $f(x)=(x-1)^2(x+1)^2-(x^2+1)^2;\ \ x_0=1$

19) $f(x)=\dfrac{1-2x}{4x+1};\ \ x_0=-\dfrac{1}{2}$

20) $f(x)=x^5-5x^2-3;\ \ x_0=-1$

$y=f(x)$ **функциясының графигіне берілген** x_0 **нүктесінде жүргізілген жанамасының абсцисса осінің оң бағытымен жасайтын бұрышын табыңыз:**

21) $f(x)=2x^2+3x+4;\ \ x_0=-1$

22) $f(x)=\dfrac{2}{x};\ \ x_0=\sqrt{2}$

23) $f(x)=x^2-2x+5;\ \ x_0=\dfrac{1}{2}$

24) $f(x)=\dfrac{1}{1-x};\ \ x_0=2$

25) $f(x)=\dfrac{x-2}{x+3};\ \ x_0=0$

26) $f(x)=x^2-3x+2;\ \ x_0=2$

27) $f(x)=\dfrac{1-x}{x};\ \ x_0=1$

28) $f(x)=x^2-8x+20;\ \ x_0=4$

29) $f(x)=\dfrac{64\sqrt{3}}{5x^5};\ \ x_0=2$

30) $f(x)=2x^2+4x-3;\ \ x_0=-\dfrac{3}{4}$

ЖАУАПТАРЫ

1) $y=-1$ **2)** $y=\dfrac{1}{2}$ **3)** $y=\dfrac{4}{3}x+\dfrac{1}{3}$ **4)** $y=2x-e$

5) $y=-\dfrac{3}{25}x+\dfrac{16}{25}$ **6)** $y=2x-1$ **7)** $y=2x$ **8)** $y=2x-3$

9) $y=-4x+5$ **10)** $y=6x+5$ **11)** 1 **12)** 0

13) -1 **14)** 4 **15)** -1 **16)** 12

www.nismath.org

17) 1 18) -8 19) -6 20) 15

21) $\frac{3\pi}{4}$ 22) $\frac{3\pi}{4}$ 23) $\frac{3\pi}{4}$ 24) $\frac{\pi}{4}$

25) $\operatorname{arctg}\left(\frac{5}{9}\right)$ 26) $\frac{\pi}{4}$ 27) $\frac{3\pi}{4}$ 28) 0

29) $120°$ 30) $\frac{\pi}{4}$

2 - тобы.

7.4.2

В

1) $y=\frac{x}{1-x}$ функциясының графигіне $x_0=3$ нүктесі арқылы жүргізілген жанамамен абсцисса осінің арасындағы бұрыш α. $\cos 2\alpha$-ны табыңыз.

2) $(x_0; y_0)$ нүктесінде $y=x^2-2x$ параболасына жүргізілген жанаманың бұрыштық коэффициенті 4-ке тең. Осы жанаманың теңдеуін жазыңыз.

3) $y=-\frac{1}{2}x^2+2x$ функциясының графигіне қандай нүктеде жүргізілген жанама $y=-2x$ түзуіне параллель болады?

4) $y=5x+a$ түзуі $y=x^2-x+1$ функциясының графигіне жанама болатындай параметрдің мәнін табыңыз.

5) Абсциссасы 3-ке тең нүкте арқылы $y=x^2$ қисығына жүргізілген жанамаға параллель болатын $(3; 4)$ нүктесі арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

6) Абсциссасы 0-ге тең нүкте арқылы $y=x^2-2x+4$ қисығына жүргізілген жанамаға $(3; 5)$ нүктесі арқылы өтетін перпендикуляр түзудің теңдеуін жазыңыз.

7) $f(x)=x^2-2x-15$ параболасының абсцисса осімен қиылысатын нүктелері арқылы жүргізілген жанамаларының теңдеулерін жазыңыз.

www.nismath.org

8) Оның бірі графикпен абсциссасы 3-ке тең нүктеде жанасатын, ал екіншісі абсциссасы 1-ге тең нүктеде жанасатын, $f(x)=x^2-4x+3$ графигіне жүргізілген жанамалардың ортақ нүктесін табыңыз.

9) $f(x)=3x-x^2$ теңдеуімен анықталған қисыққа жүргізілген абсцисса осімен $45°$ жасайтындай жанаманың жанасу нүктесін табыңыз.

10) $f(x)=(x-3)(x-2)$ қисығына осы берілген қисықпен ордината осінің қиылысу нүктесі арқылы жүргізілген жанаманың абсцисса осімен көлбеулік бұрышын табыңыз.

11) b параметрінің қандай мәндерінде абсциссасы $x_0=1$ нүктесі арқылы $f(x)=bx^3-x^2+3$ функциясына жүргізілген жанама $(2;\ 8)$ нүктесі арқылы өтеді?

12) $y=x^2$ және $y=x^2+3x-6$ функцияларының қиылысу нүктесі арқылы өтетіндей берілген функциялардың графиктеріне жүргізілген жанама теңдеулерін құрыңыз.

13) $f(x)=-8\sqrt{x-4}$ функциясының графигіне жүргізілген бұрыштық коэффициенті $k=-0,8$ болатындай жанаманың абсцисса осімен қиылысу нүктесін табыңыз.

14) a-ның қандай мәндерінде $f(x)=x^2+ax+3$ параболасына Oy осімен қиылысу нүктесінде жүргізілген жанаманың бұрыштық коэффициенті 2-ге тең болады?

15) $f(x)=x^3-2x+4$ және $y=x^3$ функцияларының қиылысу нүктесі арқылы $f(x)$ функциясының графигіне жүргізілген жанаманың бұрыштық коэффициентін табыңыз.

16) $f(x)=e^x$ функциясының графигіне жүргізілген $y=\frac{x}{2}-1$ түзуіне параллель болатындай жанаманың жанасу нүктесін табыңыз.

17) Абсциссасы $x_0=1$ болатын нүкте арқылы $y=4-x^2$ параболасына жанама жүргізілген. Осы жанаманың ордината осімен қиылысатын нүктенің координаттарын табыңыз.

www.nismath.org

18) $y=x^2-5x+6$ және $y=x^2+x+1$ параболаларына ортақ жанаманың теңдеуін жазыңыз.

19) $f(x)=\sqrt{\left(5-x^{\frac{2}{3}}\right)^3}$ функциясының графигіне координаттары $(1;8)$ болатындай нүкте арқылы жанама жүргізілген. Оның координаттар осьтері арасындағы бөлігінің ұзындығын табыңыз.

20) $y=\dfrac{x}{2x-1}$ функциясының графигіне абциссасы $x_0=1$ нүктесі арқылы жүргізілген жанамамен және координат осьтерімен шектелген үшбұрыштың ауданын есептеңіз.

ЖАУАПТАРЫ

1) $\dfrac{15}{17}$ **2)** $y=4x-9$ **3)** $(4;0)$

4) $a=-8$ **5)** $y=6x-14$ **6)** $y=\dfrac{x}{2}+\dfrac{7}{2}$

7) $y=8x-40$; $y=-8x-24$ **8)** $(2;-2)$ **9)** $(1;2)$

10) $\pi-\operatorname{arctg}5$ **11)** $b=2$

12) $y=4x-4$; $y=7x-10$ **13)** $(-21;0)$ **14)** $a=2$

15) 10 **16)** $\left(-\ln 2;\dfrac{1}{2}\right)$ **17)** $(0;5)$

18) $y=-\dfrac{x}{3}+\dfrac{5}{9}$ **19)** $5\sqrt{5}$ **20)** 2

www.nismath.org

§ 5. АЛҒАШҚЫ ФУНКЦИЯ ЖӘНЕ ОНЫ ЕСЕПТЕУ. АНЫҚТАЛҒАН ИНТЕГРАЛДЫҢ ҚОЛДАНЫЛУЫ

1 - тобы. 7.5.1

Фунцияның алғашқы образының жалпы түрін табыңыз:

A

1) $f(x)=\sin(3x-4)$

2) $f(x)=\dfrac{3}{\cos^2 5x}$

3) $f(x)=2\sin\dfrac{x}{5}+3\cos 6x$

4) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{3x-2}}$

5) $f(x)=\dfrac{6}{(5x-7)^3}$

6) $f(x)=e^{2x-3}$

7) $f(x)=2^{0,5x+1}$

8) $f(x)=\dfrac{2}{4x-1}$

9) $f(x)=\dfrac{1}{3\sin^2 x}+\dfrac{1}{x^3}$

10) $f(x)=\dfrac{2}{x^3}-\dfrac{4}{x^5}+\dfrac{6}{x^7}$

11) $f(x)=\sqrt{x^5}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$

B

12) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x}{5}}+4\sin(4x+2)$

13) $f(x)=\dfrac{x^5+x^3-2}{x^2+1}$

14) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{1+x^2}$

15) $f(x)=\dfrac{1}{1+\cos x}$

16) $f(x)=(x+1)(x-1)(x+2)$

17) $f(x)=\dfrac{\cos 2x}{\sin^2 x}$

18) $f(x)=2\cos x\cdot\cos 5x$

19) $f(x)=\operatorname{tg}^2 x$

www.nismath.org

20) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{9-16x^2}}$

21) $f(x)=\dfrac{1}{16+x^2}$

22) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^3}-1}{\sqrt{x}-1}$

23) $f(x)=\dfrac{x\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3}}$

24) $f(x)=\dfrac{x-\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}}$

25) $f(x)=\dfrac{3\cdot 2^x-2\cdot 3^x}{2^x}$

26) $f(x)=2^x\cdot 3^x\cdot 5^x$

27) $f(x)=\dfrac{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}{x}$

28) $f(x)=\cos\dfrac{x}{2}\cdot\sin\dfrac{3x}{2}$

29) $f(x)=\dfrac{\sin\left(\dfrac{\pi}{6}-2x\right)}{\cos^3\left(\dfrac{\pi}{3}+2x\right)}$

30) $f(x)=6\cos^2\left(\dfrac{\pi}{4}-3x\right)$

ЖАУАПТАРЫ

1) $F(x)=-\dfrac{1}{3}\cos(3x-4)+C$

2) $F(x)=\dfrac{3}{5}\operatorname{tg}5x+C$

3) $F(x)=-10\cos\dfrac{x}{5}+\dfrac{1}{2}\sin 6x+C$

4) $F(x)=\dfrac{2}{3}\sqrt{3x-2}+C$

5) $F(x)=-\dfrac{3}{5(5x-7)^2}+C$

6) $F(x)=0,5e^{2x-3}+C$

7) $F(x)=\dfrac{2^{0,5x+2}}{\ln 2}+C$

8) $F(x)=0,5\ln|4x-1|+C$

9) $F(x)=-\dfrac{1}{3}\operatorname{ctg}x-\dfrac{1}{2x^2}+C$

10) $F(x)=-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{x^4}-\dfrac{1}{x^6}+C$

11) $F(x)=\dfrac{2}{7}x^3\cdot\sqrt{x}+3\sqrt[3]{x}+C$

12) $F(x)=\dfrac{2x\sqrt{x}}{3\sqrt{5}}-\cos(4x+2)+C$

www.nismath.org

13) $F(x)=\frac{1}{4}x^4-2\operatorname{arctg}x+C$

14) $F(x)=x-2\operatorname{arctg}x+C$

15) $F(x)=\operatorname{tg}\frac{x}{2}+C$

16) $F(x)=\frac{x^4}{4}+\frac{2}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-2x+C$

17) $F(x)=-\operatorname{ctg}x-2x+C$

18) $F(x)=\frac{1}{4}\sin 4x+\frac{1}{6}\sin 6x+C$

19) $F(x)=\operatorname{tg}x-x+C$

20) $F(x)=\frac{1}{4}\operatorname{arcsin}\frac{4x}{3}+C$

21) $F(x)=\frac{1}{4}\operatorname{arctg}\frac{x}{4}+C$

22) $F(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{2x\sqrt{x}}{3}+x+C$

23) $F(x)=\frac{4}{7}x\cdot\sqrt[4]{x^3}+C$

24) $F(x)=\frac{2}{3}x\sqrt{x}-\frac{6}{7}x\cdot\sqrt[6]{x}+C$

25) $F(x)=3x-2\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^x}{\ln\frac{3}{2}}+C$

26) $F(x)=\frac{30^x}{\ln 30}+C$

27) $F(x)=\ln|x|+4\sqrt{x}+x+C$

28) $F(x)=-\frac{1}{4}\cos 2x-\frac{1}{2}\cos x+C$

29) $F(x)=\frac{1}{2}\operatorname{tg}\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+C$

30) $F(x)=3x-\frac{1}{2}\cos 6x+C$

www.nismath.org

Графигі $M_0(x_0;y_0)$ нүктесі арқылы өтетін $f(x)$ функциясының алғашқы образын табыңыз:

А

1) $f(x)=2x^4$; $M_0(-1;2)$

2) $f(x)=\sin 2x$; $M_0(0;1)$

3) $f(x)=4x^2+9x^{-2}$; $M_0(3;-2)$

4) $f(x)=10x\sqrt{x}$; $M_0(1;5)$

5) $f(x)=x^3$; $M_0(2;1)$

6) $f(x)=8x^3-5$; $M_0(1;4)$

7) $f(x)=\sin 4x$; $M_0\left(\frac{\pi}{12};\frac{1}{2}\right)$

ЖАУАПТАРЫ

1) $F(x)=\frac{2}{5}x^5+\frac{12}{5}$

2) $F(x)=-\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{3}{2}$

3) $F(x)=\frac{4}{3}x^3-\frac{9}{x}-35$

4) $F(x)=4x^2\sqrt{x}+1$

5) $F(x)=\frac{x^4}{4}-3$

6) $F(x)=2x^4-5x+7$

7) $F(x)=-\frac{1}{4}\cos 4x+\frac{5}{8}$

2 - тобы. 752

Интегралды есептеңіз:

А

1) $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\left(\frac{1}{\cos^2 x}-\frac{1}{\sin^2 x}\right)dx$

2) $\int\limits_1^2\frac{dx}{2-3x}$

3) $\int\limits_1^6\frac{dx}{\sqrt{x+3}}$

4) $\int\limits_1^2\left(3x^4+2x^2-5\right)dx$

5) $\int_4^9 \left(\frac{2x}{5}+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)dx$

6) $\int_0^1 \frac{dx}{(2x+1)^3}$

7) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^2 x}-\sin x\right)dx$

8) $\int_1^4 \frac{6}{x\sqrt{x}}dx$

9) $\int_3^{11} \frac{dx}{\sqrt{2x+3}}$

10) $\int_{2\ln 2}^{\ln 2} e^{2x}dx$

11) $\int_0^4 \frac{dx}{0,5x+1}$

12) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \left(1+\operatorname{ctg}^2 x\right)dx$

13) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^2 x\,dx$

B

14) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x\,dx$

15) $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \left(1-2\sin^2 2x\right)dx$

16) $\int_0^1 \frac{9-4x^2+\sqrt{3-2x}}{3-2x}dx$

17) $\int_{-1}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

18) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{9+x^2}$

19) $\int_{-2}^{14} \sqrt[3]{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2}\,dx$

20) $\int_1^4 \frac{(x-2)^2}{\sqrt{x}}dx$

21) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\cos^2\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-\sin^2\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\right)dx$

www.nismath.org

www.nismath.org

22) $\int_{-2}^{2} \frac{x^3+x+x^2+1}{1+x^2}\,dx$

23) $\int_{0}^{2} |1-5x|\,dx$

24) $\int_{0}^{3} |2-x|\,dx$

25) $\int_{1}^{4} \frac{x\cdot\sqrt[5]{x^2}}{\sqrt[10]{x^9}}\,dx$

26) $\int_{0}^{4} \frac{dx}{16+x^2}$

27) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x\cdot\cos^2 x}$

28) $\int_{1}^{9} \frac{x-1}{\sqrt{x}+1}\,dx$

29) $\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dx}{2\sqrt{1-x^2}}$

30) $\int_{0}^{1} \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}\,dx$

ЖАУАПТАРЫ

1) 0	**2)** $-\frac{2}{3}\ln 2$	**3)** 2	**4)** $\frac{274}{15}$	**5)** 14
6) $\frac{2}{9}$	**7)** 2	**8)** 6	**9)** 2	**10)** –6
11) $\ln 9$	**12)** 1	**13)** $1-\frac{\pi}{4}$	**14)** $\frac{\pi}{2}$	**15)** $\frac{1}{4}$
16) $3+\sqrt{3}$	**17)** $\frac{5\pi}{6}$	**18)** $\frac{\pi}{18}$	**19)** 38,4	**20)** $\frac{26}{15}$
21) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$	**22)** 4	**23)** $\frac{41}{5}$	**24)** 2,5	**25)** $\frac{14}{3}$
26) $\frac{\pi}{16}$	**27)** $\frac{2}{\sqrt{3}}$	**28)** $\frac{28}{3}$	**29)** $\frac{\pi}{24}$	**30)** $\frac{8}{15}$

www.nismath.org

Теңдеулерді шешіңіз:

В

1) $\int_0^3 x^2\,dx = 4y^2 + 5$

2) $\int_0^2 (x+1)\,dx = y^2$

3) $\int_{-1}^3 (x+3)\,dx = y^2 - y$

4) $\int_0^3 (x^2+1)\,dx = y^2 + y$

5) $\int_0^2 (x-2)\,dx = y^2 + 3y$

ЖАУАПТАРЫ

1) ± 1 2) ± 2 3) $\frac{1 \pm \sqrt{65}}{2}$ 4) $-4;\ 3$ 5) $-2;\ -1$

Теңсіздіктерді шешіңіз:

В

1) $\int_{-2}^4 (x+3)\,dx \geq y^2 + 8$

2) $\int_{-3}^0 (x+4)\,dx \leq y^2 - \frac{3}{2}$

3) $\int_2^6 (x-2)\,dx \geq y^2 + 2$

4) $\int_{-2}^4 (x+2)\,dx \geq y^2 + 15$

5) $\int_{-1}^3 (x+5)\,dx \leq 2y^2 + 6$

ЖАУАПТАРЫ

1) $[-4; 4]$ 2) $(-\infty; -3] \cup [3; \infty)$ 3) $\left[-\sqrt{6}; \sqrt{6}\right]$

4) $\left[-\sqrt{3}; \sqrt{3}\right]$ 5) $(-\infty; -3] \cup [3; \infty)$

7.5.3 www.nismath.org

3 - тобы. Төмендегі сызықтармен шектелген фигураның ауданын есептеңіз:

A

1) $y=x^2;\ \ y=2x.$

2) $y=x;\ \ y=\frac{1}{x};\ \ y=0;\ \ x=e.$

3) $y=9-x^2;\ \ y=x^2+1;\ \ x=0.$

4) $y=2\sin x;\ \ y=1;\ \ x\in[0;\pi].$

5) $y=\frac{1}{4}x^3;\ \ y=\sqrt{2x}\ .$

B

6) $y=2\cos x;\ \ y=0;\ \ x=\frac{\pi}{6};\ \ x=\frac{\pi}{3}.$

7) $y=4x-x^2;\ \ y=0.$

8) $y=\frac{6}{x};\ \ y+x=7.$

9) $y=x^2;\ \ y=\frac{1}{x^2};\ \ y=0;\ \ x=2;\ \ x\geq 0.$

10) $F(0)=1$ екендігін ескеріп, $y=2x-2$ және оның $F(x)$ алғашқы образының графигімен.

11) $y=4x-x^2$ функциясының графигімен және $(4;0)$ мен $(0;4)$ нүктелері арқылы өтетін түзумен.

12) $y=\int\limits_{x^2}^{x^2+1} t\,dt$ және $y=1,5$ түзуімен.

13) $y=1-x;\ \ y=0;\ \ y=(x+1)^2;\ \ x\geq -1.$

14) $y=(x-2)(2x-3);\ \ y=0.$

www.nismath.org

15) $y=x^2-2x+1$ қисығымен және оның туындысының $y'(x)$ графигімен.

16) $y=2\sqrt{x}$; $y=4$; $x=0$.

17) $y=3^x$; $y=9^x$; $x=1$.

18) $y=\sqrt{x}$; $y=\sqrt{4-3x}$; $y=0$.

19) $y=\frac{4}{x^2}$; $y=-3x+7$.

20) $y=x^2-6x+4$; $y=4-x^2$.

21) $y=-6x$; $y=0$; $x=4$.

22) $y=\frac{1}{1+x^2}$; $y=0$; $x=0$; $x=1$.

23) $y=\frac{3}{\sqrt{x}}$; $y=0$; $x=1$; $x=4$.

24) $y=\sin x$; $y=\cos x$; $x=0$; $x\in\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$.

25) $y=\sqrt{x}$; $y=x-6$; $y=0$.

26) $y=3-|x-3|$; $y=0$.

27) $y=|x^2-4|$; $y=0$; $x=-1$; $x\in[-1;2]$.

28) $y=x^2-2x+2$ қисығымен және оған $M(3;5)$ нүктесі арқылы жүргізілген жанамамен және $x=0$ түзуімен.

ЖАУАПТАРЫ

1) $1\frac{1}{3}$ **2)** 1,5 **3)** $\frac{32}{3}$ **4)** $2\sqrt{3}-\frac{2\pi}{3}$

www.nismath.org

5) $1\frac{2}{3}$ 6) $\sqrt{3}-1$ 7) $\frac{32}{3}$ 8) $17,5-6\ln 6$

9) $\frac{5}{6}$ 10) $\frac{4}{3}$ 11) 4,5 12) $\frac{4}{3}$

13) $\frac{5}{6}$ 14) $\frac{1}{24}$ 15) $\frac{4}{3}$ 16) $5\frac{1}{3}$

17) $\frac{2}{\ln 3}$ 18) $\frac{8}{9}$ 19) $\frac{1}{2}$ 20) 9

21) 48 22) $\frac{\pi}{4}$ 23) 6 24) $\sqrt{2}-1$

25) 13,5 26) 9 27) 9 28) 9

7.5.4

4-тобы. Төмендегі сызықтармен шектелген қисық сызықты трапецияны абсцисса осіне қатысты айналу кезінде пайда болған дененің көлемін табыңыз.

В

1) $y=x^2;\ y=x.$

2) $y=x+2;\ y=1;\ x=0;\ x=2.$

3) $y=\sqrt{x};\ y=x.$

4) $y=\sin x;\ y=0;\ x\in[0;\pi].$

5) $y=\frac{1}{x};\ y=0;\ x=\frac{1}{2};\ x=2;\ y=x.$

6) $y=\frac{1}{x};\ x=2;\ x=3;\ y=0.$

7) $y=x^3;\ y=\sqrt{2-x};\ x=0.$

8) $y=x^2+1;\ x=0;\ x=3;\ y=0.$

www.nismath.org

9) $y=\sqrt{4x}$; $y=\frac{1}{4}x^2$.

10) $y=2-2x^2$; $y=0$.

11) $y=\frac{1}{x^2}$; $x=\frac{1}{2}$; $y=x$.

12) $y=\sin x$; $y=\frac{2}{\pi}x$; $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

13) $y=\sqrt{\cos x}$; $y=0$; $x=-\frac{\pi}{4}$; $x=\frac{\pi}{4}$.

14) $y=x^2$; $y=\sqrt{x}$.

15) $xy=2$; $x=1$; $x=2$; $y=0$.

16) $2x-3y-6=0$; $x-3=0$; $x-9=0$; $y=0$.

17) $y=\frac{1}{3}x^2$; $x=0$; $y=0$; $x=3$.

ЖАУАПТАРЫ

1) $\frac{2\pi}{15}$ **2)** $16\frac{2}{3}\pi$ **3)** $\frac{\pi}{6}$ **4)** $\frac{\pi^2}{2}$

5) $\frac{19\pi}{24}$ **6)** $\frac{\pi}{6}$ **7)** $1\frac{5}{14}\pi$ **8)** $69,6\pi$

9) $19,2\pi$ **10)** $\frac{64\pi}{15}$ **11)** $\frac{49\pi}{24}$ **12)** $\frac{\pi^2}{12}$

13) $\sqrt{2}\pi$ **14)** $\frac{3\pi}{10}$ **15)** 2π **16)** 32π

17) $\frac{27\pi}{5}$

www.nismath.org

VIII ТАРАУ. ПЛАНИМЕТРИЯ

§ 1. ҮШБҰРЫШТАР

1 – тобы. «Кез келген үшбұрыш» тақырыбына байланысты есептерді шешіңіз: 8.1.1

А

1. Қабырғаларының ұзындықтары 4 және 6, ал олардың арасындағы бұрышының тангенсі 0,75-ке тең екендігі белгілі болса, үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: 7,2.

2. Үшбұрыштың табаны 60, биіктігі 12, ал табанына жүргізілген медианасы 13-ке тең. Үшбұрыштың үлкен бүйір қабырғасын анықтаңыз.

Жауабы: 37.

3. Үшбұрыштың бұрышы $\frac{\pi}{3}$, ал оған қарама–қарсы қабырғасы $\sqrt{7}$-ге тең. Басқа қабырғаларының ұзындығы $a:b=3:1$ қатынасындай. Үшбұрыштың үлкен қабырғасын табыңыз.

Жауабы: 3.

4. Қабырғалары 4; 13 және 15 болатын үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: 24.

5. Үшбұрышқа іштей сызылған шеңбердің радиусы 3-ке тең, ал үшбұрыштың периметрі – 20. Үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: 30.

6. ABC үшбұрышындағы $AB=8$; $AC=5$;

$\angle A:\angle B:\angle C=3:4:11$. Үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: 10.

7. ABC үшбұрышындағы: $\angle A=73°$, $\angle B=85°$. BC қабырғасына түсірілген A бұрышының биссектрисасы мен биіктіктігінің арасындағы бұрыш қаншаға тең?

Жауабы: $31,5°$.

www.nismath.org

8. Үшбұрыштың биіктігі 12-ге тең және 21-ге тең қабырғасын 5:16 қатынасындай бөліктерге бөледі. Үшбұрыштың периметрін табыңыз.

Жауабы: 54.

9. Үшбұрыштың биіктігі 4-ке тең. Ол оны сәйкесінше периметрлері 16 және 23 болатындай екі үшбұрышқа бөледі. Осы үшбұрыштың периметрін табыңыз.

Жауабы: 31.

10. ABC үшбұрышының AC қабырғасының ұзындығын табыңыз, мұндағы B бұрышы доғал, $AB=13$; $BC=2$ және $\sin\angle B=\frac{5}{13}$.

Жауабы: $\sqrt{221}$.

11. Үшбұрышты орта сызығымен бөлгенде пайда болған төртбұрыштың ауданының үшбұрыштық ауданына қатынасын табыңыз.

Жауабы: 3:1.

12. Үшбұрыштағы ұзындықтары 3 және 4 болатын екі медиана тік бұрыш жасап қиылысады. Үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: 8.

13. ABC үшбұрышының ауданы 36-ға тең. $AK:KC=1:5$ болатындай, AC қабырғасында K нүктесі алынған. KBC үшбұрышының ауданын табыңыз.

Жауабы: 30.

14. Орта сызығы $4\sqrt{3}$, бұрыштарының шамалары 2; 3 және 4 сандарына пропорционал болатын үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің радиусын есептеңіз.

Жауабы: 4.

15. Үшбұрыш қабырғасының ортасынан түзулер жүргізілген, олар оның басқа екі қабырғаларына параллель. Егер осы үшбұрыштың ауданы 60 болса, шыққан төртбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: 30.

www.nismath.org

B

16. ABC үшбұрышында: $AB=8$; $BC=6$; $CA=3$ сәйкесінше бұрыштардың биссектрисалары BD және AE. ABC және CDE үшбұрыштарының аудандарының қатынасын табыңыз.

Жауабы: $\frac{77}{9}$.

17. Үшбұрыштың табаны a-ға тең, ал табанының бұрыштары $\frac{\pi}{6}$ және $\frac{\pi}{4}$ тең болса, үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: $\frac{a^2}{4}(\sqrt{3}-1)$.

18. ABC үшбұрышындағы A бұрышы $30°$-қа тең, ал BC қабырғасы AB қабырғасынан екі есе артық. Егер BDC үшбұрышының ауданы $4\sqrt{15}$ тең болса, AC қабырғасына B төбесінен жүргізілген BD биіктігін табыңыз.

Жауабы: $2\sqrt{2}$.

19. Үшбұрыштың екі қабырғасы сәйкесінше 6 және 8. Осы қабырғаларға жүргізілген медианалар өзара перпендикуляр. Үшбұрыштың үшінші қабырғасын табыңыз.

Жауабы: $2\sqrt{5}$.

20. ABC үшбұрышында $\angle B=120°$; $AB=7$; $AC=13$. Үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: $14\sqrt{3}$.

21. Үшбұрыштың ішкі бұрышының биссектрисасы қабырғаны 13 және 15-ке тең кесінділеріне бөледі. Екі қалған қабырғаларының қосындысы 56 болса, үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: 336.

22. MNP үшбұрышының N бұрышының биссектрисасы MP қабырғасын 28 және 12-ге тең кесінділеріне бөледі. Егер $MN-NP=18$ болса, MNP үшбұрышының периметрін табыңыз.

Жауабы: 85.

www.nismath.org

23. Қабырғалары 13; 14 және 15 болатын үшбұрыштың ең кіші биіктігін табыңыз.

Жауабы: 11,2.

24. O нүктесі, ABC үшбұрышының төбесінен бірдей қашықтықта, $\angle ABO = 48°$. $\angle ACB$ бұрышын табыңыз.

Жауабы: $42°$.

25. PQR үшбұрышының ауданы 36-ға тең. S нүктесі PQ қабырғасын $1:3$ қатынасында бөледі, ал T нүктесі – QR қабырғасының ортасы болып табылады. $STRP$ төртбұрышының ауданын табыңыз.

Жауабы: 22,5.

26. Егер $BC = 8$, ал AC және BC-ға түсірілген биіктіктердің ұзындықтары сәйкесінше 6,4 және 4 тең болса, ABC үшбұрышының AB және AC қабырғаларының ұзындықтарын табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{41}$; 5.

27. ABC үшбұрышындағы AC қабырғасы 26-ға тең, ал A және C төбелерінен жүргізілген медианалары сәйкесінше 36 және 15. Үшінші медианаңы табыңыз.

Жауабы: 39.

28. Доғал бұрышты үшбұрыштың үлкен қабырғасы 16, ал оның екі ұшынан жүргізілген биіктіктері, доғал бұрыштың төбесінен 2 және 3-ке тең қашықтықта болады. Үшбұрыштың екі кіші қабырғаларын табыңыз.

Жауабы: 8; 12.

29. ABC үшбұрышында: $AB = 6$; $BC = 9$; $AC = 5$; BM биссектрисасы және BN медианасы жүргізілген $(M \in AC,\ N \in AC)$. MN кесіндісінің ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 0,5.

30. ABC үшбұрышының ауданы 100-ге тең. M нүктесі AB қабырғасына тиісті, мұндағы $AM : AB = 3:10$. N нүктесі BC қабырғасына тиісті, мұндағы $BN : BC = 6:10$. K нүктесі CA қабырғасына тиісті, мұндағы $CK : CA = 7:10$. MNK үшбұрышының ауданын табыңыз

Жауабы: 21.

www.nismath.org

31. Үшбұрышқа (қабырғалары 6; 9; 11) іштей дөңгелек салынған. Үшбұрыштың қабырғалары жанасу нүктелерімен бөлінген. Барлық алты бөліктің ішінен кішісінің ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 2.

32. ABC үшбұрышында $AB=19$, бұрыштары $\angle A=\operatorname{arctg}\frac{5}{2}$, $\angle B=\operatorname{arctg}\frac{2}{3}$. ABC үшбұрышының ауданын табыңыз.

Жауабы: 95.

33. ABC үшбұрышында BM биссектрисасы және BN биіктігі жүргізілген, мұндағы $M\in AC$ және $N\in AC$; $AM=8$; $MN=1$; $NC=3$. BN биіктігінің квадратын табыңыз.

Жауабы: 15.

34. ABC үшбұрышында AM медианасы жүргізілген. Егер $AC=3\sqrt{2}$, $BC=10$, $\angle MAC=45^\circ$ болса, ABC үшбұрышының ауданын табыңыз.

Жауабы: 21.

35. $BK=12$, $AK=4$, $\angle BOK=\angle BAO$, $\cos\angle B=\frac{\sqrt{6}}{3}$ болатындай ABO үшбұрышының AB қабырғасында K нүктесі жатыр. OBK үшбұрышының ауданын табыңыз.

Жауабы: 48.

36. $\angle C=30^\circ$, $AB=5$, $BC=8$ болатындай ABC үшбұрышында A бұрышы – доғал. AC қабырғасын табыңыз.

Жауабы: $4\sqrt{3}-3$.

37. ABC үшбұрышының BC қабырғасы 25-ке тең, биіктігі $BD=15$, оған сырттай сызылған шеңбердің радиусы $R=32{,}5$. Үшбұрыштың қалған екі қабырғаларын анықтаңыз.

Жауабы: 39; 56.

38. Үшбұрыштың екі сүйір бұрышының синустары $\frac{3}{5}$ және $\frac{5}{13}$-ке тең, ал оған сырттай сызылған шеңбердің радиусы 32,5. Үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: 420.

www.nismath.org

39. Үшбұрыштың екі қабырғасы 2 және $2\sqrt{15}$, ал үшінші қабырғасының медианасы 4. Үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: $2\sqrt{15}$.

40. MNK үшбұрышында $\angle MNK$ бұрышы – доғал. MD және KE биіктіктері P нүктесінде қиылысады. $PN=5$; $MK=10$. $MNKP$ төртбұрышының ауданын табыңыз.

Жауабы: 25.

8.1.2

2 – тобы. «Тең бүйірлі үшбұрыш» тақырыбына байланысты есептерді шешіңіз:

A

1. Тең бүйірлі үшбұрышта $AB=BC=2$; $AC=1$. AM медианасының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

2. Тең бүйірлі үшбұрыштың табанының бұрышы $\frac{\pi}{4}$-ке тең, ал бүйір қабырғасы $3\sqrt{2}$. Медианалар төбесінен қандай қашықтықта қиылысады?

Жауабы: 2.

3. ABC $(AB=BC)$ тең бүйірлі үшбұрышына іштей сызылған дөңгелектің радиусы BD биіктіктігінің 0,4-ін құрайды, ал үшбұрыштың периметрі 40. AC табанының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 16.

4. ABC $(AB=BC)$ тең бүйірлі үшбұрышының табаны $AC=48$, ал бүйір қабырғасы 30. Сырттай сызылған шеңбердің радиусын анықтаңыз.

Жауабы: 25.

5. Тең бүйірлі үшбұрыштың бүйір қабырғасына жүргізілген биіктігі 4-ке тең. Төбесіндегі бұрышы $\frac{2\pi}{3}$. Үшбұрыштың табанының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 8.

www.nismath.org

6. ABC $(AB=BC)$ тең бүйірлі үшбұрышының периметрі 95-ке тең, ал AC табаны периметрдің 40%-ын құрайды. AB бүйір қабырғасының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 28,5.

7. Тең бүйірлі үшбұрыштың периметрі 32-ге тең, ал табанының бүйір қабырғасына қатынасы $6:5$ қатынасындай. Үшбұрыштың ауданын анықтаңыз.

Жауабы: 48.

8. Табаны 10 және бүйір қабырғасы 13 болатын, тең бүйірлі үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің R радиусы мен іштей сызылған r радиусын табыңыз.

Жауабы: $r=\frac{10}{3}$; $R=\frac{169}{24}$.

9. Табаны AC ABC тең бүйірлі үшбұрышында AF. биссектрисасы мен AH биіктігі жүргізілген. $\angle B=112°$ болса, AHF үшбұрышының бұрыштарын табыңыз.

Жауабы: $39°$, $51°$ и $90°$.

10. Тең бүйірлі үшбұрыштың табаны мен биіктігі 4-ке тең. Осы үшбұрышқа сырттай сызылған дөңгелектің ауданын табыңыз.

Жауабы: $\frac{25\pi}{4}$.

11. Егер бүйір қабырғасына жүргізілген биіктік 8-ге тең және табанымен $45°$ бұрышты құрайтын болса, тең бүйірлі үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: 32.

12. Тең бүйірлі үшбұрыштың табанының бұрышы $30°$-қа тең. Бір бүйір қабырғасына түсірілген биіктік пен екінші бүйір қабырғасының арасындағы бұрышты табыңыз.

Жауабы: $30°$.

13. Тең бүйірлі үшбұрыштың бүйір қабырғасы 5-ке тең, ал төбесіндегі бұрышының косинусы $\frac{7}{25}$-ке тең. Үшбұрыштың бүйір қабырғасына түсірілген биіктіктің ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 4,8.

www.nismath.org

14. Ауданы 25-ке тең, ал табанындағы α бұрыштарының $\operatorname{tg}\alpha = 4$ болатын, тең бүйірлі үшбұрыштың табанының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 5.

15. Табаны AC, ал табанындағы бұрышы $75°$ болатын, тең бүйірлі ABC үшбұрышына центрі O шеңбер салынған. Егер BOC үшбұрышының ауданы 16 тең болса, оның раудиусын табыңыз.

Жауабы: 8.

16. ABC тең бүйірлі үшбұрышына іштей шеңбер сызылған. Оның AC табанына параллель, бүйір қабырғаларын D және E нүктелерінде қиятын шеңберге жанама жүргізілген. Егер $DE = 8$, $AC = 18$ болса, шеңбердің радиусын табыңыз.

Жауабы: 6.

17. Тең бүйірлі үшбұрыштың табанының ұзындығы 15, ал бүйір қабырғасына түсірілген биіктігі 12. Үшбұрыштың ауданын анықтаңыз.

Жауабы: 75.

18. Тең бүйірлі үшбұрыштың периметрі 128, ал оның табаны – 48. Үшбұрышқа іштей сызылған шеңбердің радиусын табыңыз.

Жауабы: 12.

19. Тең бүйірлі үшбұрыштың табанына жүргізілген биіктігі 20, ал табанының бүйір қабырғаға қатынасы $2:3$ қатынасындай. Іштей сызылған дөңгелектің радиусын анықтаңыз.

Жауабы: 5.

20. Радиусы 10 болатын шеңберге төбесінің бұрышы $120°$ тең, тең бүйірлі үшбұрыш іштей сызылған. Үшбұрыштың қабырғаларын табыңыз.

Жауабы: 10; 10; $10\sqrt{3}$.

21. Бүйір қабырғасы a және төбесіндегі бұрышы $\alpha = \arccos(0{,}9)$ болатын тең бүйірлі үшбұрыштың табанының бір төбесінен бүйір қабырғаға қарай жүргізілген биіктік пен медианасының табандарының ара қашықтығын табыңыз.

Жауабы: $0{,}4a$.

22. Табаны $AC = 6$ болатын ABC тең бүйірлі үшбұрышына іштей шеңбер салынған, жанасу нүктесі бүйір қабырғаларды $7:6$ қатынасында бөледі. Егер $\angle B < 60°$ болса, үшбұрыштың периметрін табыңыз.

Жауабы: 19.

www.nismath.org

B

23. ABC $(AB=BC)$ тең бүйірлі үшбұрышына шеңбер іштей салынған. Үшбұрыштың төбесінен түсірілген BD биіктігі 8-ге тең. $\cos\angle A=\frac{3}{5}$ болса, іштей сызылған шеңбердің радиусын табыңыз.

Жауабы: 3.

24. ABC $(AB=BC)$ тең бүйірлі үшбұрышының қабырғасы $AB=12$. BD биіктігінің ортасы арқылы $MN\parallel BC$ кесіндісі жүргізілген. MN ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 9.

25. Бүйір қабырғасы 50, ал табаны 60-қа тең, тең бүйірлі үшбұрышқа іштей дөңгелек салынған. Бүйір қабырғаларда орналасқан жанасу нүктелерінің арасындағы қашықтықты анықтаңыз.

Жауабы: 24.

26. Табаны AC ABC тең бүйірлі үшбұрышының ішінде табанынан $\sqrt{3}$ қашықтықта және бүйір қабырғаларынан 6-ға тең қашықтықта орналасқан M нүктесі жатыр. Егер $\angle B=120^\circ$ болса, ABC үшбұрышының табанын табыңыз.

Жауабы: 30.

27. Табаны $4\sqrt{2}$ және бүйір қабырғасына түсірілген медианасы 5-ке тең, тең бүйірлі үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: $4\sqrt{14}$.

28. Тең бүйірлі үшбұрыштың бұрышы 120°, оның төбесі арқылы үлкен қабырғамен 60° жасайтын түзу жүргізілген. Пайда болған үшбұрыш бөліктерінің аудандарының қатынастарын табыңыз.

Жауабы: $1:2$.

29. Тең бүйірлі үшбұрыштың табаны 2, ал бүйір қабырғаларға жүргізілген медианалар өзара перпендикуляр. Үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: 3.

www.nismath.org

30. ABC $(AB=BC)$ тең бүйірлі үшбұрышында медианалардың қиылысу нүктесі арқылы AC-ға параллель түзу жүргізілген. Ол AB қабырғасымен M нүктесінде қиылысады, ал BC қабырғасымен N нүктесінде қиылысады. Егер $MN=12$, ал ABC үшбұрышының ауданы 108-ге тең болса, осы түзумен AB қабырғасы қандай кесінділерге бөлінетінін анықтаңыз.

Жауабы: 5; 10.

31. ABC $(AB=BC)$ тең бүйірлі үшбұрышында, центрі A, радиусы AC шеңбердің доғасы жүргізілген, ол AB қабырғасын D нүктесінде қиып өтеді. Егер $AC=6$, $DC=8$ болса, BC қабырғасын анықтаңыз.

Жауабы: 27.

32. Табаны $CD=16$, BCD сүйір бұрышты тең бүйірлі үшбұрышына радиусы 10 центрі O шеңбер іштей салынған. BOC үшбұрышының ауданын табыңыз.

Жауабы: 40.

8.1.3

3 – тобы. «Тең қабырғалы үшбұрыш» тақырыбына байланысты есептерді шешіңіз:

А

1. ABC тең қабырғалы үшбұрышында сәйкесінше AB, BC, AC қабырғаларының орталары болатындай K, L және M нүктелері белгіленген. Егер KBL үшбұрышының периметрі 27-ге тең болса, $AKLM$ параллелограмының периметрін табыңыз.

Жауабы: 36.

2. Тең қабырғалы үшбұрыштың биіктігі 10-ға тең. Оның биссектрисаларының қиылысу нүктесі оның қабырғаларынан қандай қашықтықта болатындығын анықтаңыз.

Жауабы: $\frac{10}{3}$.

3. Радиусы 10 болатын шеңберге іштей сызылған тең қабырғалы үшбұрыштың биіктігін есептеңіз.

Жауабы: 15.

www.nismath.org

4. Радиусы 10 болатын шеңберге сырттай сызылған тең қабырғалы үшбұрыштың қабырғасын есептеңіз.

Жауабы: $20\sqrt{3}$.

5. Қабырғасы 4 болатын тең қабырғалы үшбұрышқа іштей сызылған шеңбердің радиусын есептеңіз.

Жауабы: $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

6. Дұрыс үшбұрыштың биіктігі 9-ға тең. Үшбұрышқа іштей сызылған шеңбердің радиусын табыңыз.

Жауабы: 3.

7. ABC тең қабырғалы үшбұрышының A төбесі D нүктесімен қосылған. Мұндағы D нүктесі BC қабырғасын $BD=1$ және $DC=2$ кесінділеріне бөледі. AD кесіндісін анықтаңыз.

Жауабы: $\sqrt{7}$.

8. Ауданы $12\sqrt{3}$-ке тең дұрыс үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің радиусын анықтаңыз.

Жауабы: 4.

9. Шеңберге дұрыс үшбұрыш пен квадрат іштей сызылған. Квадраттың қабырғасы a. Үшбұрыштың периметрін табыңыз.

Жауабы: $\frac{3a\sqrt{6}}{2}$.

B

10. Дұрыс үшбұрыштың 2-ге тең қабырғасы диаметрі болатындай шеңбер салынған. Үшбұрыш пен дөңгелектің ортақ бөлігінің S ауданын табыңыз.

Жауабы: $\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{2}$.

11. Дұрыс үшбұрышқа іштей және сырттай сызылған шеңберлердің ұзындықтарының қосындысы $7\sqrt{3}\pi$-ге тең. Үшбұрыштың периметрін табыңыз.

Жауабы: 21.

www.nismath.org

12. Шеңберге іштей сызылған квадраттың ауданы 16-ға тең. Осы шеңберге сырттай сызылған дұрыс үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: $24\sqrt{3}$.

13. Радиусы R шеңберге дұрыс үшбұрыш іштей сызылған. Оның қабырғасына квадрат салынған. Квадратқа сырттай сызылған шеңбердің радиусын анықтаңыз.

Жауабы: $\frac{1}{2}R\sqrt{6}$.

14. Тең қабырғалы үшбұрышқа сырттай радиусы $2\sqrt{3}$ болатын шеңбер салынған, оның центрі арқылы түзу жүргізілген, ол үшбұрыштың қабырғаларының біріне параллель. Үшбұрыштың басқа екі қабырғалары арасындағы осы түзудің бөлігінің ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 4.

15. ABC тең қабырғалы үшбұрышына шеңбер іштей салынған және осы шеңберге жанасатын MN кесіндісі жүргізілген, MN AB қабырғасына параллель $AB=18$, $AMNB$ трапециясының периметрін анықтаңыз.

Жауабы: 48.

8.1.4

4 – тобы. «Тік бұрышты үшбұрыш» тақырыбына байланысты есептерді шешіңіз:

А

1. Тік бұрышты үшбұрыштың сүйір бұрышы 30°, ал тік бұрыштың төбесінен жүргізілген биіктігі $\sqrt{3}$. Гипотенузаны табыңыз.

Жауабы: 4.

2. Тік бұрышты үшбұрыштың катеттерінің бірі 9-ға тең, ал оған сырттай сызылған шеңбердің радиусы 6-ға тең. Осы катеттің ортасынан шеңбердің центріне дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: $\frac{3\sqrt{7}}{2}$.

3. Тік бұрышты үшбұрыштың гипотенузасы 25, ал катеттерінің бірі 10. Екінші катеттің гипотенузадағы проекциясын табыңыз.

Жауабы: 21.

www.nismath.org

4. Тік бұрышты үшбұрыштың катеттерінің ұзындықтары 12 және 35-ке тең. Гипотенузаға жүргізілген медиананың ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 18,5.

5. Тік бұрышты үшбұрыштың катеттері 9 және 40. Осы үшбұрыштың гипотенузаға түсірілген биіктігін табыңыз.

Жауабы: $8\frac{32}{41}$.

6. іштей сызылған дөңгелектің радиусы катеттердің айырмасының жартысына тең болса, тік бұрышты үшбұрыштың кіші бұрышының градустық өлшемін табыңыз.

Жауабы: $30°$.

7. Катеті 6-ға тең тік бұрышты үшбұрышқа үшбұрышпен тік бұрышы ортақ квадрат салынған. Егер квадраттың диагоналі $2\sqrt{2}$ болса, үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: 9.

8. Сүйір бұрышы $60°$ тік бұрышты үшбұрышына ромб салынған, олардың $60°$ бұрышы ортақ, ал ромбының қалған үш төбесі үшбұрыштың қабырғаларында жатады. Егер ромбының қабырғасы 2,4 болса, үлкен катеттің ұзындығын табыңыз.

Жауабы: $3,6\sqrt{3}$.

9. ABC $(\angle C=90°)$ тік бұрышты үшбұрыштың CK – биссектрисасы болып табылады, $\angle A=15°$, $AC=\sqrt{3}$. AK табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{2}$.

10. Периметрі 72 болатын тік бұрышты үшбұрышқа іштей сызылған шеңбердің радиусы 6-ға тең. Оған сырттай сызылған шеңбердің радиусын табыңыз.

Жауабы: 15.

11. Тік бұрышты үшбұрышқа шеңбер іштей сызылған. Егер гипотенузасы 20, ал шеңбердің радиусы 4-ке тең болса, үшбұрыштың периметрін табыңыз.

Жауабы: 48.

www.nismath.org

12. Тік бұрышты үшбұрыштың ауданы 8-ге тең. Катеттерінің біреуінің ұзындығы 5-ке тең. Тік бұрышты үшбұрыштың кіші сүйір бұрышын табыңыз.

Жауабы: $\operatorname{arctg} 0,64$.

13. Тік бұрышты үшбұрыштың катеті 8-ге тең, ал оның гипотенузадағы проекциясы 6,4. Осы үшбұрыштың ауданы қаншаға тең?

Жауабы: 24.

14. Тік бұрышты үшбұрыштың катеттерінің бірі екінші катеттен 2 есе артық. Осы үшбұрыштың гипотенузасына түсірілген биіктігі 12. Үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: 180.

15. ABC тік бұрышты үшбұрышының AB катеті диаметр болатындай шеңбер салынған, ол C-дан бастап санағанда гипотенузаны $3:2$ қатынасында бөледі. Егер гипотенуза 10-ға тең болса, осы үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: $10\sqrt{6}$.

16. ABC тік бұрышты үшбұрышында: катеті $BC=36$, BAC бұрышының косинусы $\frac{8}{17}$-ге тең. Үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: 345,6.

В

17. Радиусы 3-ке тең шеңбердің центрі O ABC тік бұрышты үшбұрышының AC гипотенузасында жатыр. Үшбұрыштың катеттері шеңберге жанасады. Егер OC кесіндісінің ұзындығы 5-ке тең екендігі белгілі болса, ABC үшбұрышының ауданын табыңыз.

Жауабы: $18\frac{3}{8}$.

18. Тік бұрышты үшбұрыштың ауданы 30, ал сүйір бұрыштардың бірінің тангенсі 2,4. Гипотенузаны табыңыз.

Жауабы: 13.

19. Тік бұрышты үшбұрыштың гипотенузасы 10-ға тең, кіші катеттің гипотенузадағы проекциясы 3,6. Осы үшбұрышқа іштей сызылған дөңгелектің радиусын табыңыз.

Жауабы: 2.

www.nismath.org

20. Тік бұрышты үшбұрышқа іштей сызылған шеңбердің жанасу нүктесі гипотенузаны ұзындықтары 5 және 12 болатын кесінділерге бөледі. Іштей сызылған шеңбердің радиусын табыңыз.

Жауабы: 3.

21. Шеңберге іштей сызылған шеңбердің радиусы 3-ке тең, ал катеттерінің бірі 10-ға тең болса, тік бұрышты үшбұрышқа шеңбердің радиусын табыңыз.

Жауабы: $\frac{29}{4}$.

22. Дөңгелектің және оған іштей сызылған тік бұрышты үшбұрыштың аудандарының қатынасы π -ге тең. Осы үшбұрыштың сүйір бұрышын табыңыз.

Жауабы: $45°$.

23. Тік бұрышты үшбұрыштың катетінің ұзындығы 100, ал осы катетке іргелес сүйір бұрыштың синусы $\frac{21}{29}$-ге тең. Оған іштей сызылған шеңбердің радиусын табыңыз.

Жауабы: 30.

24. Тік бұрышты үшбұрыштың гипотенузасы 10, ал оған іштей сызылған шеңбердің радиусы 2-ге тең. Үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: 24.

25. Тік бұрышты үшбұрыштың биссектрисасы гипотенузаны 20-ға және 15-ке тең кесінділерге бөледі. Үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: 294.

26. ABC тік бұрышты үшбұрышындағы AC және BC катеттерінің ұзындықтары сәйкесінше 12 және 8-ге тең. K нүктесі – BD медианасының ортасы. CK кесіндісінің ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 5.

27. Тік бұрышты үшбұрыштың сүйір бұрыштарының төбесінен шығатын медианалардың ұзындықтары 15 және $6\sqrt{5}$. Үшбұрыштың гипотенузасын табыңыз.

Жауабы: 18.

www.nismath.org

28. ABC тік бұрышты үшбұрышының BC катеті диаметр болатындай шеңбер салынған. Ол $AD:DB=16:9$ болатындай AB гипотенузасын D нүктесінде қиып өтеді. Егер $AC=4$ болса, ABC үшбұрышының ауданын табыңыз.

Жауабы: 6.

29. ABC $(\angle C=90°)$ тік бұрышты үшбұрышының катеттері 6-ға және 8-ге тең. CD биіктігі мен CM медианасы жүргізілген. CDM үшбұрышының ауданын табыңыз.

Жауабы: 3,36.

30. Катеттерінің бірі екіншісіне қарағанда центрге екі есе жақын болатындай, радиусы $5\sqrt{5}$ болатын шеңберге тік бұрышты үшбұрыш іштей сызылған. Үлкен катеттің ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 20.

31. Тік бұрышты үшбұрыштың катеттері 15-ке және 20-ға тең. Оған іштей сызылған дөңгелектің центрінен гипотенузаға жүргізілген биіктікке дейінгі қашықтықты анықтаңыз.

Жауабы: 1.

32. Тік бұрышты үшбұрыштың бұрыштарының бірі 30°-қа тең. Оған іштей сызылған шеңбердің радиусы 4-ке тең болса, үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: $48+32\sqrt{3}$.

33. Сүйір бұрышы 60° болатын тік бұрышты үшбұрышқа сырттай және іштей сызылған шеңберлердің радиустарының қатынасын табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{3}+1$.

34. Катеттері 14 және 18 болатын тік бұрышты үшбұрышқа сүйір бұрыштардың медианалары жүргізілген. Олар алғашқы үшбұрышты үш үшбұрыш пен төртбұрышқа бөледі. Осы төртбұрыштың ауданы қандай?

Жауабы: 42.

35. Гипотенузаға жүргізілген биіктік тік бұрышты үшбұрышты аудандары 384 және 216 болатын екі үшбұрышқа бөледі. Гипотенузаның ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 50.

www.nismath.org

36. Тік бұрышты үшбұрыштың катеттері 3 және 6-ға тең. Тік бұрыштың биссектрисасының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: $2\sqrt{2}$.

8.1.5

5 – тобы. «Ұқсас үшбұрыштар» тақырыбына байланысты есептерді шешіңіз:

А

1. Үшбұрыштың қабырғалары 4:5:6 қатынасындай. Оған ұқсас үшбұрыштың кіші қабырғасы 0,8-ге тең. Екінші үшбұрыштың қабырғаларын анықтаңыз.

Жауабы: 1; 1,2.

2. Үшбұрыштың қабырғалары 2:5:4 қатынасындай. Оған ұқсас үшбұрыштың периметрі 55-ке тең. Екінші үшбұрыштың қабырғаларын анықтаңыз.

Жауабы: 10; 25; 20.

3. Екі тең бүйірлі үшбұрыштың төбесіндегі бұрыштары тең. Бір үшбұрыштың бүйір қабырғасы мен табаны 17 және 10-ға тең; басқасының табаны 8-ге тең. Оның бүйір қабырғасын анықтаңыз.

Жауабы: 13,6.

4. ABC және $A_1B_1C_1$ үшбұрыштарында $\angle B = \angle B_1$ және B бұрышын жасайтын бірінші үшбұрыштың қабырғалары, B_1 бұрышын жасайтын екінші үшбұрыштың қабырғаларынан 2,5 есе артық. Егер олардың қосындысы 4,2-ге тең болса, AC және A_1C_1 анықтаңыз.

Жауабы: 3; 1,2.

5. Екі ұқсас үшбұрыштардың қабырғаларының қатынасы 3:4 қатынасындай, ал олардың аудандарының айырмасы 70-ке тең. Осы үшбұрыштардың аудандарын анықтаңыз.

Жауабы: 90; 160.

6. ABC үшбұрышы мен оның ішінде AC-ға параллель DE кесіндісі берілген ($D \in AB$, $E \in BC$). $AC = 20$, $AB = 17$ және $BD = 11{,}9$ болса, DE ұзындығын анықтаңыз.

Жауабы: 14.

www.nismath.org

7. ABC үшбұрышында $\angle BDC = \angle ABC$ және AC қабырғасында $AD = 7$ және $DC = 9$ кесінділері пайда болатындай BD түзуі жүргізілген. BC қабырғасы мен $BD : BA$ қатынасын анықтаңыз.

Жауабы: 12; $\frac{3}{4}$.

8. $\angle ABD = \angle BCA$ болатындай ABC үшбұрышында BD түзуі жүргізілген. Егер $AB = 2$ және $AC = 4$ болса, AD және DC кесінділерін анықтаңыз.

Жауабы: 1; 3.

9. Диагоналі BD $ABCD$ трапециясының (мұндағы $BC \parallel AD$), $\angle ABD$ және $\angle BCD$ бұрыштары тең. $BC = 10$, $DC = 15$ және $BD = 20$. AB және AD-ны анықтаңыз.

Жауабы: 30; 40.

10. Диагоналі AC $ABCD$ трапециясының $\angle ABC$ және $\angle ACD$ бұрыштары тең. Егер BC және AD табандары сәйкесінше 12 және 27-ге тең болса, AC диагоналін анықтаңыз.

Жауабы: 18.

11. Трапецияның табандары 5 : 9 қатынасындай, ал оның бүйір қабырғаларының бірі 16-ға тең. Ол басқа бүйір қабырғамен қиылысуы үшін, оны қаншаға ұзарту қажет?

Жауабы: 20.

12. Үшбұрышқа параллелограмм салынған, оның бір бұрышы үшбұрыштың бір бұрышымен сәйкес келеді. Осы бұрышты жасайтын үшбұрыштың қабырғалары 20 және 25-ке тең, ал параллелограмның оған параллель қабырғаларының қатынасы 6 : 5 қатынасындай. Параллелограмның қабырғаларын анықтаңыз.

Жауабы: 10; 12.

13. ABC және DEF үшбұрыштарында $\angle A = \angle E$ және $\angle C = \angle D$. $AB = 1{,}6$, $AC = 2$, $EF = 1{,}2$ және BC қабырғасы DF қабырғасынан 0,3-ке артық. Белгісіз қабырғаларды табыңыз.

Жауабы: 0,9; 1,2; 1,5.

14. ABC тік бұрышты үшбұрышының AC катетінде жатқан D нүктесінен, CB гипотенузасына DE перпендикуляр түсірілген. Егер $CB = 15$, $AB = 9$ және $CE = 4$ болса, CD кесіндісін табыңыз.

Жауабы: 5.

www.nismath.org

15. ABC үшбұрышы берілген. $AB=9$, $BC=15$. AC қабырғасынан алынған D нүктесінен $\angle DEC=\angle A$ болатындай DE түзуі жүргізілген (E нүктесі BC-да жатыр). Егер $DC=10$ болса, DE-ні табыңыз.

Жауабы: 6.

16. Оның екі төбесі үшбұрыштың табанында жататындай, табаны b және биіктігі h болатын үшбұрышқа квадрат іштей салынған. Квадраттың қабырғасын анықтаңыз.

Жауабы: $\dfrac{bh}{b+h}$.

17. ABC үшбұрышында BD биіктігі мен AE және $EF\perp AC$ болатындай биссектрисасы жүргізілген. Егер $BD=30$ және $AB:AC=7:8$ болса, EF-ті табыңыз.

Жауабы: 16.

18. ABC тең бүйірлі үшбұрышының AB бүйір қабырғасының ұзындығы 7-ге тең, AC табанының ұзындығы 4-ке тең. ACD үшбұрышы ABC үшбұрышына ұқсас және D нүктесі A және B-ға сәйкес келмейтіндей, AB қабырғасынан алынған. ABC үшбұрышының ауданының ACD үшбұрышының ауданына қатынасын табыңыз.

Жауабы: $\dfrac{49}{16}$.

19. Бір бұрышы ортақ тік бұрышты үшбұрышқа квадрат іштей салынған. Егер үшбұрыштың катеттері 10 және 15-ке тең болса, квадраттың ауданын табыңыз.

Жауабы: 36.

20. Гипотенузасы 15-ке тең тік бұрышты үшбұрыштың медианаларының қиылысу нүктесінен оның 12-ге тең катетіне дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 3.

В

21. Оның гипотенузасы осы үшбұрыштың табанына параллель, ал тік бұрыштың төбесі осы табанда жататындай, тік бұрышты тең бүйірлі үшбұрыш, табаны 30-ға тең, ал биіктігі 10-ға тең үшбұрышқа іштей салынған. Гипотенузаны анықтаңыз.

Жауабы: 12.

www.nismath.org

22. ABC үшбұрышының AB қабырғасы 30-ға тең, $BC=36$ және $CA=45$. $\angle ADB=\angle ABC$ болатындай AC қабырғасын D нүктесінде қиып өтетіндей B төбесінен түзу жүргізілген. BCD үшбұрышының периметрін табыңыз.

Жауабы: 85.

23. Үшбұрышқа бір бұрышы ортақ ромб іштей сызылған. Ромбтың қарама-қарсы төбесі үшбұрыштың қабырғасын $2:3$ қатынасында бөледі. Ромбының диагональдары $4\sqrt{5}$ және 8-ге тең. Ромбының қабырғалары жатқан үшбұрыштың қабырғаларын табыңыз.

Жауабы: 10; 15.

24. ABC тең бүйірлі үшбұрышының AB табанының A төбесі және CD биіктігінің ортасы арқылы түзу жүргізілген, ол үшбұрыштың BC бүйір қабырғасын L нүктесінде қиып өтеді. $CL:BL$ қатынасын анықтаңыз.

Жауабы: $1:2$.

25. Ромбының диагоналі, доғал бұрыштың төбесінен жүргізілген биіктігін, 10 және 6-ға тең кесінділерге бөледі. Ромбының периметрін табыңыз.

Жауабы: 80.

26. ABC сүйір бұрышты үшбұрышының AE және CD биіктіктері H нүктесінде қиылысады. Егер олардың қосындысы 18-ге тең, ал $AH=8$, $CH=4$ болса, олардың биіктіктерін анықтаңыз.

Жауабы: 10; 8.

27. Сүйір бұрышының төбесінен бастап санағанда катетін $1:2$ қатынасында бөлетін нүктеден гипотенузаға дейінгі қашықтық 2-ге тең. Екінші катеті 7-ге тең. Үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: $\dfrac{147\sqrt{13}}{13}$.

28. $ABCD$ тең бүйірлі трапециясының AC диагоналі CD бүйір қабырғасына перпендикуляр және BE биіктігін $BF=7$; $FE=9$ болатындай кесінділерге бөледі. Трапецияның кіші табанын анықтаңыз.

Жауабы: $9\dfrac{1}{3}$.

www.nismath.org

29. ABC үшбұрышы берілген, оның $AB=9$, $BC=12$, $AC=6$. AB қабырғасында $AD=4$ кесіндісі жатыр. CD кесіндісін анықтаңыз.

Жауабы: 8.

30. BD және AE ΔABC $(AB=BC)$ тең бүйірлі үшбұрышының биіктіктері. $BD:AE=5:6$, ED кесіндісі 15-ке тең үшбұрыштың бүйір қабырғасын анықтаңыз.

Жауабы: 25.

8.2.1
www.nismath.org

1-тобы. «Параллелограмм» тақырыбына байланысты есептерді шешіңіз:

А

1. Арасындағы сүйір бұрышы 37° $(\cos 37^\circ \approx 0{,}8)$ диагональдары 24 және 30-ға тең параллелограмның кіші қабырғасын табыңыз.

Жауабы: 9.

2. Параллелограмның сүйір бұрышы 60°. Доғал бұрыштың төбесінен жүргізілген параллелограмның биіктігі параллелограмның қабырғасын қақ бөледі. Егер оның периметрі 24-ке тең болса, параллелограмның кіші диагоналін табыңыз.

Жауабы: 6.

3. Параллелограмның диагональдары 12 және 20, ал олардың арасындағы бұрыш 60°-қа тең. Параллелограмның қабырғаларын табыңыз.

Жауабы: 14; $2\sqrt{19}$.

4. Параллелограмның екі қабырғалары 3 және 5, ал олардың диагональдарының бірі 4-ке тең. Оның кіші диагоналі мен параллелограмның сүйір бұрыштарының биссектрисаларының қиылысу нүктесіне дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 1.

5. Параллелограмның диагоналімен қиып түскендегі үшбұрыштың периметрі 25, ал параллелограмның периметрі 30. Диагональды табыңыз.

Жауабы: 10.

6. Параллелограмның қабырғалары 23 және 11, ал диагональдарының қатынасы $2:3$ қатынасындай. Үлкен диагоналінің ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 30.

7. Егер $a:b=5:8$, ал параллелограмның кіші диагоналі 28-ге тең болса, сүйір бұрышы 60° болатын параллелограмның a және b $(a \neq b)$ қабырғаларын табыңыз.

Жауабы: 20; 32.

www.nismath.org

8. $ABCD$ параллелограмының A және B бұрыштарының биссектрисалары CD қабырғасын үш бөлікке бөледі. Егер параллелограмның қабырғалары $AB=12$; $AD=5$ тең болса, әрбір бөлікті анықтаңыз.

Жауабы: 5; 2; 5.

9. Қабырғалары 5 және 8 болатын параллелограмның ауданы 32-ге тең. Параллелограмның үлкен бұрышының косинусы қаншаға тең?

Жауабы: $-0,6$.

10. Параллелограмның биіктіктері $3:4$ қатынасында. Периметрі 42-ге тең болса, параллелограмның қабырғаларын есептеңіз.

Жауабы: 9; 12.

11. Ауданы 144-ке тең, ал биіктіктері 8 және 12-ге тең болатын параллелограмның периметрін табыңыз.

Жауабы: 60.

12. Параллелограмның периметрі 44-ке тең. Оның диагональдары параллелограмды төрт үшбұрышқа бөледі. Олардың ішіндегі екі іргелес бөліктерінің периметрлерінің айырмасы 2-ге тең. Параллелограмның үлкен қабырғасының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 12.

13. $ABCD$ параллелограмындағы $AC \perp CD$ (AC – диагоналі), $CE \perp AD$, $AE=16$, $ED=4$. Параллелограмның ауданын табыңыз.

Жауабы: 160.

14. Параллелограмның кіші қабырғасы 13-ке тең, үлкен қабырғаға түсірілген биіктігі – 12, ал кіші диагоналі – 15-ке тең. Параллелограмның ауданын табыңыз.

Жауабы: 168.

15. $ABCD$ параллелограмының ауданы S-ке тең. M нүктесі BC түзуіне тиісті. AMD үшбұрышының ауданын табыңыз.

Жауабы: $\frac{1}{2}S$.

www.nismath.org

16. Параллелограмның екі қабырғасына перпендикуляр түзу, оны екі трапецияға бөледі, олардың әрқайсысына шеңберді іштей сызуға болады. Егер оның қабырғалары 2 және 3-ке тең болса, параллелограмның сүйір бұрышын табыңыз.

Жауабы: $30°$.

17. Параллелограмның бұрышы $30°$. Доғал бұрыштан жүргізілген биіктіктерінің арасындағы бұрыш қаншаға тең?

Жауабы: $30°$.

18. $ABCD$ параллелограмының BD диагоналінде K нүктесі жатыр, мұндағы $BK:KD=1:4$. AK түзуі BC қабырғасын қандай қатынаста бөледі?

Жауабы: $1:3$.

19. $ABCD$ параллелограмының B төбесі арқылы түзу жүргізілген, ол F нүктесінде AD қабырғасының созындысын қиып өтсе, ал E нүктесінде CD қабырғасын қиып өтеді. AD қабырғасы 5-ке тең, ал $BE:FE=3:2$ болса, DF кесіндісін анықтаңыз.

Жауабы: $3\frac{1}{3}$.

20. Периметрі 90, ал биіктіктері 12 және 15 болатын, параллелограмның ауданын табыңыз.

Жауабы: 300.

В

21. Параллелограмның α сүйір бұрышы және диагональдарының қиылысу нүктесінен тең емес қабырғаларына дейінгі a және b қашықтықтары берілген. Параллелограмның ауданын табыңыз.

Жауабы: $\frac{4ab}{\sin\alpha}$.

22. Параллелограмның диагональдарының бірі оның биіктігі болып табылады. Егер параллелограмның периметрі 50, ал оның қабырғаларының айырмасы бірге тең болса, дигональдарын анықтаңыз.

Жауабы: 5; $\sqrt{601}$.

www.nismath.org

23. Параллелограмның бұрыштарының бірі $\frac{2\pi}{3}$-ке тең. Үлкен диагоналінің квадраты 3-ке тең. Периметрі 4-ке тең болса, параллелограмның қабырғаларын табыңыз.

Жауабы: 1.

24. Бір қабырғасы 51, ал диагональдары – 40 және 74-ке тең параллелограмның ауданын есептеңіз.

Жауабы: 1 224.

25. ΔABC-ға $ADEF$ параллелограмы іштей салынған, оның периметрі 22. $AB=9$, $AC=12$, параллелограмның қабырғаларын табыңыз.

Жауабы: 3; 8.

26. Параллелограмның диагональдары 19 және 23-ке тең, ал оның периметрі $P=58$. Параллелограмның қабырғаларын есептеңіз.

Жауабы: 11; 18.

27. Параллелограмм берілген, оның сүйір бұрышының шамасы $\frac{\pi}{3}$-ке тең. Егер диагональдарының ұзындықтарының квадраттарының қатынасы $\frac{1}{3}$-ге тең болса, параллелограмның қабырғаларының ұзындықтарының қатынасын табыңыз.

Жауабы: 1:1.

28. Доғал бұрышы 135° болатын параллелограмға ауданы 9π-ге тең дөңгелек іштей сызылған. Параллелограмның периметрі қандай?

Жауабы: $24\sqrt{2}$.

29. Параллелограмның диагональдары 4 және $\sqrt{32}$. Олар 45° бұрыш жасап қиылысады. Параллелограмның үлкен биіктігін табыңыз.

Жауабы: 4.

30. $ABCD$ параллелограмының A бұрышының биссектрисасы BC қабырғасын K нүктесінде қиып өтеді. Егер $BK=KC=5$, $AK=8$ болса, параллелограмның ауданын табыңыз.

Жауабы: 48.

www.nismath.org

31. Параллелограмның ауданы 3, сүйір бұрыштың синусы $\frac{3}{5}$, кіші диагоналінің квадраты 18-ге тең. Параллелограмның периметрін табыңыз.

Жауабы: 12.

32. Параллелограмның диагоналі оның бұрышын $60°$ және $45°$-қа бөледі. Параллелограмның қабырғаларының қатынасын табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{3}:\sqrt{2}$.

8.2.2

2 – топ. «Трапеция» тақырыбына байланысты есептерді шешіңіз:

А

1. Трапецияның табандары 2 және 4, ал бүйір қабырғалары 2. Трапецияның диагональдарының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: $2\sqrt{3}$.

2. Трапецияның диагональдары өзара перпендикуляр, ал олардың ұзындықтары 7 және 15. Трапецияның ауданын табыңыз.

Жауабы: 52,5.

3. Бүйір қабырғалары мен кіші табаны 8, ал табанының сүйір бұрышы $\frac{\pi}{3}$. Трапецияның ауданын табыңыз.

Жауабы: $48\sqrt{3}$.

4. Тең бүйірлі трапецияның ауданы 180. Орта сызығының ұзындығы 45, ал бүйір қабырғасының ұзындығы 5. Трапецияның кіші табанының ұзындығын анықтаңыз.

Жауабы: 42.

5. Табандары 8 және 12 болатын тең бүйірлі трапецияға іштей шеңбер сызылған орналасқан. Шеңбердің ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 4π.

6. Табандары 10 және 24, ал бүйір қабырғасы 25-ке тең болатындай тең бүйірлі трапецияның ауданын анықтаңыз.

Жауабы: 408.

www.nismath.org

7. Трапецияның табандарының ұзындықтары 3 және 4. Орта сызық трапецияның ауданын қандай қатынаста бөледі?

Жауабы: 13:15.

8. Трапеция дөңгелекке сырттай сызылған. Оның орта сызығы 10-ға тең екендігін біле отырып, оның периметрін табыңыз

Жауабы: 40.

9. Тең бүйірлі трапецияның диагоналі сүйір бұрышты қақ бөледі. Егер оның периметрі 48, ал үлкен табаны 18-ге тең болса, трапецияның орта сызығын табыңыз.

Жауабы: 14.

10. Оның бүйір қабырғалары 12 және 13-ке тең, ал табандарының қатынасы 4:9 қатынасында болатын, тік бұрышты трапецияның ауданын табыңыз.

Жауабы: 78.

11. Трапецияның бүйір қабырғалары мен биіктігі сәйкесінше 30; 25; 24 тең. Егер оның доғал бұрыштарының биссектрисалары үлкен табанда қиылысатын болса, трапецияның ауданын табыңыз.

Жауабы: 1 020.

12. Тең бүйірлі трапецияның ауданы $4\sqrt{3}$, кіші табаны 3-ке тең, ал үлкен табанымен бүйір қабырғасының арасындағы бұрыш $\frac{\pi}{3}$-ті құрайды. Үлкен табанды табыңыз.

Жауабы: 5.

13. Шеңберге сырттай тең бүйірлі трапеция салынған, оның табандарының ұзындықтары 3 және 6-ға тең. Шеңбердің радиусының квадратын табыңыз.

Жауабы: 4,5.

14. Тең бүйірлі трапецияның $8\sqrt{3}$-ке тең диагоналі табанмен бірге $30°$ құрайды. Трапецияның орта сызығы қаншаға тең?

Жауабы: 12.

www.nismath.org

15. ABE үшбұрышының периметрі 36-ға тең, мұндағы $BE \parallel CD$ және трапецияның кіші табаны 6-ға тең болса, $ABCD$ трапециясының периметрін табыңыз.

Жауабы: 48.

16. Тең бүйірлі трапецияның кіші табаны 6, үлкені – 12, ал табанының бұрышы $60°$. Трапецияға сырттай салынған шеңбердің радиусын табыңыз.

Жауабы: 6.

17. Тең бүйірлі трапецияның бүйір қабырғасы $\sqrt{13}$, ал табандары 3 және 4. Трапецияның диагоналін табыңыз.

Жауабы: 5.

18. Трапецияның бүйір қабырғасы 10-ға тең болса, радиусы 4 болатын шеңберге сырттай сызылған тең бүйірлі трапецияның ауданын табыңыз.

Жауабы: 80.

19. Тік бұрышты трапецияның үлкен табаны 25, ал оның бұрышы $53°$. Кіші диагоналі бүйір қабырғасына перпендикуляр. Егер $\sin 53° \approx 0{,}8$ болса, трапецияның кіші табанын табыңыз.

Жауабы: 16.

20. Табандары $AD = 7$, $BC = 4$ $ABCD$ трапециясындағы ABD үшбұрышының ауданы 28-ге тең. ABC үшбұрышының ауданын табыңыз.

Жауабы: 16.

21. Бүйір қабырғасы 9-ға тең, тең бүйірлі трапецияға, радиусы 4 болатын шеңбер іштей сызылған. Трапецияның ауданын табыңыз.

Жауабы: 72.

B

22. Шеңберге табандары 4 және 12 болатын тең бүйірлі трапеция сырттай салынған. Бүйір қабырғалармен шеңбердің жанасу нүктелерін қосқандағы хорданың ұзындығын анықтаңыз.

Жауабы: 6.

23. Тең бүйірлі трапецияның периметрі 71,8-ге тең. Трапецияның орта сызығы 21,4, ал үлкен бұрыштың биссектрисасы бүйір қабырғасына параллель. Кіші табанының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 14,15.

www.nismath.org

24. Дөңгелекке сырттай сызылған тең бүйірлі трапецияның ауданы 162. Оның табанының сүйір бұрышы 30° болса, трапецияның бүйір қабырғасының ұзындығын анықтаңыз.

Жауабы: 18.

25. Оған шеңберді іштей сызуға болатын тең бүйірлі трапецияның ауданы 2-ге тең. Табанындағы бұрышы 30°-қа тең болса, трапецияның қабырғаларын анықтаңыз.

Жауабы: $2+\sqrt{3}$; 2; $2-\sqrt{3}$.

26. Параллель қабырғалары 60 және 20, ал параллель емес қабырғалары 13 пен 37 болатын, трапецияның ауданын табыңыз.

Жауабы: 480.

27. Тең бүйірлі трапецияның ауданы S, ал бүйір қабырғасына қарсы жатқан оның диагональдары арасындағы бұрыш α-ға тең. Трапецияның биіктігін табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{S\cdot \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}$.

28. Тең бүйірлі трапецияға іштей сызылған шеңбердің центрінен бастап, жоғарғы табанның төбесіне дейінгі қашықтық 15, ал төменгі табанның төбесіне дейінгі қашықтық 20-ға тең. Осы трапецияның ауданы қаншаға тең?

Жауабы: 600.

29. $ABCD$ трапециясының орта сызығы оны орта сызықтары 13 және 17 болатындай екі трапецияға бөледі. $ABCD$ трапециясының үлкен табанын табыңыз.

Жауабы: 19.

30. $ABCD$ $(AB \| DC)$ трапециясы берілген. Егер $AB=6$, $BC=3$, $CD=4$ және $DA=2$ болса, C бұрышының косинусын табыңыз.

Жауабы: $-\frac{3}{4}$.

31. Табандары BC және AD $ABCD$ трапециясының диагональдары O нүктесінде қиылысады. $BO=2$, $DO=4$ және BOC үшбұрышының ауданы 6-ға тең болса, осы трапецияның ауданын табыңыз.

Жауабы: 54.

www.nismath.org

32. Трапецияның табандары 8 және 12, ал сүйір бұрыштарының бірі 30°. Бүйір қабырғаларының созындылары 90° бұрыш жасап қиылысады. Трапецияның биіктігін табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{3}$.

33. Тең бүйірлі трапецияға іштей сызылған шеңбер, жанасу нүктесімен бүйір қабырғаны $1:9$ қатынасында бөледі. Осы шеңбердің ұзындығы 6π-ге тең. Трапецияның периметрі қаншаға тең?

Жауабы: 40.

34. Трапецияның табандары 10 және 31, ал бүйір қабырғалары 20 және 13. Трапецияның биіктігін табыңыз.

Жауабы: 12.

35. Тең бүйірлі трапецияның кіші табаны 10, бүйір қабырғасы 18, ал диагоналі 22-ге тең. Трапецияның үлкен табанын табыңыз.

Жауабы: 16.

36. Сүйір бұрышы 53° тең бүйірлі трапецияның ауданы 5 120-ға тең. Егер $\sin 53° \approx 0{,}8$ болса, осы трапецияға іштей сызылған шеңбердің радиусын табыңыз.

Жауабы: 32.

37. Тең бүйірлі трапецияның диагоналі оның бүйір қабырғасына перпендикуляр. Оның диагоналі мен бүйір қабырғасы сәйкесінше $\sqrt{75}$ және 5-ке тең болса, трапецияның ауданын анықтаңыз.

Жауабы: $\frac{75\sqrt{3}}{4}$.

38. Тең бүйірлі трапецияның үлкен табаны кіші табанынан үш есе артық. Трапецияның ауданы $\sqrt{3}$-ке тең. Егер трапеция шеңберге сырттай сызылса, оның бүйір қабырғасын табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{2}$.

39. Трапецияның табандарының ұзындықтары 5 және 15, ал диагональдарының ұзындықтары 12 және 16. Трапецияның ауданын табыңыз.

Жауабы: 96.

www.nismath.org

40. Тік бұрышты трапецияға радиусы 3 болатын шеңбер іштей сызылған. Трапецияның кіші табаны 4-ке тең. Трапецияның қалған қабырғаларын табыңыз.

Жауабы: 6; 10; 12.

41. Трапецияның орта сызығының ұзындығы 4, табандарының бұрыштарының бірі 40° және 50°, ал табандарының орталарын қосатын кесіндінің ұзындығы 1-ге тең. Трапецияның табандарының ұзындықтарын табыңыз.

Жауабы: 3; 5.

42. Трапеция табанының доғал бұрыштарының биссектрисалары оның басқа табанында қиылысады. Егер оның биіктігі 12, ал биссектрисалары 15 және 13-ке тең болса, трапецияның барлық қабырғаларын табыңыз.

Жауабы: 14; 12,5; 29,4; 16,9.

8.2.3

3 – тобы. «Тік төртбұрыш» тақырыбына байланысты есептерді шешіңіз:

А

1. Тік төртбұрыштың қабырғалары 3:4 қатынасында болады, ал оның диагоналі 50-ге тең. Тік төртбұрыштың периметрін табыңыз.

Жауабы: 140.

2. Квадраттың диагоналі 26-ға тең. Оның төбелері квадраттың қабырғаларының орталары болып табылатын, төртбұрыштың периметрін табыңыз.

Жауабы: 52.

3. Тік төртбұрыштың қабырғалары 5 және 4. Үлкен қабырғаға іргелес бұрыштардың биссектрисалары қарсы жатқан қабырғаны үш бөлікке бөледі. Осы бөліктердің ұзындықтарын табыңыз.

Жауабы: 1; 1; 3.

4. Катеттері 3 және 6 болатын тік бұрышты үшбұрышқа осы үшбұрышпен тік бұрышы ортақ іштей салынған квадраттың қабырғасын табыңыз.

Жауабы: 2.

www.nismath.org

5. Квадратқа сырттай салынған дөңгелектің ауданы 8π-ге тең. Квадраттың ауданын табыңыз.

Жауабы: 16.

6. Қабырғасы 1-ге тең квадрат берілген. Оның диагоналі басқа квадраттың қабырғасы болып табылады. Соңғысының диагоналін табыңыз.

Жауабы: 2.

7. Егер тік төртбұрыштың табанының ұзындығын 50%-ға арттырсақ, ал биіктігін 50%-ға азайтсақ, онда оның ауданы қанша пайызға өзгереді?

Жауабы: 25% азаяды.

8. Радиусы R шеңберге іштей сызылған квадраттың ауданын анықтаңыз.

Жауабы: $2R^2$.

9. Бір–бірімен жанасатын және әрқайсысы тік төртбұрыштың үш қабырғасымен жанасатындай радиустары r екі шеңбер тік төртбұрышқа іштей сызылған тік төртбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: $8r^2$.

10. Квадраттың ауданының оған іштей сызылған дөңгелектің ауданына қатынасын есептеңіз.

Жауабы: $\frac{4}{\pi}$.

11. AE және CF $ABCD$ тік төртбұрышының, BD диагоналіне A және C төбелерінен түсірілген перпендикулярлар. Диагональдар арасындағы бұрыш $30°$, ал $CF=2$. EF кесіндісін табыңыз.

Жауабы: $4\sqrt{3}$.

12. K нүктесінде AD қабырғасын қиып өтетіндей қабырғасы 4-ке тең $ABCD$ квадратының C төбесінен түзу жүргізілген. KC кесіндісі 5-ке тең, BKC үшбұрышының BM биіктігін анықтаңыз.

Жауабы: 3,2.

www.nismath.org

13. CD қабырғасын E нүктесінде, ал BC қабырғасының созындысын M нүктесінде қиып өтетіндей қабырғасы 4-ке тең $ABCD$ квадратының A төбесі арқылы түзу жүргізілген. $DE:CE=3:2$. MC кесіндісін табыңыз.

Жауабы: $2\frac{2}{3}$.

14. Тік төртбұрыштың қабырғалары 8 және 15-ке тең. Олардың диагональға түсірілген проекцияларын табыңыз.

Жауабы: $3\frac{13}{17}$; $13\frac{4}{17}$.

15. Тік төртбұрыштың периметрі 28, ал оның ауданы – 48. Тік төртбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 10π.

16. Тік төртбұрыш диагональдарымен төрт үшбұрышқа бөлінген. Олардың бірінің ауданы 27-ге тең. Тік төртбұрыштың ауданы қаншаға тең?

Жауабы: 108.

17. Төбелері квадраттың қабырғаларының орталарымен сәйкес келетіндей квадратқа төртбұрыш іштей салынған. Іштей салынған төртбұрыштың ауданы 36-ға тең. Квадраттың ауданын табыңыз.

Жауабы: 72.

18. Тік төртбұрыштың қабырғалары 3 және 1; өзара қиылысатындай биссектрисалар жүргізілген. Олардың қиылысуынан пайда болған төртбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: 2.

19. $ABCD$ тік төртбұрышының AB қабырғасы 24, ал диагоналі 25-ке тең. AB қабырғасында жатқан K нүктесі A төбесінен қашықтығы 14-ке тең. K нүктесінен BD диагоналіне дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 2,8.

В

20. Шеңбер квадраттың екі көршілес қабырғаларымен жанасады, ал қалған қабырғаларының әрқайсысын 2 және 23-ке тең кесінділерге бөледі. Шеңбердің радиусын табыңыз.

Жауабы: 17.

www.nismath.org

21. $ABCD$ тік төртбұрышының BC қабырғасынан алынған M нүктесінен AB және AD қабырғалары тең бұрыштармен көрінеді. $AB=80$, ал $AD=89$ болса, M нүктесі BC қабырғасын қандай бөліктерге бөледі?

Жауабы: 39; 50.

22. Радиусы 13 болатын шеңбер қабырғасы 18-ге тең квадраттың екі көршілес қабырғаларымен жанасады. Шеңбер квадраттың екі басқа қабырғаларының әрқайсысын қандай екі кесіндіге бөледі?

Жауабы: 1; 17.

23. $ABCD$ тік төртбұрышының A бұрышының төбесінен түсірілген перпендикуляры осы төбе арқылы өтпейтін диагональды B төбесінен бастап, оны $1:3$ қатынасында бөледі. Диагональ 6-ға тең. Диагональдардың қиылысу нүктесінен бастап, үлкен қабырғаға дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 1,5.

24. Тік төртбұрыштың диагоналі оның бұрышын $1:2$ бөледі. Егер екі диагональдардың және кіші қабырғалардың қосындысы 24-ке тең болса, тік төртбұрыштың диагоналін анықтаңыз.

Жауабы: 8.

25. Тік төртбұрыштың периметрі 32, ал оның ауданы 48-ге тең. Оның диагональдары арасындағы бұрыштың синусын табыңыз.

Жауабы: $\frac{3}{5}$.

26. Тік төртбұрыштың ауданының квадраттың ауданына қатынасы $\sqrt{3}:4$ қатынасындай, мұндағы квадраттың қабырғасы тік төртбұрыштың диагоналіне тең. Тік төртбұрыштың диагональдарының арасындағы бұрышты табыңыз.

Жауабы: $60°$.

27. Тік төртбұрыштың екі төбесінен оның диагоналіне түсірілген перпендикулярлар, оны тең үш бөлікке бөледі. Тік төртбұрыштың кіші қабырғасы a-ға тең. Үлкен қабырғасын табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{2}\,a$.

www.nismath.org

28. Тік төртбұрыштың диагональдары 30° бұрыш жасап қиылысады, ал оған сырттай сызылған дөңгелектің ауданы 144π-ге тең. Тік төртбұрыштың ауданын табыңыз.

Жауабы: 144.

29. $ABCD$ тік төртбұрышында K нүктесі AB қабырғасын $AK:KB=3:4$ қатынасында бөледі, ал M нүктесі CD қабырғасын $DM:MC=5:3$ қатынасында бөледі. Тік төртбұрыштың ауданын KM кесіндісі қандай қатынаста бөледі?

Жауабы: $\frac{53}{59}$.

30. Тік төртбұрыштың периметрі 46-ға тең. Тік бұрыштың биссектрисасы диагональды 8:15 қатынасында бөледі. Тік төртбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 17π.

8.2.4

4 – тобы. «Ромб» тақырыбына байланысты есептерді шешіңіз:

A

1. Қабырғасы 12-ге тең және бұрышы $\frac{\pi}{3}$ болатын ромбының төбесінен кіші диагональ жүргізілген. Пайда болған үшбұрыштардың біріне шеңбер іштей сызылған. Оның радиусын табыңыз.

Жауабы: $2\sqrt{3}$.

2. a және b ромбының диагональдары. Ромбының биіктігін табыңыз.

Жауабы: $\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

3. Ромбының диагональдарының қатынасы 2:1 қатынасындай, ал ауданы 5-ке тең. Ромбының қабырғасын табыңыз.

Жауабы: 2,5.

4. Ромбының сүйір бұрышы 30°-қа тең. Ромбыға іштей сызылған шеңбердің радиусы 3-ке тең. Ромбының ауданын табыңыз.

Жауабы: 72.

www.nismath.org

5. Ромбының ауданы 3 360. Оның диагональдарының бірі 84-ке тең. Ромбының қабырғасын табыңыз.

Жауабы: 58.

6. Ромбының бұрыштарының бірі $120°$, ал осы бұрыштың төбесінен шығатын диагональ 10-ға тең. Ромбының периметрін табыңыз.

Жауабы: 40.

7. Ромбының бұрыштарының бірі $120°$-қа тең. Ромбының диагональдарының қиылысу нүктесі ромбының қабырғасынан $2\sqrt{3}$ қашықтықта. Ромбының периметрін табыңыз.

Жауабы: 32.

8. Ауданы 98 болатын ромбының бұрыштарының бірі $150°$-қа тең. Ромбының периметрін табыңыз.

Жауабы: 56.

9. Периметрі 24, ал ауданы 18 тең болатын, ромбының бұрыштарын табыңыз.

Жауабы: $30°$ и $150°$.

10. Ромбыға іштей сызылған шеңбердің жанасу нүктесі, оның қабырғасын 9 және 16 кесінділеріне бөледі. Оның диагональдарын табыңыз.

Жауабы: 30; 40.

11. Ромбының биіктігі $\sqrt{3}$-ке тең. Егер олардың бірі ромбының қабырғасына тең болса, ромбының диагональдарын табыңыз.

Жауабы: 2; $2\sqrt{3}$.

12. Ромбыға іштей сызылған шеңбердің радиусы 5-ке тең. Ромбының периметрі 80. Ромбының сүйір бұрышын есептеңіз.

Жауабы: $30°$.

13. Ромбының периметрі 112-ге тең, оның бұрыштарының бірі $45°$-қа тең. Осы ромбыға іштей сызылған шеңбердің радиусын есептеңіз.

Жауабы: $7\sqrt{2}$.

www.nismath.org

14. $ABCD$ ромбысының биіктігі h-қа тең, ал $\angle ABC = 120°$. BC қабырғасынан M нүктесі алынған. AMD үшбұрышының ауданын табыңыз.

Жауабы: $\frac{h^2\sqrt{3}}{3}$.

15. Қабырғасы 4 болатын ромбыға іштей сызылған шеңбердің радиусы 1-ге тең. Ромбының сүйір бұрышының синусын табыңыз.

Жауабы: $\frac{1}{2}$.

16. Ромбының периметрі 24-ке тең. Ромбының диагональдарының бірі ромбының қабырғасымен 75° құрайды. Ромбының қарама–қарсы қабырғалары арасындағы қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 3.

17. Сүйір бұрышы 30° болатын ромбыға дөңгелек іштей сызылған. Дөңгелек ауданының ромбының ауданына қатынасын табыңыз.

Жауабы: $\frac{\pi}{8}$.

18. Ромбының периметрі 52-ге тең, ал оның диагональдарының қосындысы 34-ке тең. Ромбының ауданын табыңыз.

Жауабы: 120.

19. Ромбының қабырғасы 5 және диагональдарының бірі 6-ға тең. Ромбының ауданын табыңыз.

Жауабы: 24.

20. Дөңгелекке сырттай сүйір бұрышы 37° болатын ромб салынған. Ромбының қабырғасы 50-ге тең. Егер $\sin 37° \approx 0,6$ болса, дөңгелектің диаметрін табыңыз.

Жауабы: 30.

21. Үлкен диагоналі 10-ға тең, ал оған іштей сызылған шеңбердің радиусы 3-ке тең екендігін біле отырып, ромбының периметрін табыңыз.

Жауабы: 25.

22. Ромбының ауданы периметрі ромбтың периметріндей квадраттың ауданынан екі есе кем. Ромбының бұрыштарын табыңыз.

Жауабы: $30°$; $150°$.

www.nismath.org

23. Бұрышы α болатын және осы бұрыштың төбесінен жүргізілген диагональ d -ға тең ромбының ауданын табыңыз.

Жауабы: $\frac{d^2}{2}\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$.

B

24. ABC сүйір бұрышының тангенсі $\sqrt{15}$ және $AC=4$ болатын $ABCD$ ромбының ауданын табыңыз.

Жауабы: $\frac{8\sqrt{15}}{3}$.

25. Ромбының диагоналі оның доғал бұрышының төбесінен жүргізілген биіктігін ұзындықтары 10 және 6 болатын кесінділерге бөледі. Ромбының периметрін табыңыз.

Жауабы: 80.

26. Ауданы 2400 болатын ромбыға іштей сызылған шеңбердің радиусы 24-ке тең. Ромбының диагональдарын табыңыз.

Жауабы: 60; 80.

27. Диагональдары 15 және 20 болатын, $ABCD$ ромбысында, C доғал бұрышының төбесінен: CE және CF екі биіктік жүргізілген. $AECF$ төртбұрышының ауданын есептеңіз.

Жауабы: 108.

28. Ромбының диагональдарының қатынасы 3:4 қатынасындай. Ромбының ауданының ромбыға іштей сызылған дөңгелектің ауданына қатынасын анықтаңыз.

Жауабы: $\frac{25}{6\pi}$.

29. Екі тең дөңгелектердің қиылысуында диагональдары 12 және 6 болатын ромб орналасқан. Шеңберлердің радиусын табыңыз.

Жауабы: 7,5.

30. Оның ауданы 24, ал диагональдарының қатынасы – 0,75-ке тең ромбының қабырғасын анықтаңыз.

Жауабы: 5.

www.nismath.org

31. Ромбыға дөңгелек іштей сызылған, ал дөңгелекке квадрат іштей салынған. Егер квадраттың ауданы ромбының ауданынан 4 есе кіші болса, ромбының бұрышы қаншаға тең?

Жауабы: $30°$.

32. $ABCD$ ромбында A төбесінің бұрышы $\frac{\pi}{3}$-ке тең. N нүктесі AB қабырғасын $AN:BN=2:1$ қатынасында бөледі. DNC бұрышының тангенсін анықтаңыз.

Жауабы: $\frac{9\sqrt{3}}{11}$.

8.3.1
www.nismath.org

§ 3. ШЕҢБЕР ЖӘНЕ ДӨҢГЕЛЕК

1-тобы. «Шеңбер және дөңгелек» тақырыбына байланысты есептерді шешіңіз:

А

1. Радиустары 3 және 5 болатын екі шеңбер бір–біріне сырттай жанасады. Екі ортақ сыртқы жанамалар жүргізілген. Осы жанамалардың қиылысу нүктесінен үлкен шеңбердің центріне дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 20.

2. Радиусы 10 болатын шеңберге AB хордасы жүргізілген, ол 2α -ға тең центрлік бұрышының доғасын қиып өтеді. Хорданың ортасы арқылы OC радиусы жүргізілген. Егер $\cos\alpha \approx 0{,}8$ болса, CD кесіндісінің ұзындығын табыңыз (мұндағы D – хорданың және OC радиусының қиылысу нүктесі).

Жауабы: 2.

3. Радиустары 1-ге тең өзара жанасатын төрт шеңбердің центрлері квадраттың төбелерінде орналасқан. Оларға сырттай сызылған және олармен жанасатын шеңбердің радиусын анықтаңыз.

Жауабы: $\sqrt{2}+1$.

4. Шеңбердің бойындағы нүктеден диаметр және ұзындығы 30-ға тең хорда жүргізілген. Хорданың диаметрдегі проекциясының шеңбердің радиусына қатынасы $18:25$ қатынасындай. Шеңбердің радиусын табыңыз.

Жауабы: 25.

5. Шеңберде екі қиылысатын хорда жүргізілген. Олардың қиылысу нүктесі арқылы бірі 2 және 6 кесінділеріне бөлінеді, ал екінші хорданың ұзындығы 7-ге тең. Екінші хорданың кесінділерін табыңыз.

Жауабы: 3; 4.

6. Радиустары 20 және 5 болатын екі шеңбер сырттай жанасады және оларға ортақ жанама жүргізілген. Жанасу нүктелері арасындағы қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 20.

www.nismath.org

7. A нүктесі дөңгелектің центрінен диаметр қашықтығында дөңгелектен тыс жатыр. A нүктесінен осы шеңберге жүргізілген жанамалар арасындағы бұрышты анықтаңыз.

Жауабы: $60°$.

8. Шеңбердің AB диаметріне перпендикуляр CD хордасы жүргізілген. Олардың қиылысу нүктесі диаметрді 18 және 32-ке тең кесінділерге бөледі. CD хордасының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 48.

9. Шеңбердің радиусына тең AB хордасының ұштары арқылы D нүктесінде қиылысатын екі жанама жүргізілген. ADB бұрышын табыңыз.

Жауабы: $120°$.

10. M нүктесі радиусы 9-ға тең шеңбердің PK хордасын $PM=7$, $MK=8$ екі кесіндіге бөледі. M нүктесінен шеңбердің центріне дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 5.

11. Үшбұрыштың төбелері оған сырттай сызылған шеңбердің толық доғасын $1:2:3$ қатынасында бөледі. Осы үшбұрыштың ең кіші қабырғасы $\sqrt{6}$-ға тең. Оның ауданын табыңыз.

Жауабы: $3\sqrt{3}$.

12. Әрқайсысы екіншісінің центрі арқылы өтетіндей екі тең шеңбер орналасқан. Олардың ортақ хордасы әр шеңбердің центрінен қандай бұрышта көрінеді?

Жауабы: $120°$.

13. $6\sqrt{3}$-ке тең хорда $120°$-тық доғаны керіп тұр. Осы хорда жүргізілген шеңбердің ұзындығы қаншаға тең?

Жауабы: 12π.

14. AB – дөңгелектің диаметрі, BC – жанаманың кесіндісі; шеңбер мен AC түзуінің қиылысу нүктесі D. Берілгені: $AD=32$, $DC=18$. Дөңгелектің ауданын анықтаңыз.

Жауабы: 400π.

www.nismath.org

15. Бір нүктеден шығатын жанама мен қиюшы сәйкесінше 20 және 40-қа тең. Қиюшының центрден қашықтығы 8. Дөңгелектің ауданын табыңыз.

Жауабы: 289π.

16. A, B, C нүктелері шеңбердің бойында жатыр. BAC бұрышының биссектрисасы осы шеңберді M нүктесінде қияды. $\angle BAC = 80°$ болса, BMC үшбұрышының бұрыштарын табыңыз.

Жауабы: $100°$; $40°$; $40°$.

17. Түзуден центрлері әртүрлі жағында орналасқан шеңберлер, осы түзуге жанасады. Центрлердің сызығы $30°$-тық бұрышпен түзуді қияды. Олардың радиустары 3 және 5 болса, шеңберлердің центрлері ара қашықтығын табыңыз.

Жауабы: 16.

18. Қабырғасы 20-ға тең квадратқа іштей және сырттай сызылған шеңберлермен шектелген сақинаның ауданын табыңыз.

Жауабы: 100π.

19. Дөңгелектің радиусы 25-ке тең; 14 және 40-қа тең болатын екі параллель хордалар, диаметрдің бір жағында жатыр. Олардың арасындағы қашықтықты анықтаңыз.

Жауабы: 9.

20. Дөңгелек диаметрінің бір ұшынан оған параллель хордалардың ұштарына дейінгі қашықтықтары 13 және 84-ке тең. Дөңгелектің диаметрін табыңыз.

Жауабы: 85.

21. $\alpha = 60°$-тық бұрышына $r = 6$ радиусты шеңбер іштей сызылған, бұрыштың қабырғаларымен оның жанасу нүктелері A және B. AB кесіндісінің ұзындығын табыңыз.

Жауабы: $6\sqrt{3}$.

22. Центрі O шеңберге A нүктесінен AB жанамасы жүргізілген, B нүктесі шеңберде жатыр, $AB = 12$. Сондай-ақ A нүктесі арқылы түзу жүргізілген, ол O нүктесі арқылы өтіп, C және D нүктелерінде шеңберді қияды, C нүктесі A және D арасында жатыр, $AC = 4$. Шеңбердің диаметрін табыңыз.

Жауабы: 32.

www.nismath.org

23. Диаметрдің ұштары жанамадан 1 және 3-ке тең қашықтықта. Шеңбердің диаметрін табыңыз.

Жауабы: 4.

24. $AM:BM=4:3$, $AB=14$ болатындай, M нүктесі AB хордасында жатыр. Шеңбердің центрінен M нүктесіне дейінгі қашықтық 4-ке тең. Шеңбердің радиусын табыңыз.

Жауабы: 8.

В

25. Жанасатын екі шеңбердің біреуінің радиусы 1-ге тең, ал олардың ортақ жанамасының ұзындығы 4-ке тең. Екінші шеңбердің радиусын табыңыз.

Жауабы: 4.

26. Шеңбердің центрінен әртүрлі жақтарда жатқан ұзындықтары 12 және 16 болатын параллель хордалар жүргізілген. Олардың арасындағы қашықтық 14-ке тең. Шеңбердің радиусын табыңыз.

Жауабы: 10.

27. CD диаметрі шеңбердің AB хордасына параллель. $AC=3$, $BC=4$ болса, осы хорданың ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 1,4.

28. Шеңбердің радиусы r-ге тең. M нүктесінен шеңбердің центрі арқылы MB қиюшы және MA жанамасы жүргізілген, мұндағы $MB=2MA$. M нүктесі шеңбердің центрінен қандай қашықтықта болатындығын табыңыз.

Жауабы: $\frac{5}{3}r$.

29. Шеңберден тыс жатқан нүктеден екі жанама жүргізілген және шеңбердің доғасымен және жанамалармен шектелген фигураға, екінші шеңбер іштей сызылған. Осы нүктеден шеңберлердің центрлеріне дейінгі қашықтық 6 және 18-ге тең. Шеңберлердің радиустарын табыңыз.

Жауабы: 3; 9.

www.nismath.org

30. Екі шеңбер сырттай жанасқан; радиустарының қатынасы 2-ге тең; жанасу нүктелері арасындағы олардың сыртқы жанамасының кесіндісі a -ға тең. Осы шеңберлердің радиустарын табыңыз.

Жауабы: $\frac{a\sqrt{2}}{4}$; $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

31. $R=5\sqrt{3}$ радиусты шеңбер берілген. Диаметрдің бір ұшынан жанама, ал екінші ұшынан $120°$-тық доғаны кететін хорда жүргізілген; хорданы созып, жанамамен қиылыстырғандағы қиюшының сыртқы бөлігін анықтаңыз.

Жауабы: 5.

32. Екі шеңберлердің әрқайсысы екіншісінің центрі арқылы өтеді. Олардың қиылысу нүктесі арқылы шеңберлерге жүргізілген жанамалардың арасындағы бұрышты анықтаңыз.

Жауабы: $120°$.

33. Шеңбердің радиусы 8-ге тең, ал хордасы $AB=12$. A нүктесі арқылы жанама жүргізілген, ал B нүктесінен – жанамаға параллель BD хордасы жүргізілген. Жанамадан BD хордасына дейінгі қашықтықты анықтаңыз.

Жауабы: 9.

34. Шеңбердің хордасы 10-ға тең. Хорданың бір ұшы арқылы шеңберге жанама жүргізілсе, ал екіншісі арқылы – жанамаға параллель қиюшы жүргізілген. Қиюшының ішкі кесіндісі 12-ге тең болса, шеңбердің радиусын анықтаңыз.

Жауабы: 6,25.

35. ABC үшбұрышына сырттай шеңбер салынған. Үшбұрыштың AM медианасының созындысы шеңбермен K нүктесінде қиылысады. $AM=18$, $MK=8$, $BK=10$ болса, AC қабырғасын табыңыз.

Жауабы: 15.

36. Ұзындығы 30-ға тең хордалардың ұштары арқылы A нүктесінде қиылысатындай екі жанама жүргізілген. Егер шеңбердің радиусы 17-ге тең болса, A нүктесінен хордаға дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: $\frac{225}{8}$.

www.nismath.org

37. Бір нүктеден шеңберге екі жанама жүргізілген. Әрбір жанаманың ұзындығы 13, ал жанасу нүктелері арасындағы қашықтық 24-ке тең. Шеңбердің радиусыны табыңыз.

Жауабы: 31,2.

38. Шеңбердің нүктесінен диаметрге түсірілген перпендикуляр, оны айырмасы 18 болатын кесінділерге бөледі. Перпендикулярдың ұзындығы 12-ге тең. Диаметрді табыңыз.

Жауабы: 30.

39. $ABCD$ төртбұрышында $\angle CBD = 58°$, $\angle ABD = 44°$, $\angle ADC = 78°$ екендігі белгілі. CAD бұрышын табыңыз.

Жауабы: $58°$.

40. AB диаметрі болатындай етіп, ABC үшбұрышының AB қабырғасына дөңгелек салынған, ол сәйкесінше M және N нүктелерінде BC және AC қабырғаларын қиып өтеді. BCA бұрышы $60°$-қа тең. $ABMN$ төртбұрышының ауданы ABC үшбұрышы ауданының қандай бөлігін құрайды?

Жауабы: $\frac{3}{4}$.

41. Диаметрі AB болатындай ABC үшбұрышының AB қабырғасында дөңгелек салынған, ол сәйкесінше D және E нүктелерінде AC және BC қабырғаларын қиып өтеді. Егер DCE және ABC үшбұрыштарының аудандары $1:4$ қатынасында болса, CBD бұрышын табыңыз.

Жауабы: $30°$.

42. Диаметрі AB болатындай $ABC\ (AB = BC)$ тең бүйірлі үшбұрышының AB бүйір қабырғасында салынған жартылай дөңгелек, екінші бүйір қабырғасын K нүктесінде, ал табанды – D нүктесінде қиып өтеді. DC ұзындығы 3-ке тең, ал бүйір қабырғасына жүргізілген биіктігі – $4\sqrt{2}$-ге тең. BAK үшбұрышының ауданы, ABC үшбұрышы ауданының қандай бөлігін құрайтынын табыңыз.

Жауабы: $\frac{7}{9}$.

www.nismath.org

IX ТАРАУ. СТЕРЕОМЕТРИЯ

§ 1. КЕҢІСТІКТЕГІ ҚАШЫҚТЫҚТАР МЕН БҰРЫШТАРДЫ ЕСЕПТЕУ

1 – тобы. «Перпендикуляр және көлбеу» тақырыбына байланысты есептерді шешіңіз:

9.1.1

А

1. Сүйір бұрышы 30° тік бұрышты үшбұрышқа сырттай сызылған дөңгелектің центрінен, оның жазықтығына ұзындығы 6-ға тең перпендикуляр жүргізілген. Үшбұрыштың жазықтығынан тыс жатқан перпендикулярдың ұшынан үлкен катетке дейінгі қашықтығы 10. Үшбұрыштың гипотенузасын табыңыз.

Жауабы: 32.

2. ABC тік бұрышты үшбұрыштың катеттері 15 және 20-ға тең. Осы үшбұрыштың жазықтығына C тік бұрышының төбесінен $CD = 35$ перпендикуляры жүргізілген. D нүктесінен AB гипотенузасына дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 37.

3. Дөңгелектің центрінен оның жазықтығына OD перпендикуляры жүргізілген. Егер перпендикулярдың ұзындығы a-ға тең, ал дөңгелектің ауданы S болса, осы перпендикулярдың D ұшынан шеңбердің бойындағы нүктелерге дейінгі қашықтықты анықтаңыз.

Жауабы: $\sqrt{\frac{S}{\pi}+a^2}$.

4. Жазықтық берілген: кеңістіктің белгілі бір нүктесінен осы жазықтыққа ұзындықтары 20 және 15 болатын екі көлбеу жүргізілген; олардың біріншісінің жазықтықтағы проекциясы 16-ға тең. Екінші көлбеудің жазықтықтағы проекциясын табыңыз.

Жауабы: 9.

5. Кеңістіктің белгілі бір нүктесінен осы жазықтыққа 6-ға тең перпендикуляр және ұзындығы 9 болатын көлбеу жүргізілген. Көлбеуге түсірілген перпендикулярдың проекциясын табыңыз.

Жауабы: 4.

www.nismath.org

6. Тең қабырғалы үшбұрыштың қабырғасы 3-ке тең. Әр төбесінен қашықтығы 2 болатын нүктеден жазықтыққа дейінгі қашықтықты анықтаңыз.

Жауабы: 1.

7. Белгілі бір нүктеден жазықтыққа екі көлбеу жүргізілген, олардың әрқайсысы 2-ге тең; олардың арасындағы бұрыш $60°$, ал олардың проекциялары арасындағы бұрыш – тік бұрыш. Осы нүктеден жазықтыққа дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{2}$.

8. $ABCD$ төртбұрышы – квадрат, O нүктесі – оның центрі. OM түзуі квадраттың жазықтығына перпендикуляр. Егер $AB=4$, $OM=1$ болса, MA-ны табыңыз.

Жауабы: 3.

9. ABC тең бүйірлі үшбұрышының бүйір қабырғасы 15-ке тең, ал табаны $AC=6$. Оған іштей сызылған дөңгелектің O центрінен үшбұрыштың жазықтығына 2-ге тең OK перпендикуляры жүргізілген. K нүктесінен үшбұрыштың қабырғаларына дейінгі қашықтықтарды табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{10}$.

10. $ABCD$ ромбының жазықтығынан тыс жатқан S нүктесі оның төбелерінен бірдей қашықтықта орналасқан. Егер $BD=8$ болса, $ABCD$ ауданын табыңыз.

Жауабы: 32.

11. S нүктесінен α жазықтығына SB көлбеуі жүргізілген, оның α жазықтығындағы проекциясы AB кесіндісі. Егер $SA=5$, $SB=13$ болса, AB-ны есептеңіз.

Жауабы: 12.

12. ABC тең бүйірлі үшбұрышының BC табаны 12, бүйір қабырғасы 10. A төбесінен ABC үшбұрышының жазықтығына перпендикуляр $AD=6$ кесіндісі жүргізілген. D нүктесінен BC қабырғасына дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 10.

www.nismath.org

13. Нүктеден жазықтыққа ұзындықтары 4 және 8 болатын екі көлбеу жүргізілген. Егер олардың жазықтықтағы проекцияларының қатынасы $1:7$ қатынасындай болса, нүктеден жазықтыққа дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{15}$.

14. Тік бұрышты үшбұрыштың тік бұрышының төбесінен оның жазықтығына ұзындығы 5 болатын, перпендикуляр жүргізілген. Осы перпендикулярдың төбесінен гипотенузаның ұштарына дейінгі қашықтықтары 9 және 13. Үшбұрыштың гипотенузасын анықтаңыз.

Жауабы: $10\sqrt{2}$.

15. ABC тік бұрышты үшбұрыштың тік бұрышының төбесінен осы үшбұрыштың жазықтығына CM перпендикуляры жүргізілген. Егер $CM=1$, $AM=BM=3$ болса, AB гипотенузасын табыңыз.

Жауабы: 4.

16. Екі нүктенің жазықтықтан қашықтықтары 8 және 23-ке тең; осы жазықтыққа берілген нүктелерден түсірілген перпендикулярлардың табандары арасындағы қашықтық 20-ға тең. Берілген нүктелер арасындағы қашықтықты есептеңіз (нүктелер жазықтықтың бір жағында жатыр).

Жауабы: 25.

17. AB кесіндісінің ұзындығы 15, ал осы кесіндінің жазықтықтағы проекциясы – 12-ге тең. Осы кесіндінің A төменгі ұшының жазықтықтан қашықтығы 16. Осы кесіндінің B жоғарғы ұшы жазықтықтан қандай қашықтықта болады? (AB кесіндісі жазықтықты қиып өтпейді).

Жауабы: 25.

18. AB кесіндісінде C нүктесі таңдап алынған, мұндағы $AC:CB=3:5$. A нүктесінен 12, ал B нүктесінен 28-ге тең қашықтықта болатындай C нүктесінен жазықтыққа дейінгі қашықты табыңыз (AB кесіндісі жазықтықты қиып өтпейді).

Жауабы: 18.

19. Қабырғасы 6 және бұрышы $60°$ болатын ромб берілген. M нүктесінің ромб жазықтығынан қашықтығы 3-ке тең және оның қабырғаларынан тұратын түзулерден бірдей қашықтықта. Осы қашықтықты табыңыз.

Жауабы: $\frac{3\sqrt{7}}{2}$.

www.nismath.org

20. α жазықтығынан тыс жатқан A нүктесінен осы жазықтыққа дейінгі қашықтық 5-ке тең. α жазықтығында жатқан BC түзуінен A нүктесінің осы жазықтықтағы проекциясына дейінгі қашықтық 12. BC түзуінен бастап, A нүктесіне дейінгі қашықтықты анықтаңыз.

Жауабы: 13.

21. Тік бұрышты үшбұрыштың барлық төбелерінен 6,5 қашықтықта болатын нүкте берілген. Катеттері 3 және 4-ке тең болса, осы нүктеден үшбұрыш жазықтығына дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 6.

22. Тік бұрышты үшбұрыштың катеттері 6 және 8. M нүктесінен үшбұрыштың әр қабырғасына дейінгі қашықтығы 2,5-ға тең. M нүктесінен үшбұрыш жазықтығына дейінгі қашықты табыңыз.

Жауабы: 1,5.

B

23. Табаны 48 болатын тең бүйірлі үшбұрыштың ауданы 768-ге тең. Үшбұрыштың төбелерінен бірдей қашықтықта орналасқан үшбұрыш жазықтығынан тыс жатқан нүктеден осы жазықтыққа дейінгі қашықтық 60. Осы нүктеден үшбұрыш төбелеріне дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 65.

24. ABC үшбұрышының A төбесінен үшбұрыш жазықтығына AK перпендикуляры жүргізілген. Егер $AC = AB = 13$, $BC = 10$, $AK = 16$ болса, BCK үшбұрышының ауданын табыңыз.

Жауабы: 100.

25. Тең бүйірлі үшбұрыштың табаны мен биіктігі 4-ке тең. Төбелерінен бірдей қашықтықта орналасқан және үшбұрыш жазықтығынан қашықтығы 6-ға тең нүкте берілген. Осы нүктеден үшбұрыш төбелеріне дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 6,5.

26. ABC үшбұрышындағы $AC = BC = 10$, $\angle B = 30°$. BD түзуі үшбұрыш жазықтығына перпендикуляр, $BD = 5$. D нүктесінен AC түзуіне дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 10.

www.nismath.org

27. Үшбұрыштың қабырғалары 10; 17 және 21. Осы үшбұрыштың үлкен бұрышының төбесінен оның жазықтығына 15-ке тең перпендикуляр жүргізілген. Оның ұштарынан үлкен қабырғаға дейінгі қашықтықты анықтаңыз.

Жауабы: 8; 17.

28. ABC үшбұрышындағы C бұрышы тік; CD – осы үшбұрыштың жазықтығына перпендикуляр. D нүктесі A және B нүктелерімен қосылған. Егер $CA=3$, $BC=2$, $CD=1$ болса, ADB үшбұрышының ауданын анықтаңыз.

Жауабы: 3,5.

29. $ABCD$ төртбұрышының A төбесінен оның жазықтығына AK перпендикуляры жүргізілген, оның K ұшының басқа төбелерден қашықтығы 6; 7 және 9. AK ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 2.

30. Гипотенузадан қашықтығы 10-ға тең ABC тік бұрышты үшбұрышының C тік бұрышының төбесі арқылы гипотенузаға параллель жазықтық жүргізілген. Осы жазықтықтағы катеттердің проекциясы 30 және 50-ге тең. Осы жазықтықтағы гипотенузаның проекциясын табыңыз.

Жауабы: 60.

31. Табаны $AC=18$ және бүйір қабырғасы 15-ке тең ABC тең бүйірлі үшбұрышы берілген. Оған іштей сызылған шеңбердің O центрі арқылы осы үшбұрыш жазықтығына $OK=6$ перпендикуляры жүргізілген. K нүктесі мен үшбұрыштың қабырғалары арасындағы қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 7,5.

32. $ABCD$ тік төртбұрышының жазықтығына A төбесінен AE перпендикуляры жүргізілген. Егер EB, EC және ED сәйкесінше 15; 24 және 20 болса, осы перпендикулярдың ұзындығын анықтаңыз.

Жауабы: 7.

33. Тең бүйірлі трапецияның табандары сәйкесінше 4 және 9-ға тең. Оның әр қабырғасынан қашықтығы 5-ке тең трапецияның жазықтығынан тыс жатқан M нүктесі алынған. M нүктесі трапеция жазықтығынан қандай қашықтықта екендігін анықтаңыз.

Жауабы: 4.

www.nismath.org

34. Ромбының қабырғасының ортасынан оның жазықтығына перпендикуляр жүргізілген, оның жоғарғы ұшы ромбтың 16-ға тең үлкен диагоналінен қашықтығы ромб қабырғасының жартысына тең. Осы перпендикулярдың ұзындығын анықтаңыз.

Жауабы: 4.

35. ABC тік бұрышты үшбұрышының A бұрышы 30°, ал гипотенузасы 8-ге тең. A төбесінен үшбұрыштың жазықтығына ұзындығы 1-ге тең AK перпендикуляры жүргізілген. K нүктесінен қарсы жатқан катеттің перпендикулярына дейінгі қашықтықты анықтаңыз.

Жауабы: 7.

36. Тең бүйірлі үшбұрыштың табаны мен биіктігі 8-ге тең. Нүкте үшбұрыш жазықтығынан қашықтығы 12-ге тең және оның төбелерінен бірдей қашықтықта болады. Осы қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 13.

37. $ABCD$ параллелограмындағы A және D төбелері берілген жазықтықта жатыр, ал басқа екеуі осы жазықтықтан тыс жатыр. $AB=15$, $BC=19$, ал жазықтықтағы параллелограмм диагональдарының проекциясы 20 және 22-ге тең. Осы жазықтықтағы параллелограмм қабырғаларының проекцияларын анықтаңыз.

Жауабы: 9; 19.

38. ABC үшбұрышында $AB=13$, $BC=14$, $AC=15$ екендігі белгілі. A төбесінен оның жазықтығына 5-ке тең AD перпендикуляры жүргізілген. D нүктесінен BC түзуіне дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 13.

39. Трапецияның табандары 28 және 36. Трапеция диагональдарының қиылысу нүктесінің кіші табан арқылы жүргізілген жазықтықтан қашықтығы 14-ке тең. Трапецияның үлкен табанынан осы жазықтыққа дейінгі қашықтықты анықтаңыз.

Жауабы: 32.

40. Радиусы 2-ге тең шеңбердің бойынан алынған A нүктесінен, дөңгелектің жазықтығына ұзындығы 1-ке тең AK перпендикуляры жүргізілген. A нүктесінен AB диаметрі, ал B нүктесінен диаметрмен 45° бұрыш жасайтын BC хордасы жүргізілген. K нүктесінен BC хордасына дейінгі қашықтықты анықтаңыз.

Жауабы: 3.

www.nismath.org

9.1.2

2–тобы. «Кеңістіктегі бұрыштарды есептеу» тақырыбына байланысты есептерді шешіңіз:

А

1. Ұштарының жазықтықтан қашықтықтары 3 және 2-ге тең ұзындығы 10 болатын кесінді жазықтықты қиып өтеді. Осы кесінді мен жазықтық арасындағы бұрышты табыңыз.

Жауабы: $30°$.

2. $ABCD$ квадратының жазықтығына A төбесі арқылы MA перпендикуляры жүргізілген. MC түзуі мен квадраттың жазықтығы арасындағы бұрыш $45°$, ал $MA=4\sqrt{2}$. Квадраттың ауданын табыңыз.

Жауабы: 16.

3. Жазықтықтан a қашықтықта болатын нүктеден екі көлбеу жүргізілген, олар жазықтықпен $45°$ бұрышты, ал өзара $60°$ бұрыш жасайды. Көлбеулердің ұштары арасындағы қашықтықты анықтаңыз.

Жауабы: $a\sqrt{2}$.

4. α жазықтығы ABD үшбұрышының AD қабырғасы арқылы өтеді. AB қабырғасы α жазықтығымен $30°$ бұрыш жасайды. Егер $AD=3$, $AB=5$, $BD=4$ болса, α және ABD жазықтықтары арасындағы бұрыштың синусын табыңыз.

Жауабы: $\frac{5}{8}$.

5. α жазықтығы $ABCD$ квадратының AD қабырғасы арқылы өтеді. BD диагоналі α жазықтығымен $45°$ бұрыш жасайды. Квадраттың жазықтығымен α жазықтығы арасындағы бұрышты табыңыз.

Жауабы: $90°$.

6. ABC тең бүйірлі үшбұрышының BC табаны арқылы α жазықтығы жүргізілген; A төбесінен осы жазықтыққа дейінгі қашықтық 4-ке тең. Егер $BC=12$, $AB=AC=10$ болса, α жазықтығымен үшбұрыштың жазықтығы арасындағы бұрышты табыңыз.

Жауабы: $30°$.

www.nismath.org

7. α және β жарты жазықтықтарынан жасалған екі жақты бұрыш $90°$-қа тең. A нүктесі екі жақты бұрыштың жақтарынан қашықтықтары 8 және 6-ға тең. A нүктесінен бастап, екі қырлы бұрыштың қабырғасына дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 10.

8. α жазықтығы мен оны қиып өтпейтін $AB=13$ кесіндісі берілген. Кесіндінің ұштарынан жазықтыққа дейінгі қашықтықтары 5 және 8-ге тең болса, AB түзуін қамтитын көлбеу мен α жазықтығының арасындағы бұрыштың синусын анықтаңыз.

Жауабы: $\frac{3}{13}$.

9. ABC үшбұрышының 5-ке тең BC қабырғасы α жазықтығында жатыр, ал A төбесінің α жазықтығынан қашықтығы 6-ға тең. Үшбұрыш жазықтығы α жазықтығымен $60°$ бұрыш жасаса, ABC үшбұрышының ауданын табыңыз.

Жауабы: $10\sqrt{3}$.

10. Жазықтықтан қашықтығы 30-ға тең нүктеден осы жазықтықпен $60°$ бұрыш жасайтын түзу жүргізілген. Көлбеудің және оның жазықтықтағы проекциясының ұзындығын есептеңіз.

Жауабы: $20\sqrt{3}$; $10\sqrt{3}$.

11. Үшбұрыштың қабырғалары 50; 58; 12. Оның жазықтығымен $60°$ бұрыш жасайтын жазықтықтағы оның проекциясының ауданын табыңыз.

Жауабы: 120.

12. Тік бұрышты үшбұрыштың катеттері 3 және 6-ға тең, үшбұрыштың жазықтығы мен проекциясының арасындағы бұрыш $60°$. Проекциясының ауданын табыңыз.

Жауабы: 4,5.

В

13. $ABCD$ квадратының AD қабырғасы арқылы α жазықтығы өтеді және AB қабырғасымен синусы $\frac{\sqrt{6}}{2}$-ге тең бұрыш жасайды. BD квадратының диагоналімен осы жазықтықтың жасайтын бұрышын табыңыз.

Жауабы: $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{4}$.

www.nismath.org

14. $ABCD$ – ромб, CK – ромбының жазықтығына перпендикуляр, мұндағы $CK=2\sqrt{3}$, $AB=4$ және $\angle BAD=60°$. ABK жазықтығымен ромбының жазықтығы арасындағы бұрышты табыңыз.

Жауабы: $45°$.

15. ABC үшбұрышы, $\angle C=90°$, AC катетімен α жазықтығына тіреліп, онымен $45°$-тық екі жақты қырлы бұрыш жасайды. Катет $AC=2$, ал AB гипотенузасының BC катетіне қатынасы $3:1$ қатынасындай. B төбесінен α жазықтығына дейінгі қашықтықты анықтаңыз.

Жауабы: 0,5.

16. Қабырғалары $AB=9$; $BC=6$ және $AC=5$-ке тең ABC үшбұрышы берілген. Үшбұрыш жазықтығымен $45°$ бұрыш жасайтындай AC қабырғасы арқылы α жазықтығы өтеді. B төбесінен α жазықтығына дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 4.

17. $ABCD$ тетраэдрінде қабырғалардың ұзындықтары белгілі: $AB=14$, $DC=8$, $AC=BC=AD=BD=9$. AB қабырғасының екі жақты бұрышының шамасын табыңыз.

Жауабы: $90°$.

18. ABC және ABD үшбұрыштары – тең бүйірлі және $AC=BC=15$, $AB=18$, $\angle ADB=90°$. $CD=6$ болса, ABC және ABD жазықтықтары арасындағы бұрыштың косинусын табыңыз.

Жауабы: $\frac{7}{8}$.

19. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб. DC_1 және CB_1 түзулері арасындағы бұрышты табыңыз.

Жауабы: $60°$.

20. ABC үшбұрышы – тік бұрышты, $\angle C=90°$, DBE үшбұрышы – тең қабырғалы. AC және DE қабырғалары параллель және олардың арасындағы қашықтық $\sqrt{3}$, ал $BC=DE=2$ болса, үшбұрыштардың жазықтықтары арасындағы сызықтық бұрышты табыңыз.

Жауабы: $\arccos\frac{\sqrt{3}}{3}$.

www.nismath.org

21. Тік бұрышты үшбұрыштың катеттері 7 және 24-ке тең. Тік бұрыштың төбесінен гипотенуза арқылы өтетін және үшбұрыштың жазықтығымен 30° бұрыш жасайтын жазықтыққа дейінгі қашықтықты анықтаңыз.

Жауабы: 3,36.

22. 60°-тық екі жақты бұрыштың ішінде алынған нүкте екі жағынан да қашықтығы a-ға тең. Берілген нүктеден екі жақты бұрыштың қырына дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: $2a$.

23. Үш жақты бұрыштың барлық жазық бұрыштары тік болып табылады. Оның жақтарынан 1; 2 және 2 қашықтықта орналасқан нүкте берілген. Бұрыштың төбесінен осы нүктеге дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 3.

24. DAB, DAC, ACB бұрыштары – тік, ал $AC=CB=5$, $DB=5\sqrt{5}$ болса, $ABCD$ тетраэдрының $ABCD$ екі жақты бұрышын табыңыз.

Жауабы: $60°$.

25. 120°-тық екі жақты бұрыштың ішінде әр жағынан a қашықтықта болатындай M нүктесі берілген. Осы нүктеден екі жақты бұрыштың қырына дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

26. ABM дұрыс үшбұрышының AM қабырғасы арқылы жазықтық жүргізілген. BD медианасы жазықтықпен 60° бұрыш жасайды. AB түзуі мен жазықтық арасындағы бұрыштың синусын табыңыз.

Жауабы: $\frac{3}{4}$.

27. Көлбеу жазықтықпен 45° бұрыш жасайды. Көлбеудің табаны арқылы көлбеудің проекциясымен 45° бұрыш жасайтын жазықтықта түзу жүргізілген. Осы түзу мен көлбеу арасындағы бұрышты табыңыз.

Жауабы: $60°$.

www.nismath.org

28. Төртбұрышты пирамиданың барлық қырлары өзара тең. Бүйір қыры мен пирамида табанының жазықтығы арасындағы бұрышты анықтаңыз.

Жауабы: $45°$.

29. Тең бүйірлі трапецияның табандары 10 және 34, ал биіктігі – 32., Трапецияның биіктігімен $60°$ бұрыш жасайтындай үлкен табан арқылы α жазықтығы жүргізілген. Трапецияның бүйір қабырғасының α жазықтығындағы проекциясын анықтаңыз.

Жауабы: 20.

30. Ромб жазықтығымен $60°$ жасайтындай ромбының жазықтығынан тыс жатқан K нүктесі арқылы ромб қабырғаларына перпендикуляр болатындай көлбеулер жүргізілген. Ромб диагональдары 15 және 20. K нүктесінен ромб жазықтығына дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: $6\sqrt{3}$.

31. Жазықтықтан тыс жатқан нүктеден осы жазықтыққа перпендикуляр мен екі көлбеу жүргізілген, олардың біреуі жазықтықпен $30°$, ал екіншісі – $60°$ бұрышты жасайды. Жазықтықтағы осы көлбеулердің проекцияларының ұзындықтарының қосындысы 8. Көлбеулердің ұзындығын анықтаңыз.

Жауабы: 4; $4\sqrt{3}$.

32. Екі жақты бұрыштың бір жағында екінші жағымен $30°$ бұрыш және екі жақты бұрыштың қырымен $45°$ бұрыш жасайтын түзу жүргізілген. Екі жақты бұрыштың шамасын табыңыз.

Жауабы: $45°$.

33. Тең бүйірлі тік бұрышты үшбұрыштың катеті берілген жазықтықта жатыр, ал гипотенузасы онымен $30°$ бұрыш жасайды. Осы жазықтықпен үшбұрыштың жазықтығы арасындағы бұрышты табыңыз.

Жауабы: $45°$.

34. Тік бұрышты екі жақты бұрыштың қырындағы нүктеден жақтарында екі түзу жүргізілген, олардың әрқайсысы қырмен $45°$ бұрыш көлбеулеген. Осы түзулер арасындағы бұрышты табыңыз.

Жауабы: $60°$.

www.nismath.org

35. ABC және ACD тең бүйірлі екі үшбұрыштың ортақ табаны AC қыры болатындай, екі жақты бұрыш $60°$, ал BC қабырғасы мен ACD жазықтығының арасындағы бұрыш $45°$. $BC=6$ болса, ABC үшбұрышының ауданын табыңыз.

Жауабы: $12\sqrt{2}$.

36. Үшбұрыштың қабырғалары 11; 13; 20. Үшбұрыш жазықтығына кіші бұрыштың төбесі арқылы перпендикуляр кесінді жүргізілген, ал оның жоғарғы ұшынан осы бұрышқа қарсы жатқан қабырғаға үшбұрыштың жазықтығымен $60°$ бұрыш жасайтындай перпендикуляр түсірілген. Үшбұрыш жазықтығына жүргізілген перпендикулярдың ұзындығын табыңыз.

Жауабы: $12\sqrt{3}$.

37. AB кесіндісінің ұштары тік бұрышты екі жақты бұрыштың жақтарында жатыр. A және B нүктелерінен екі жақты бұрыштың қырына AC және BD перпендикулярлары түсірілген. Егер $AB=7$, $DC=3$, $AC=2$ болса, BD-ны табыңыз.

Жауабы: 6.

38. Екі жақты бұрыштың ішінде жатқан K нүктесінен осы бұрыштың қырына KM перпендикуляры түсірілген. K нүктесінен жақтардың біріне дейінгі қашықтық осы жақтағы KM перпендикулярының проекциясына тең. KM кесіндісі оның екінші жағындағы проекциясынан екі есе артық. Екі жақты бұрыштың шамасын анықтаңыз.

Жауабы: $105°$.

39. ABC $(\angle C=90°)$ тік бұрышты үшбұрышының A төбесі арқылы BC түзуіне параллель α жазықтығы жүргізілген. AC катеті мен оның α жазықтығындағы проекциясы арасындағы бұрыш $60°$. $AC=10$, $BC=8$. α жазықтығындағы ABC үшбұрышының проекциясының периметрін есептеңіз.

Жауабы: $13+\sqrt{89}$.

40. Тік бұрышты үшбұрыштың катеттері 7 және 24 тең. Тік бұрыштың төбесінен гипотенуза арқылы өтетін және үшбұрыштың жазықтығымен $30°$ бұрыш жасайтын жазықтыққа дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: $3\frac{9}{25}$.

9.2.1
www.nismath.org

1 – тобы. «Призма, параллелепипед, куб» тақырыбына байланысты есептерді шешіңіз:

А

1. Дұрыс төртбұрышты призманың табанының ауданы 144, ал биіктігі 14-ке тең. Осы призманың диагоналін анықтаңыз.

Жауабы: 22.

2. Тік призманың табаны гипотенузасы $8\sqrt{2}$ -ге тең, тең бүйірлі тік бұрышты үшбұрыш. Катет арқылы өтетін бүйір жағының диагоналі 10-ға тең. Призманың көлемін табыңыз.

Жауабы: 192.

3. Дұрыс төртбұрышты призманың бүйір бетінің ауданы 32, ал толық бетінің ауданы 40. Биіктікті табыңыз.

Жауабы: 4.

4. Дұрыс төртбұрышты призманың көлемі 60, ал бүйір бетінің ауданы 120. Төменгі табанының симметрия центрінен жоғарғы табанының төбесіне дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{227}$.

5. Үшбұрышты көлбеу призманың бүйір қабырғалары арасындағы қашықтық 10; 17 және 21, ал бүйір қабырғасы 18. Призманың көлемін табыңыз.

Жауабы: 1 512.

6. Тік призманың табаны, төбесіндегі бұрышы $120°$ -қа тең бүйірлі үшбұрыш. Осы бұрышқа қарама–қарсы жағының диагоналінің ұзындығы 6 және табан жазықтығымен $60°$ бұрыш жасайды. Призманың көлемін табыңыз.

Жауабы: 6,75.

7. Тік призманың табаны сүйір бұрышы $60°$ -қа тең ромб, ромбының кіші диагоналі мен призманың кіші диагоналі арасындағы бұрыш та $60°$ -қа тең. Егер ромбының кіші диагоналі 6-ға тең болса, призманың көлемін табыңыз.

Жауабы: 324.

www.nismath.org

8. Тік призманың табаны тең бүйірлі тік бұрышты үшбұрыш. Тік бұрышқа қарама–қарсы жақтың диагоналі 4-ке тең және табан жазықтығымен 30° бұрыш жасайды. Призманың көлемін табыңыз.

Жауабы: 6.

9. Тік призманың табаны – катеті 3 болатын және оған іргелес бұрышы 60° тік бұрышты үшбұрыш. Үшбұрыштың гипотенузасы жатқан бүйір жағының диагоналі 10-ға тең. Призманың көлемін табыңыз.

Жауабы: $36\sqrt{3}$.

10. Тік параллелепипедтің табанының қабырғалары 8 және 4, ал арасындағы бұрыш 60°. Параллелепипедтің кіші диагоналі $8\sqrt{3}$. Осы диагональ табан жазықтығымен қандай бұрыш жасайды?

Жауабы: 60°.

11. Тік параллелепипедтің табанының қабырғалары 3 және 5, ал арасындағы бұрыш 60°, бүйір қабырғасы $7\sqrt{2}$. Параллелепипедтің үлкен диагоналі табан жазықтығымен қандай бұрыш жасайды?

Жауабы: $\operatorname{arctg}\sqrt{2}$.

12. Тік бұрышты параллелепипедтің бір төбесінен шығатын үш қабырғасының орталары арқылы өтетін жазықтықпен қиғанда көлемі 6 болатын пирамида пайда болады. Параллелепипедтің көлемін табыңыз.

Жауабы: 288.

13. Тік параллелепипедтің бүйір қабырғасы 10-ға тең. Табанының үлкен диагоналі 9 және сол табанының 7-ге тең үлкен қабырғасымен синусы $\frac{4\sqrt{5}}{21}$ болатындай бұрыш жасайды. Параллелепипедтің бүйір бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 220.

14. Көлбеу параллелепипедтің табаны сүйір бұрышы 30° және қабырғасы 5-ке тең ромб. Бүйір қабырғасы $\frac{4}{\sqrt{3}}$ тең және 60° бұрышында табанның жазықтығына көлбеулеген. Параллелепипедтің көлемін табыңыз.

Жауабы: 25.

www.nismath.org

15. Тік параллелепипедтің табанының қабырғалары 6 және 10, табанының бұрыштарының бірі $60°$, параллелепипедтің кіші диагоналі табан жазықтығымен $30°$ бұрыш жасайды. Параллелепипедтің көлемін табыңыз.

Жауабы: $60\sqrt{19}$.

16. Тік параллелепипедтің әрбір қырының ұзындығы 6, оның табанының бұрыштарының бірі $30°$. Параллелепипедтің көлемін табыңыз.

Жауабы: 108.

17. Тік параллелепипедтің табандарының қабырғалары 6 және 8, ал параллелепипедтің диагональдары табандарымен $45°$ және $30°$ бұрыш көлбеулеген. Осы диагональдардың ұзындықтарын табыңыз.

Жауабы: 10; $10\sqrt{2}$.

18. Тік параллелепипедтің табанының қабырғалары 2 және 7, ал табанының бұрыштарының бірі $60°$. Параллелепипедтің кіші диагоналі 8. Параллелепипедтің бүйір бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 90.

19. Кубтың диагональ қимасының ауданы $8\sqrt{2}$. Кубтың толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 48.

20. Кубтың көлемі $16\sqrt{2}$. Кубтың жағына сырттай сызылған шеңбердің радиусын табыңыз.

Жауабы: 2.

21. Кубтың қыры a. Кубтың табан жазықтығымен куб диагоналінің арасындағы көлбеулік бұрышын табыңыз.

Жауабы: $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{3}$.

22. Кубтың бетінің ауданы 54. Оның диагоналін табыңыз.

Жауабы: $3\sqrt{3}$.

www.nismath.org

B

23. Берілген тік бұрышты призманың барлық қырларының ұзындықтары бірдей. Призманың толық бетінің ауданы $12+24\sqrt{3}$. Призманың табанының ауданын табыңыз.

Жауабы: 6.

24. Үшбұрышты тік призманың табандарының қабырғалары 13; 14 және 15, ал бүйір қабырғасы табанының биіктігінің ұзындығы бойынша орташасына тең. Призманың көлемін табыңыз.

Жауабы: 1 008.

25. Тік призманың табанындағы ромбтың қабырғасы 12 және сүйір бұрышы $60°$. Ромбының кіші диагоналі арқылы перпендикуляр қима жүргізілген және оның ауданы 180. Осы призманың көлемін анықтаңыз.

Жауабы: $1080\sqrt{3}$.

26. Үшбұрышты тік призманың табанының ауданы 4, ал бүйір жақтарының аудандары 9; 10; 17. Призманың көлемін табыңыз.

Жауабы: 12.

27. Тік призманың табаны $ABCD$: $AB=CD=13$, $BC=11$, $AD=21$ тең бүйірлі трапециясы. Оның диагональ қимасының ауданы 180. Призманың толық бетінің ауданын есептеңіз.

Жауабы: 906.

28. Тік призманың табаны қабырғасы 5-ке тең дұрыс үшбұрыш. Төменгі табанының қабырғасының ортасы арқылы және оған қарсы жоғарғы табанының төбесі арқылы өтетін жазықтық табан жазықтығымен $45°$ бұрыш жасап көлбеулеген. Призманың көлемін табыңыз.

Жауабы: 46,875.

29. Үшбұрышты тік призманың табанының қабырғалары 10; 13; 13. Ұзындығы 10-ға тең осы бүйір қырына қарсы жатқан қырдық ортасы мен төменгі табанының кіші қабырғасы арқылы өтетін жазықтықпен қиғандағы призманың қимасының ауданын табыңыз.

Жауабы: 65.

30. Диагоналі 14, бүйір жағының диагоналі 10-ға тең дұрыс төртбұрышты призманың толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: $32\sqrt{6}\left(\sqrt{6}+1\right)$.

www.nismath.org

31. Тік параллелепипедтің табаны ауданы 3-ке тең ромб, ал диагональ қималарының аудандары 3 және 2-ге тең. Көлемін табыңыз.

Жауабы: 3.

32. Тік бұрышты параллелепипедтің табанының қабырғаларының қатынасы 2:3 қатынасындай, ал диагональ қимасының ауданы 169-ға тең квадрат. Параллелепипедтің көлемін табыңыз.

Жауабы: 1 014.

33. Тік призманың табаны қабырғалары 9; 19 және 20 болатын үшбұрыш. Жоғарғы табанының үлкен бұрышының төбесінен төменгі табанының қарама–қарсы қабырғасына дейінгі қашықтыққа тең кесіндінің табан жазықтығымен көлбеулік бұрышы 30°. Призманың көлемін табыңыз.

Жауабы: $240\sqrt{3}$.

34. Тік бұрышты параллелепипедтің төменгі табанының диагоналі және оған қарама–қарсы жоғарғы табанының төбесі арқылы жазықтық жүргізілген. Пайда болған қима ауданы 20-ға тең үшбұрыш, ал қабырғасы $4\sqrt{2}$-ге тең квадрат параллелепипедтің табаны. Параллелепипедтің көлемін анықтаңыз.

Жауабы: 96.

35. Диагоналі мен бүйір жағының арасындағы бұрыш 30°, ал табаны қабырғасы $2\sqrt{2}$-ге тең квадрат болатын тік бұрышты параллелепипедтің көлемін табыңыз.

Жауабы: 32.

36. Жақтарының диагональдарының ұзындықтары 11; 19 және 20-ға тең тік бұрышты параллелепипедтің диагоналін табыңыз.

Жауабы: 21.

37. Тік параллелепипедтің табаны–периметрі 40-қа тең ромб. Параллелепипедтің бүйір қабырғасы 9, ал оның диагональдарының бірі 15. Параллелепипедтің көлемін табыңыз.

Жауабы: 864.

38. Тік бұрышты параллелепипедтің центрінен оның қырларына дейінгі қашықтықтары $\sqrt{13}$; $2\sqrt{5}$ және 5. Параллелепипедтің көлемін табыңыз.

Жауабы: 192.

www.nismath.org

39. Қыры a-ға тең кубтың жоғарғы табанының центрі, төменгі табанының қабырғаларының орталарымен қосылған және орталары бір-бірімен тізбектеліп қосылған. Пайда болған пирамиданың толық бетінің ауданын есептеңіз.

Жауабы: $2a^2$.

40. Табан жазықтығы мен қима жазықтығы арасындағы бұрыштың шамасы $30°$, ал кубтың қырының ұзындығы 5-ке тең болатындай, жоғарғы табанының қабырғасы арқылы өтетін жазықтықпен қиғандағы кубтың қимасының ауданын табыңыз.

Жауабы: $\frac{50\sqrt{3}}{3}$.

9.2.2

2 – тобы. «Пирамида, қиық пирамида» тақырыбына байланысты есептерді шешіңіз:

А

1. Дұрыс төртбұрышты пирамиданың биіктігі 6, ал апофема 6,5-ға тең. Осы пирамиданың табанының периметрін табыңыз.

Жауабы: 20.

2. Дұрыс пирамиданың бүйір бетінің ауданы 24, ал табанының ауданы 12-ге тең. Бүйір жақтары табанымен қандай бұрыш жасап көлбеулеген?

Жауабы: $60°$.

3. Дұрыс төртбұрышты пирамиданың көлемі 48, ал биіктігі 4-ке тең. Пирамиданың бүйір бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 60.

4. Пирамиданың биіктігі 16. Табанының ауданы 512-ге тең. Ауданы 50 болатын табанына параллель қима табанынан қандай қашықтықта болады?

Жауабы: 11.

5. Пирамиданың табан диагоналі 6-ға тең квадрат. Бір бүйір қыры табанына перпендикуляр. Үлкен бүйір қырымен табанының арасындағы көлбеулік бұрышы $45°$. Пирамиданың көлемі қаншаға тең?

Жауабы: 36.

www.nismath.org

6. Үшбұрышты пирамиданың екі бүйір жағы өзара перпендикуляр. Осы жақтардың аудандары P және Q, ал олардың ортақ қабырғасының ұзындығы a. Пирамиданың көлемін анықтаңыз.

Жауабы: $\frac{2PQ}{3a}$.

7. Пирамиданың табаны қабырғалары 4 және 6-ға тең тік төртбұрыш. Бүйір қырларының әрқайсысы 7-ге тең. Пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: 48.

8. Пирамиданың табанына параллель қимасының жазықтығы пирамида биіктігін 1:1 қатынасында бөледі. Егер табанның ауданы 60-қа тең болса, қиманың ауданын табыңыз.

Жауабы: 15.

9. Үшбұрышты пирамиданың бүйір қабырғалары өзара перпендикуляр, әрбір қыры 3-ке тең. Пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: 4,5.

10. Дұрыс төртбұрышты пирамиданың көлемі 20-ға тең, ал оның биіктігі 1-ге тең. Пирамиданың апофемасының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 4.

11. Дұрыс үшбұрышты пирамиданың биіктігі табанының қабырғасынан екі есе кіші. Пирамиданың бүйір жағы мен табан жазықтығы арасындағы бұрышты табыңыз.

Жауабы: $60°$.

12. Барлық бүйір қырлары табан жазықтығына $45°$ бұрыш жасап көлбеулеген болса, ал табанының медианасы $6\sqrt{3}$-ке тең болса, дұрыс үшбұрышты пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: 144.

13. Дұрыс үшбұрышты пирамиданың табанының биіктігі 3-ке тең, ал бүйір қыры пирамиданың биіктігімен $30°$ бұрыш жасайды. Пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: 6.

www.nismath.org

14. Биіктігі $10\sqrt[4]{3}$-ке тең, ал табанының қабырғасы қыры болатындай екі жақты бұрышы $45°$-қа тең. Дұрыс үшбұрышты пирамиданың табанының ауданын табыңыз.

Жауабы: 900.

15. Үшбұрышты пирамиданың барлық бүйір қырлары табанының жазықтығымен $45°$ бұрыш жасайды. Егер оның табанының қабырғалары 20; 21 және 29-ға тең болса, пирамиданың биіктігін табыңыз.

Жауабы: 6.

16. Пирамиданың табаны қабырғалары 7; 10 және 13 болатын үшбұрыш. Пирамиданың биіктігі 4. Егер барлық бүйір қырлары табанының жазықтығына бірдей көлбеулеген болса, пирамида табанының екі жақты бұрышының шамасын табыңыз.

Жауабы: $60°$.

17. Пирамиданың табаны табандарының ұзындықтары 16 және 4 болатын тең бүйірлі трапеция. Оның әрбір бүйір жағы табанымен $60°$ бұрыш жасайтын болса, пирамиданың биіктігін табыңыз.

Жауабы: $4\sqrt{3}$.

18. Табанына параллель жазықтықпен қиғандағы пирамиданың қимасы, пирамиданың биіктігін төбесінен бастап 2:3 қатынасында бөледі. Пирамиданың табанының ауданы 360-қа тең. Оның қимасының ауданын табыңыз.

Жауабы: 57,6.

19. Пирамиданың табаны қабырғалары 5; 5 және 6 болатын үшбұрыш. Пирамиданың биіктігі, осы үшбұрышқа іштей сызылған дөңгелектің центрі арқылы өтеді және 2-ге тең. Пирамиданың бүйір бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 20.

20. Үшбұрышты пирамиданың төбесінің жазық бұрыштары тік, ал пирамиданың бүйір қырлары 5; 6; 7-ге тең. Пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: 35.

21. Дұрыс төртбұрышты қиық пирамиданың табандарының қабырғалары 4 және 6-ға тең. Бүйір қыры үлкен табанмен $45°$-қа тең бұрыш жасайтын болса, диагональ қиманың ауданын табыңыз.

Жауабы: 10.

www.nismath.org

22. Табандарының қабырғалары 14 және 10-ға тең, ал диагоналі 18-ге тең болатын, дұрыс төртбұрышты қиық пирамиданың биіктігін табыңыз.

Жауабы: 6.

23. Қиық пирамиданың табандары қабырғалары 2 және 6-ға тең дұрыс үшбұрыштар. Көлемі $52\sqrt{3}$-ке тең болса, осы пирамиданың биіктігін анықтаңыз.

Жауабы: 12.

B

24. Пирамиданың табаны қабырғасы 14 және сүйір бұрышы 60° болатын ромб. Пирамиданың табанының екі жақты бұрыштары 45°. Пирамиданың көлемін есептеңіз.

Жауабы: 343.

25. Дұрыс төртбұрышты пирамиданың табанының ауданы 36, ал оның бүйір бетінің ауданы 60. Пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: 48.

26. Пирамиданың табаны қабырғалары 13; 14 және 15 болатын үшбұрыш. Бүйір жақтарының барлық биіктіктері 14-ке тең болса, пирамиданың биіктігін табыңыз.

Жауабы: $6\sqrt{5}$.

27. Биіктікті $3:2$ қатынасында бөлетін табанына параллель жазықтық пирамиданың көлемін қандай қатынаста бөледі?

Жауабы: $27:98$.

28. Пирамиданың табаны қабырғасы 6 және сүйір бұрышы 30°-қа тең ромб. Егер табанының әрбір екі жақты бұрышы 60°-қа тең болса, пирамиданың толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 54.

29. $FABC$ үшбұрышты пирамиданың табаны қабырғасы $\sqrt{3}$-ке тең, $FA=\sqrt{3}$, ABC дұрыс үшбұрыш. Пирамиданың бүйір жақтарының аудандары тең. Пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

www.nismath.org

30. Дұрыс үшбұрышты пирамиданың 6-ға тең бүйір қыры оның табанымен 30° бұрыш жасап көлбеулеген. Пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: $\frac{81\sqrt{3}}{4}$.

31. Дұрыс үшбұрышты пирамиданың биіктігі $2\sqrt{3}$ -ке тең, ал бүйір жағы табан жазықтығымен 60° бұрыш жасайды. Пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: 24.

32. Қырлары a -ға тең дұрыс тетраэдрдің көлемін табыңыз.

Жауабы: $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$.

33. Дұрыс үшбұрышты пирамиданың төбесінің жазық бұрышы 90° -қа тең. Пирамиданың бүйір бетінің ауданы 192-ге тең. Пирамиданың бүйір жағына сырттай салынған шеңбердің радиусын табыңыз.

Жауабы: 8.

34. Дұрыс үшбұрышты пирамиданың табан жазықтығы мен бүйір жағының арасындағы бұрыш 45°. Пирамиданың көлемі $\frac{1}{3}$ -ге тең. Пирамиданың табанының қабырғасын табыңыз.

Жауабы: 2.

35. Пирамиданың табаны диагональдары 6 және 8 болатын ромб. Пирамиданың биіктігі ромб диагональдарының қиылысу нүктесі арқылы өтеді және 1-ге тең. Пирамиданың бүйір бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 26.

36. Төртбұрышты пирамиданың барлық бүйір қырлары табан жазықтығына 60° бұрыш жасап көлбеулеген. Оның табаны үлкен бұрышы 120° -қа тең тең бүйірлі трапеция. Трапецияның диагоналі оның сүйір бұрышының биссектрисасы. Пирамиданың биіктігі $4\sqrt{3}$. Трапецияның үлкен табанын табыңыз.

Жауабы: 8.

37. Табан жазықтығымен бүйір қырының арасындағы бұрыш $\alpha = 30^\circ$ және диагональ қимасының ауданы $S = \sqrt{3}$ болатын дұрыс төртбұрышты пирамиданың көлемін анықтаңыз.

Жауабы: 2.

www.nismath.org

38. Пирамиданың табаны қабырғасы $\sqrt[4]{15}$ -ке тең дұрыс үшбұрыш. Бүйір қырларының бірі табанына перпендикуляр, ал қалған екеуі табан жазықтығымен $60°$ бұрыш жасап көлбеулеген. Пирамиданың үлкен бүйір жағының ауданын табыңыз.

Жауабы: 3,75.

39. Пирамиданың табаны ауданы 81-ге тең тік төртбұрыш. Екі бүйір жағы табан жазықтығына перпендикуляр, ал қалған екеуі онымен $30°$ және $60°$ бұрыш жасайды. Пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: 243.

40. Табандары 10 және 20 болатын тең бүйірлі трапеция пирамиданың табаны болатын, ал бүйір жақтары табан жазықтығымен $60°$ -қа тең екі жақты бұрыштарды жасайтындай пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: $500\sqrt{3}$.

41. Пирамиданың табаны гипотенузасы c -ға тең тік бұрышты тең бүйірлі үшбұрыш. Пирамиданың әр қыры табан жазықтығымен $45°$ бұрыш жасап көлбеулеген. Пирамиданың толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: $\frac{c^2}{4}\left(2+\sqrt{3}\right)$.

42. Дұрыс үшбұрышты пирамиданың табанының қабырғасы a -ға тең. Пирамиданың бүйір жағымен биіктігі арасындағы бұрыштың шамасы $30°$. Пирамиданың толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: $\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

43. Дұрыс төртбұрышты пирамиданың биіктігі мен оның бүйір қырының арасындағы бұрыш $60°$. Оның биіктігі 10-ға тең болса, пирамиданың толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: $200\left(3+\sqrt{15}\right)$.

44. Пирамиданың табаны үлкен диагоналі 12 және сүйір бұрышы $60°$ болатын ромб. Пирамида табанының барлық екі жақты бұрыштары $45°$ -қа тең. Пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: $24\sqrt{3}$.

www.nismath.org

45. Дұрыс қиық пирамиданың табандары қабырғалары a және b $(a>b)$ болатын квадраттар. Бүйір қырлары табан жазықтығына α бұрыш жасап көлбеулеген. Табандарының қабырғаларының екі жақты бұрыштарының шамаларын анықтаңыз.

Жауабы: $\operatorname{arc\,tg}\left(\sqrt{2}\operatorname{tg}\alpha\right)$.

46. Үшбұрышты қиық пирамиданың биіктігі 10-ға тең. Бір табанының қабырғалары 27; 29 және 52, ал басқа табанының периметрі 72-ге тең. Қиық пирамиданың көлемін анықтаңыз.

Жауабы: 1900.

47. Қиық пирамиданың табандары сүйір бұрышы 60° болатын тік бұрышты үшбұрыштар. Осы үшбұрыштардың гипотенузалары 6 және 4-ке тең. Пирамиданың биіктігі $\sqrt{3}$. Қиық пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: 9,5.

48. Дұрыс төртбұрышты қиық пирамиданың табандарының қабырғалары 4 және $4\sqrt{3}$-ке тең; бүйір жағы табан жазықтығына 60° бұрыш жасап көлбеулеген. Пирамиданың толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 128.

49. Дұрыс төртбұрышты қиық пирамиданың табандарының қабырғаларының қатынасы $3:2$ қатынасындай. Пирамиданың биіктігі 3-ке тең. Бүйір қыры табан жазықтығымен 60° бұрыш жасайды. Пирамиданың көлемін табыңыз.

50. Дұрыс төртбұрышты қиық пирамиданың бүйір қыры $\sqrt{3}$-ке тең және табан жазықтығына 60° бұрыш жасап көлбеулеген. Пирамиданың диагоналі бүйір қырына перпендикуляр. Пирамиданың кіші табанының ауданын табыңыз.

Жауабы: 1,5.

9.3.1
www.nismath.org

§ 3. АЙНАЛУ ДЕНЕСІ

1 – тобы. «Цилиндр» тақырыбына байланысты есептерді шешіңіз:

А

1. Цилиндрдің жазбасы қабырғасы $2\sqrt[3]{\pi}$-ге тең квадрат. Цилиндрдің көлемі қаншаға тең?

Жауабы: 2.

2. Цилиндрдің жазбасы диагоналі 8-ге тең және табанымен 30° бұрыш жасайтын тік төртбұрыш. Цилиндрдің көлемін табыңыз.

Жауабы: $\frac{48}{\pi}$.

3. Цилиндрдің осьтік қимасының диагональдары 90° бұрыш жасап қиылысады. Бүйір бетінің ауданы 4π-ге тең болса, цилиндрдің биіктігін табыңыз.

Жауабы: 2.

4. Цилиндрдің осіне параллель қимасы табанындағы шеңберден 60°-тық доғаны қиып түседі. Цилиндрдің биіктігі h, ал табанының радиусы r-ге тең болса, қиманың ауданын табыңыз.

Жауабы: hr.

5. Цилиндрдің биіктігі 5-ке тең, осьтік қиманың диагоналі табан жазықтығымен 45° бұрыш жасайды. Цилиндрдің толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: $37,5\pi$.

6. Цилиндрдің бүйір бетінің ауданының, оның осьтік қимасының ауданына қатынасын табыңыз.

Жауабы: π.

7. Цилиндрдің осьтік қимасы – ауданы 100-ге тең квадрат. Цилиндрдің табанының ауданын анықтаңыз.

Жауабы: 25π.

8. Цилиндрдің биіктігі 6-ға тең, ал табанының радиусы 5-ке тең. Одан қашықтығы 4-ке тең цилиндрдің осіне параллель жүргізілген қиманың ауданын табыңыз.

Жауабы: 36.

www.nismath.org

9. Цилиндр табанының диаметрі 10-ға тең. Цилиндрдің осінен қашықтығы 3-ке тең цилиндрдің осіне параллель квадрат пішінді қима жүргізілген. Осы қиманың ауданын табыңыз.

Жауабы: 64.

10. Цилиндрдің табанының радиусы төрт есе үлкейтіліп, ал биіктігі сонша есе кішірейтілді. Цилиндрдің көлемі қалай өзгереді?

Жауабы: 4 есе көбейеді.

11. Цилиндрдің табанының радиусы биіктігінен 3 есе кіші, ал толық бетінің ауданы 288π-ге тең. Цилиндрдің өлшемдерін табыңыз.

Жауабы: $r=6$, $h=18$.

12. Цилиндрдің осьтік қимасының ауданы $6\sqrt{\pi}$-ге тең, ал цилиндрдің табанының ауданы 25-ке тең. Цилиндрдің биіктігін табыңыз.

Жауабы: $0,6\pi$.

13. Цилиндрдің осьтік қимасының диагоналі табанының диаметрінен 25% артық. Табандарының центрлерінің ара қашықтығы 18-ге тең болса, цилиндрдің толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 720π.

14. Цилиндрдің осінен қашықтығы a-ға тең және оған параллель жазықтық табанындағы шеңберден $120°$-тық доғаны қиып түседі. Пайда болған қиманың диагоналі $4a$-ға тең. Цилиндрдің көлемін табыңыз.

Жауабы: $8\pi a^3$.

15. Цилиндрдің осіне параллель жазықтық одан 15-ке тең қашықтықта. Пайда болған қиманың диагоналі 20, ал цилиндрдің табанының радиусы 17-ге тең. Цилиндрдің көлемін табыңыз.

Жауабы: $3\,468\pi$.

16. Цилиндрдің бүйір бетінің ауданы S, ал табанындағы шеңбердің ұзындығы C-ға тең. Көлемді табыңыз.

Жауабы: $\frac{CS}{4\pi}$.

17. Цилиндрдің биіктігі табанындағы шеңбердің ұзындығына тең. Цилиндрдің көлемі $432\pi^2$-қа тең болса, табанының диаметрін табыңыз.

Жауабы: 12.

www.nismath.org

18. Ұштары цилиндрдің табандарының әртүрлі шеңберлерінде жатқан AB кесіндісі, цилиндрдің осін 30° бұрыш жасап қиып өтеді. AB кесіндісінің ұзындығы $4\sqrt{3}$ -ке тең болса, цилиндрдің көлемін табыңыз.

Жауабы: 18π.

19. Биіктігін 4-ке арттырса, көлемі 36π -ге артатындығы белгілі болса, биіктігі 5-ке тең цилиндрдің бүйір бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 30π.

20. Цилиндрдің осьтік қимасы – квадрат, ал диагоналінің ұзындығы 20-ға тең. Цилиндрдің табанының радиусын табыңыз.

Жауабы: $5\sqrt{2}$.

21. Тік цилиндрдің осьтік қимасының ауданы 24-ке тең. Оның бүйір бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 24π.

22. Цилиндрдің табанының ауданының осьтік қиманың ауданына қатынасы $\pi:4$ қатынасындай. Осьтік қиманың диагональдары арасындағы бұрышты анықтаңыз.

Жауабы: 90°.

23. Қабырғасы 2-ге тең квадратты цилиндр пішініне келтіріп орады. Осы цилиндрдің табанының ауданын табыңыз.

Жауабы: $\frac{1}{\pi}$.

B

24. Цилиндрдің көлемі $\frac{9\pi}{4}$, ал жасаушысының ұзындығы 1-ге тең, цилиндрдің осіне параллель және одан $\sqrt{2}$ қашықтықта болатын қиманың ауданын табыңыз.

Жауабы: 1.

25. Периметрі 24-ке тең және диагональдары арасындағы бұрыш 60° тік төртбұрыштың бір қабырғасына қатысты айналдырғанда пайда болған цилиндрдің бүйір бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: $144\pi\sqrt{3}\left(2-\sqrt{3}\right)$.

www.nismath.org

26. Цилиндрдің биіктігі оның радиусынан 2-ге кем. Цилиндрдің бүйір бетінің ауданы 160π-ге тең. Цилиндрдің осьтік қимасының ауданын табыңыз.

Жауабы: 160.

27. Төменгі табанының $4\sqrt{14}$-ке тең хордасы, төменгі табанының центрінен қашықтығы 5, ал жоғарғы табанының центрінен қашықтығы 13-ке тең. Цилиндрдің көлемін табыңыз.

Жауабы: 972π.

28. Цилиндр жасаушысы арқылы өзара перпендикуляр аудандары 16 және 30-ға тең екі қима жүргізілген. Цилиндрдің бүйір бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 34π.

29. Екі цилиндрдің көлемдері бірдей. Осы цилиндрлардың биіктіктерінің ұзындықтарының қатынасы $4:9$ қатынасындай. Осы цилиндрлердің бүйір беттерінің аудандарының қатынасын табыңыз.

Жауабы: $2:3$.

30. Цилиндрдің бүйір жағының жазбасы диагоналі $AC=8$ болатын $ABCD$ тік төртбұрышы. Диагональдарының арасындағы бұрыш $30°$-қа тең болса, цилиндрдің бүйір бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 16.

31. AB кесіндісі 13-ке тең, A және B нүктелері цилиндрдің әртүрлі табандарының шеңберлерінде жатыр. Егер оның биіктігі 5, ал табанының радиусы 10 болса, AB кесіндісінен цилиндрдің осіне дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 8.

32. Цилиндр жасаушысы арқылы өзара перпендикуляр аудандары 45 және 200-ге тең екі қима жүргізілген. Осьтік қиманың ауданын табыңыз.

Жауабы: 205.

33. Цилиндрдің осьтік қимасының ауданы 212-ге тең. Цилиндр жасаушысы арқылы өзара перпендикуляр екі қима жүргізілген, олардың аудандарының қатынасы $28:45$ қатынасындай. Осы қималардың аудандарын табыңыз.

Жауабы: 112; 180.

www.nismath.org

34. Цилиндр жасаушысы арқылы арасындағы бұрыш 60° болатындай ABB_1A_1 және ACC_1A_1 қималары жүргізілген. Осы қималардың аудандары 420 және 100-ге тең. BCC_1B_1 қимасының ауданын есептеңіз.

Жауабы: 380.

35. Цилиндрдің биіктігі мен радиусы сәйкесінше 15 және 5-ке тең. $AB=17$ кесіндісінің ұштары цилиндрдің табандарының шеңберлерінде жатыр. Осы кесіндіден цилиндрдің осіне дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 3.

36. Цилиндрдің бүйір бетінің ауданы оның толық бетінің ауданының жартысын құрайды. Осьтік қиманың диагоналі d-ға тең, цилиндрдің толық бетінің ауданын анықтаңыз.

Жауабы: $0{,}8\pi d^2$.

37. Цилиндрдің осьтік қимасының диагоналі цилиндрдің радиусынан 5,2 есе артық. Цилиндрдің бүйір бетінің ауданы 120-ға тең. Цилиндрдің толық бетінің ауданын есептеңіз.

Жауабы: 145.

38. Цилиндрдің осьтік қимасының диагональдарының қиылысу нүктесінен жасаушысы 60° бұрышында көрінеді. Табанының ауданы S. Цилиндрдің бүйір бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: $\dfrac{4S\sqrt{3}}{3}$.

39. Цилиндрдің бүйір бетінің жазбасы тік төртбұрыш. Оның қабырғаларының бірі екіншісінен екі есе артық. Цилиндрдің бүйір бетінің ауданы 20. Цилиндрдің толық бетінің ауданын анықтаңыз.

Жауабы: $\dfrac{20(\pi+1)}{\pi}$.

40. Цилиндрдің биіктігі мен радиусы сәйкесінше 32 және 13-ке тең. Төбелері цилиндрдің табандарының шеңберлерінде жататындай, осы цилиндрге тік төртбұрыш іштей салынған. Тік төртбұрыштың қабырғаларының қатынасы 1:4 қатынасындай, тік төртбұрыштың ауданын анықтаңыз.

Жауабы: 400.

9.3.2 www.nismath.org

2-топ. «Конус. Қиық конус» тақырыбына байланысты есептерді шешіңіз:

А

1. Конустың биіктігі 5-ке тең. Конусты оның төбесінен қашықтығы 2-ге тең табанға параллель жазықтық қиып өтеді. Егер кішісінің көлемі 24-ке тең болса, үлкен конустың көлемі қаншаға тең?

Жауабы: 375.

2. Тік конустың биіктігі жасаушысынан 4 есе кіші, ал конустың табанының радиусы $3\sqrt{15}$. Конустың көлемін табыңыз.

Жауабы: 135π.

3. Конустың жасаушысы 10, ал биіктігі – 8-ге тең. Конустың көлемін табыңыз.

Жауабы: 96π.

4. Биіктігі 4-ке тең, ал осьтік қимасының төбесіндегі бұрышы $90°$. Конустың бүйір бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: $16\sqrt{2}\pi$.

5. Конустың осьтік қимасының периметрі 24-ке тең, ал табан жазықтығымен жасаушының арасындағы бұрыш $60°$. Конустың толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 48π.

6. Осьтік қимасының ауданы 32, ал биіктік пен жасаушысының арасындағы бұрыш $45°$. Конустың толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: $32\pi\left(1+\sqrt{2}\right)$.

7. Конустың көлемі $9\sqrt{3}\,\pi$-ге тең. Осьтік қимасы тең қабырғалы үшбұрыш болса, конустың биіктігін табыңыз.

Жауабы: $3\sqrt{3}$.

8. Конустың көлемі 16π-ге тең, ал оның биіктігінің ұзындығы 3-ке тең. Конустың бүйір бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 20π.

www.nismath.org

9. Конустың бүйір бетінің ауданы 36π-ге тең, ал конустың жасаушысы табанының радиусынан үш есе артық. Конустың көлемін анықтаңыз.

Жауабы: $16\sqrt{6}\pi$.

10. Конустың жасаушысының биіктігіне қатынасы $12:13$ қатынасындай. Оның көлемі 800π-ге тең, конустың толық бетінің ауданын анықтаңыз.

Жауабы: 360π.

11. Конустың осьтік қимасы бұрышы $120°$-қа тең және қабырғалары 16-ға тең тең бүйірлі үшбұрыш. Конустың толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: $64\pi\left(3+2\sqrt{3}\right)$.

12. Конустың биіктігі 4, табанының радиусы 3, ал конустың бүйір бетін жазғанда пайда болған сектордың бұрышын табыңыз.

Жауабы: $216°$.

13. Конустың биіктігі 15, ал көлемі 320π-ге тең. Толық бетінің ауданын анықтаңыз.

Жауабы: 200π.

14. Конустың биіктігінің жасаушысына қатынасы $35:37$ қатынасындай. Конустың бүйір бетінің ауданы 444π-ге тең. Осы конустың көлемін табыңыз.

Жауабы: $1\,680\pi$.

15. Конустың биіктігі 12-ге тең, осьтік қимасының периметрі 36-ға тең. Конустың көлемін табыңыз.

Жауабы: 100π.

16. Конустың екі жасаушысы арқылы жазықтық жүргізілген, ол табанынан $120°$ доғаны қиып өтеді. Егер конустың табанының радиусы 4-ке тең және қиманың жазықтығы табан жазықтығымен $45°$ бұрыш жасайтын болса, конустың бүйір бетінің ауданын анықтаңыз.

Жауабы: $8\sqrt{5}\pi$.

www.nismath.org

17. Конустың бүйір бетінің ауданы оның табанының ауданынан екі есе артық. Конустың бүйір бетінің жазбасының бұрышын табыңыз.

Жауабы: $180°$.

18. Конустың жасаушысы мен биіктігі арасындағы бұрыш $30°$-қа тең. Егер конустың жасаушысы 12 болса, конустың көлемін есептеңіз.

Жауабы: $72\sqrt{3}\,\pi$.

19. Дөңгелек сектордың радиусы 6, ал оның бұрышы – $30°$. Сектор конустық бет болатындай оралған. Конустың табанының ауданын табыңыз.

Жауабы: $\frac{\pi}{4}$.

20. Конустың табанының радиусы 12, жасаушысы – 40-қа тең. Конустың жазбасының бұрышын табыңыз.

Жауабы: $108°$.

21. Конустың табанының радиусы $\frac{1}{\sqrt{3}}$-ке тең. Конустың бүйір бетінің ауданы $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$-ке тең болуы үшін, конустың жасаушысы мен табан жазықтығы арасындағы бұрыш қандай болуы қажет?

Жауабы: $\arccos\frac{1}{\sqrt{3}}$.

22. Егер конустың табанының радиусы 3, ал көлемі π болса, конустың жасаушысы мен оның биіктігі арасындағы α бұрышын табыңыз.

Жауабы: $\operatorname{arctg} 9$.

23. Қиық конустың табандарының радиустары 5 және 11, жасаушысы – 10-ға тең. Оның осьтік қимасының ауданын табыңыз.

Жауабы: 128.

24. Табандарының радиустары 3 және 5, ал жасаушысы 10 болса, қиық конустың толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 114π.

www.nismath.org

25. Қиық конустың табандарының радиустары 1 және 9, ал жасаушысы 10-ға тең. Көлемін табыңыз.

Жауабы: 182π.

26. Табандары 13 және 18 болатын тік бұрышты трапецияның ұзындығы 12-ге тең кіші қабырғасына қатысты айналдырғанда пайда болған қиық конустың толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 896π.

27. Қиық конустың жасаушысы 8-ге тең және табан жазықтығымен $60°$ бұрыш жасап көлбеулеген. Осьтік қиманың диагоналі осы бұрышты қақ бөледі. Қиық конустың толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 176π.

28. Қиық конустың табандарының радиустарының қатынасы 5:3 қатынасындай, жасаушысы 17, ал биіктігі – 15-ке тең. Табандарының радиустарын табыңыз.

Жауабы: 12; 20.

29. Қиық конустың табандарының радиустары 11 және 27-ге тең; жасаушысының биіктікке қатынасы 17:15 қатынасындай. Осьтік қиманың ауданын табыңыз.

Жауабы: 1 140.

30. Табандарының радиустары 3 және 1-ге тең, ал жасаушысы төменгі табанмен $60°$ бұрыш жасап көлбеулеген болса, қиық конустың көлемін табыңыз.

Жауабы: $\frac{26\pi}{\sqrt{3}}$.

31. Қиық конустың осьтік қимасының орта сызығы 11, биіктігі – 8, ал табандарының радиустарының айырмасы – 3-ке тең. Қиық конустың көлемін табыңыз.

Жауабы: 248π.

32. Қиық конустың осьтік қимасының диагоналі 17, биіктігі – 15 және табан жазықтығындағы проекциясы – 2-ге тең. Қиық конустың көлемін табыңыз.

Жауабы: 245π.

www.nismath.org

В

33. Осьтік қимасының периметрі $\frac{64}{\sqrt{\pi}}$, ал бүйір бетінің жазбасының бұрышы $120°$ болса, конустың толық бетінің ауданын анықтаңыз.

Жауабы: 256.

34. Конустың биіктігі $\sqrt[3]{\frac{24}{\pi}}$ -ге тең. Бүйір бетінің жазбасы центрлік бұрышы $120°$ болатын сектор. Конустың көлемін есептеңіз.

Жауабы: 1.

35. Конустың табанының $120°$-тық центрлік бұрышын керетін хордасы $6\sqrt{3}$ -ке тең және конустың төбесінен оның қашықтығы 5-ке тең. Конустың көлемін табыңыз.

Жауабы: 48π.

36. Конустың биіктігі 20, ал оның табанының радиусы 25. Конустың табанының центрінен қашықтығы 12-ге тең болатын конустың төбесі арқылы жүргізілген қиманың ауданын табыңыз.

Жауабы: 500.

37. Конустың төбесі арқылы табан жазықтығымен $45°$ бұрыш жасап, табанындағы шеңбердің төрттен бір бөлігін қиятын жазықтық жүргізілген. Конустың биіктігі 2-ге тең. Қиманың ауданын табыңыз.

Жауабы: $4\sqrt{2}$.

38. Конустың биіктігі 6, ал бүйір бетінің ауданы 24π. Конустың көлемін анықтаңыз.

Жауабы: 24π.

39. Олардың төбелері бір түзуде жатқан, бір-бірінен қашықтығы 12-ге тең, табандары ортақ екі конус бірі екіншісінің ішінде орналасқан. Бір конустың осьтік қимасының төбесіндегі бұрышы $120°$, ал басқасынікі $60°$ болса, осы конустардың конустық беттерімен шектелген дененің бетінің ауданын анықтаңыз.

Жауабы: $72\pi\left(3+\sqrt{3}\right)$.

www.nismath.org

40. Конустың бетінде әрқайсысының ұзындығы 3-ке тең өзара перпендикуляр үш жасаушы жүргізілген. Конустың бүйір бетінің ауданын анықтаңыз.

Жауабы: $3\sqrt{6}\,\pi$.

41. Конус және цилиндрдің табандары ортақ, ал конустың төбесі цилиндрдің басқа табанының центрінде жатыр. Цилиндрдің бүйір бетінің ауданы конустың бүйір бетінің ауданына тең. Конустың жасаушысы мен цилиндрдің жасаушысының арасындағы бұрышты табыңыз.

Жауабы: $60°$.

42. Қиық конустың табандарының радиустары 9 және 24-ке тең. Осьтік қиманың диагональдарының қиылысу нүктесінен конустың жасаушысы $60°$-пен көрінеді. Қиық конустың бүйір бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: $462\sqrt{3}\,\pi$.

43. Табандарының радиустары 11 және 21, ал осьтік қимасының диагоналі 40, қиық конустың бүйір бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 832π.

44. Табандарының радиустары 7 және 8-ге тең қиық конус және соның биіктігіндей тең шамалас толық конус берілген. Толық конустың табанының радиусын табыңыз.

Жауабы: 13.

9.3.3

3–тобы. «Сфера, шар» тақырыбына байланысты есептерді шешіңіз:

А

1. Шардың радиусының ортасы арқылы оған перпендикуляр жазықтық жүргізілген. Пайда болған қиманың ауданының үлкен дөңгелек қиманың ауданына қатынасын табыңыз.

Жауабы: $3:4$.

2. Шардың радиусы R. Радиустың ұшы арқылы онымен $60°$ бұрыш жасайтын жазықтық жүргізілген. Қиманың ауданын табыңыз.

Жауабы: $\frac{1}{4}\pi R^2$.

www.nismath.org

3. Радиусы R шар берілген. Оның бетінде жатқан бір нүктесі арқылы екі жазықтық: біріншісі – шарға жанама, екіншісі – біріншісімен $30°$ бұрыш жасайды. Қиманың ауданын табыңыз.

Жауабы: $\frac{1}{4}\pi R^2$.

4. Шардың бетінде үш нүкте берілген. Олардың арасындағы тік сызықты қашықтықтары 6; 8; 10. Шардың радиусы 13. Осы үш нүкте арқылы өтетін жазықтықтан шардың центріне дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 12.

5. Шардың центрінен $\sqrt{5}$ қашықтықта болатын шар қимасының диаметрі 4-ке тең. Шардың бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 36π.

6. Шардың радиусының ұшы арқылы радиуспен $60°$ бұрыш жасайтын ауданы 16π-ге тең шардың қимасы жүргізілген. Шардың көлемін табыңыз.

Жауабы: $\frac{2\,048}{3}\pi$.

7. Жұмыр шардың сыртқы диаметрі 18. Қабырғаларының қалыңдығы 3. Шар дайындалған материалдың көлемін табыңыз.

Жауабы: 684π.

8. Квадраттың барлық қабырғалары диаметрі 50 болатын сферамен жанасады, квадраттың қабырғасы 14-ке тең. Сфераның центрінен квадраттың жазықтығына дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 24.

9. Сфераның центрінен қашықтығы 8-ге тең жазықтық пен сфераның қиылысу сызығының ұзындығы 12π. Сфераның бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 400π.

10. Шардың диаметрі $2m$-ге тең. Диаметрдің ұшы арқылы онымен $45°$ бұрыш жасайтын жазықтық жүргізілген. Сфераның осы жазықтықпен қиылысу сызығының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{2}m\pi$.

www.nismath.org

11. Шарды жазықтықпен қиғандағы қиманың ауданы 25π-ге тең. OA шардың радиусы қиманың O_1A радиусымен косинусы $\frac{2}{3}$-ге тең бұрыш жасайды. Шардың радиусының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 7,5.

12. Шардың көлемі $\frac{32}{3}\pi$. Шардың толық бетінің ауданын анықтаңыз.

Жауабы: 16π.

13. Көлемі оның бетінің ауданы тең болатын шардың радиусын анықтаңыз.

Жауабы: 3.

14. Шардың қимасының ауданы 80π-ге тең. Қиюшы жазықтықтың шардың центрінен қашықтығы 8-ге тең. Шардың көлемін табыңыз.

Жауабы: $2\,304\pi$.

15. Сфера мен жазықтықтың қиылысу сызығының ұзындығы 12π. Сфераның диаметрі 16-ға тең, сфераның центрінен жазықтыққа дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: $2\sqrt{7}$.

16. Шардың екі қимасының жазықтықтары өзара перпендикуляр. Олардың бірі шардың центрі арқылы өтеді, ал екіншісінің одан қашықтығы 12-ге тең, қималардың ортақ хордасы 18-ге тең. Қималардың аудандарын табыңыз.

Жауабы: 225π; 81π.

17. Тік төртбұрыштың төбелері радиусы 10 болатын сферада жатыр. Оның диагоналі 16-ға тең болса, сфераның центрінен тік төртбұрыштың жазықтығына дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 6.

18. Сфераның радиусы 112-ге тең. Сфераға жанама жазықтықта жатқан нүктенің жанасу нүктесінен қашықтығы 15. Осы нүктеден сфераның оған ең жақын нүктесіне дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 1.

www.nismath.org

B

19. Шардың центрі арасында жатқан шарды қиятын екі параллель жазықтықтардың аудандары 144π және 25π. Егер параллель жазықтықтар арасындағы қашықтық 17-ге тең болса, шардың бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 676π.

20. Сфера қабырғасы 12-ге тең $ABCD$ квадратының төбелері арқылы өтеді. OD радиусы квадраттың жазықтығымен $60°$ бұрыш жасайтын болса, сфераның центрі O нүтесінен квадраттың жазықтығына дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: $6\sqrt{6}$.

21. ABC үшбұрышының қабырғалары шармен жанасады. $AB=8$, $BC=10$, $AC=12$ және шардың O центрінен, ABC үшбұрышының жазықтығына дейінгі қашықтық $\sqrt{2}$-ге тең болса, шардың радиусын табыңыз.

Жауабы: 3.

22. Радиусы 1 болатын шойын өзекті қайтадан балқытып, жасаушысы $\sqrt{6}$ болатын тең шамалас конус жасалған. Егер ол 1-ден кем емес болса, конустың биіктігін табыңыз.

Жауабы: 2.

23. Көлемі 36π алюминий шарды қайта балқытып, жасаушысы $3\sqrt{5}$ болатын тең шамалас конус жасалған. 4-тен артық болмайтындай конустың биіктігін табыңыз.

Жауабы: 3.

24. Диаметрлері 9 болатын 125 бірдей шариктерді балқытып бір шар жасады. Пайда болған шардың радиусын анықтаңыз.

Жауабы: 22,5.

25. Шар қабатының табандарының радиустары 15 және 7-ге тең, шардың радиусы 25. Қималары шардың центрінің әртүрлі жақтарында орналасса, шар қабатының көлемін табыңыз.

Жауабы: $\frac{60\,676\,\pi}{3}$.

www.nismath.org

26. Радиусы a болатын жарты шардың биіктігінің ортасы арқылы жарты шардың табанына параллель қима жүргізілген. Пайда болған шар қабатының көлемін табыңыз.

Жауабы: $\frac{11}{24}\pi a^3$.

27. Шардың радиусы 3, ал табанындағы шеңберінің радиусы $\sqrt{5}$ болатын шар секторының көлемін табыңыз.

Жауабы: 6π.

28. Радиусы 13-ке тең шар берілген. Оның центрінен қашықтығы 4 және 12 болатын өзара перпендикуляр екі қима жүргізілген. Қималардың ортақ хордасының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 6.

29. Шар берілген. Оның центрінің бір жағында орналасқан радиустары 9 және 12-ге тең екі параллель қима жүргізілген. Қималардың жазықтықтары арасындағы қашықтық 3-ке тең болса, шардың көлемін табыңыз.

Жауабы: $4\,500\pi$.

30. Бірінің центрі екіншісінің бетінде жататындай радиусы R болатын екі бірдей шар орналасқан. Олардың беттері қиылысқанда пайда болған сызықтың ұзындығын анықтаңыз.

Жауабы: $\sqrt{3}R\pi$.

31. Центрлері арасындағы қашықтық 36-ға тең екі шардың радиустары 25 және 29. Олардың беттері қиылысқанда пайда болған сызықтың ұзындығын анықтаңыз.

Жауабы: 40π.

32. Үшбұрыштың қабырғалары: 13; 14; 15. Үшбұрыштың жазықтығынан үшбұрыштың қабырғалары жанасатын шардың центріне дейінгі қашықтықты табыңыз. Шардың радиусы 5.

Жауабы: 3.

33. Ромбтың диагональдары 15 және 20. Шардың беті оның барлық қабырғаларымен жанасады. Шардың радиусы 10. Оның центрінен ромбының жазықтығына дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 8.

www.nismath.org

34. Радиусы 5 болатын шарға ромбтың 6-ға тең әр қабырғасы шарға жанасатындай етіп орналасқан. Ромб жазықтығымен шар центріне дейінгі қашықтық 4. Ромбының ауданын табыңыз.

Жауабы: 36.

35. Шардың шекарасы болып табылатын радиусы R сфераның нүктесі арқылы екі жазықтық жүргізілген, олардың біреуі сфераға жанама жазықтық болып табылады, ал екіншісі жанама жазықтықпен φ бұрыш жасап көлбеулеген. Осы шардың қимасының ауданын табыңыз.

Жауабы: $R^2 \sin^2 \varphi \pi$.

36. Сфера $120°$-тық екі жақты бұрыштың жақтарымен жанасады. Сфераның центрінен екі жақты бұрыштың қырына дейінгі қашықтық a-ға тең, жанасу нүктелері арасындағы қашықтықты табыңыз.

Жауабы: $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

9.3.4

4 – тобы. «Айналу денесі» тақырыбына байланысты есептерді шешіңіз:

А

1. Қабырғалары $\sqrt{\frac{3}{\pi}}$ және $\sqrt{\frac{27}{\pi}}$-ге тең тік төртбұрышты кіші қабырғасына қатысты айналдырғанда пайда болған айналу денесінің толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 72.

2. Гипотенузасы $3\sqrt{2}$ болатындай тең бүйірлі тік бұрышты үшбұрыштың катетіне қатысты айналдырғанда пайда болған фигураның көлемін табыңыз.

Жауабы: 9π.

3. Тік төртбұрыштың қабырғалары 1 және 2-ге тең. Осы қабырғалардан тұратын осьтерге қатысты тік төртбұрышты айналдыру кезінде пайда болған цилиндрлердің толық беттерінің аудандарының қатынасын есептеңіз.

Жауабы: 1:2.

www.nismath.org

4. a және b тік төртбұрыштың қабырғалары. b қабырғасына қатысты тік төртбұрышты айналдыру нәтижесінде пайда болған фигураның бүйір бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: $2ab\pi$.

5. Тең қабырғалы үшбұрышты $a=\frac{2}{\sqrt[3]{\pi}}$ қабырғасына қатысты айналдырғанда пайда болған айналу денесінің көлемін табыңыз.

Жауабы: 2.

6. Тік бұрышты трапецияны параллель емес қабырғаларының кішісіне қатысты айналдырған. Трапецияның кіші табаны 2-ге тең, ал ұзындығы 12 болатын бүйір қабырғасы табанмен 60° бұрыш жасайтын болса, пайда болған айналу денесінің бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 188π.

В

7. Қабырғалары 10; 17 және 21 болатын үшбұрышты үлкен қабырғасына қатысты айналдырғанда пайда болған айналу денесінің көлемін табыңыз.

Жауабы: 448π.

8. Табаны 30, бүйір қабырғасы 25-ке тең тең бүйірлі үшбұрыштың бүйір қабырғасына қатысты айналдырғанда пайда болған дененің көлемін табыңыз.

Жауабы: $4\,800\pi$.

9. Кіші диагоналі мен оның қабырғалары сәйкесінше 25; 17 және 28-ге тең параллелограмды үлкен қабырғасына қатысты айналдырғанда пайда болған айналу денесінің бетінің ауданын анықтаңыз.

Жауабы: $1\,350\pi$.

10. Қабырғасы a-ға тең квадраттың төбесі арқылы өтетін диагоналіне перпендикуляр оське қатысты айналдырғанда пайда болған дененің толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: $4\sqrt{2}a^2\pi$.

www.nismath.org

11. 8-ге және 15-ке тең қабырғаларының арасындағы бұрышы $60°$ -қа тең үшбұрышты осы қабырғалардың үлкеніне қатысты айналдырғанда пайда болған айналу денесінің толық бетінің ауданын анықтаңыз.

Жауабы: $84\sqrt{3}\,\pi$.

12. Катеттері 5 және 12 болатын тік бұрышты үшбұрыш, үлкен сүйір бұрышының төбесі арқылы өтетін қарсы жатқан катетке параллель түзуге қатысты айналдырғанда пайда болған дененің толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 210π.

13. $NPKM$ ($MN \| KP$, $\angle N = 90°$) тік бұрышты трапециясын KP қабырғасына қатысты айналдырғанда пайда болған айналу денесінің көлемін табыңыз, мұндағы $KP = 2$, диагоналі $MP = 6$ және $\angle MPK = 60°$.

Жауабы: 72π.

14. Ауданы Q, ал үлкен қабырғасы a-ға тең параллелограмды осы қабырғасына қатысты айналдырғанда пайда болған айналу денесінің көлемін табыңыз.

Жауабы: $\dfrac{Q^2}{a}\pi$.

15. Катеттері 5 және 12-ге тең тік бұрышты үшбұрышты осінен қашықтығы 3-ке тең болатын үлкен катетке параллель сыртқы оське қатысты айналдырғанда пайда болған айналу денесінің көлемін анықтаңыз.

Жауабы: 280π.

16. $ABCD$ квадратын $(AB = 1)$ BD диагоналіне параллель C төбесі арқылы өтетін оське қатысты айналдырғанда пайда болған дененің көлемін табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{2}\,\pi$.

17. Катеттері 16 және 12 болатын тік бұрышты үшбұрышты гипотенузасына қатысты айналдырғанда пайда болған айналу денесінің толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: $268{,}8\,\pi$.

www.nismath.org

18. Табандары 12 және 18-ге тең және сүйір бұрышы 60° болатын тең бүйірлі трапецияны кіші табанына қатысты айналдырғанда пайда болған дененің толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: $144\sqrt{3}\,\pi$.

19. Катеттері 3 және $\sqrt{3}$-ке тең тік бұрышты үшбұрышты гипотнузасына қатысты айналдырғанда пайда болған айналу денесінің көлемін табыңыз.

Жауабы: $\frac{3\sqrt{3}}{2}\pi$.

20. Бүйір қабырғасы 10 және төбесіндегі бұрышы 120° болатын тең бүйірлі үшбұрышты бүйір қабырғасына қатысты айналдырғанда пайда болған айналу денесінің көлемін табыңыз.

Жауабы: 250π.

9.3.5

5 – тобы. «Көпжақтар және айналу денелері» тақырыбына байланысты есептерді шешіңіз:

А

1. Қыры $\sqrt{2}$-ге тең куб шарға іштей салынған. Шардың толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 6π.

2. Конусқа көлемі $\frac{4}{3}\pi$-ге тең шар іштей салынған. Оның биіктігі 3 болса, конустың көлемін табыңыз.

Жауабы: 3π.

3. Цилиндрге шар іштей салынған (ол табандарымен және бүйір бетімен жанасады). Цилиндрдің биіктігі оның радиусынан қанша есе артық?

Жауабы: 2 есе.

4. Қиық конусқа шар іштей салынған. Жоғарғы табанының радиусы 3, төменгі табанының радиусы 5-ке тең. Қиық конустың биіктігі мен жасаушысының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 8; $2\sqrt{15}$.

www.nismath.org

5. Осьтік қимасының төбесіндегі бұрышы 60° -қа тең конусқа шар іштей сызылған. Жасаушысының ұзындығы 4-ке тең болса, шардың радиусын анықтаңыз.

Жауабы: $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

6. Радиусы 5 болатын жарты сфераға табанының диаметрі 6 болатын цилиндр іштей салынған. Цилиндрдің биіктігін табыңыз.

Жауабы: 4.

7. Тік бұрышты параллелепипедтің өлшемдері 4; 6; 12. Оған сырттай сызылған шардың радиусын табыңыз.

Жауабы: 7.

8. Тік призманың табаны қабырғалары 6; 8; 10 болатын үшбұрыш. Призманың биіктігі 24. Оған сырттай сызылған шардың радиусын табыңыз.

Жауабы: 13.

9. Шарға дұрыс төртбұрышты пирамида іштей салынған. Пирамиданың биіктігін шардың центрі 4 және 5-ке тең екі бөлікке бөледі. Пирамиданың көлемін табыңыз.

Жауабы: 54.

10. Конустың биіктігі 8, жасаушысы 10. Оған іштей сызылған шардың радиусын табыңыз.

Жауабы: 3.

11. Осьтік қимасының диагоналі a болатын тең қабырғалы цилиндрге іштей сызылған сфераның ауданын табыңыз.

Жауабы: $\frac{\pi a^2}{2}$.

12. Толық бетінің ауданы Q-ға тең кубқа сфера іштей салынған. Сфераның ауданын табыңыз.

Жауабы: $\frac{\pi Q}{6}$.

13. Дұрыс алтыбұрышты призманың биіктігі 8. Бүйір жағының диагоналі 13. Сырттай сызылған шардың радиусын табыңыз.

Жауабы: 11.

www.nismath.org

14. Шардың радиусы 9. Оған биіктігі 14-ке тең дұрыс төртбұрышты призма іштей сызылған. Призманың табанының қабырғасын табыңыз.

Жауабы: 8.

15. Табанының радиусы 6-ға тең цилиндрге конус іштей сызылған. Конустың табаны цилиндрдің табанымен сәйкес келеді, ал конустың төбесі цилиндрдің жоғарғы табанының центрімен сәйкес келеді. Конустың бүйір бетінің ауданы 60π-ге тең. Цилиндрдің бүйір бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 96π.

16. Биіктігі 16 және табанының радиусы 12-ге тең конусқа, биіктігі 10 болатын цилиндр іштей салынған. Цилиндрдің табанының радиусын табыңыз.

Жауабы: 4,5.

17. Радиусы бірге тең шарға конус іштей сызылған, оның жасаушысы $\sqrt{3}$-ке тең. Конустың осьтік қимасының төбесіндегі бұрышының шамасын табыңыз.

Жауабы: $60°$.

18. Шарға осьтік қимасы тең бүйірлі тік бұрышты үшбұрыш болатындай конус іштей салынған. Конустың көлемі шардың көлемінің қандай бөлігін құрайды?

Жауабы: $\frac{1}{4}$.

19. Тең қабырғалы цилиндрге шар іштей салынған. Шардың көлемі $\frac{9\pi}{16}$. Цилиндрдің бүйір бетінің ауданы қаншаға тең?

Жауабы: $\frac{9\pi}{4}$.

20. Конустың табанының диаметрі 6 және жасаушысы 5 болатын конусқа іштей сызылған шардың бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 9π.

21. Жасаушысы 6-ға тең, ал осьтік қимасының төбесіндегі бұрышы $60°$-қа тең конусқа іштей салынған шардың бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 12π.

www.nismath.org

22. Табанының биіктігі мен радиусы сәйкесінше 3 және $3\sqrt{3}$ -ке тең конус шарға іштей салынған. Шардың радиусын табыңыз.

Жауабы: 6.

23. Дұрыс үшбұрышты пирамидаға конус іштей салынған. Пирамиданың бүйір жақтары табан жазықтығымен 60° бұрыш жасап көлбеулегендігі және конустың табанының радиусы 16-ға тең екендігі белгілі болса, осы конустың бүйір бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 512π.

24. Табанының қабырғасы 6-ға тең және биіктігі 8 болатын дұрыс үшбұрышты пирамидаға шар сырттай салынған. Шардың радиусын табыңыз.

Жауабы: 4,75.

25. Цилиндрге дұрыс үшбұрышты призма іштей сызылған. Оның табанының қабырғасы a, ал бүйір қабырғасы b. Цилиндрдің бүйір бетінің ауданы мен оның көлемін табыңыз.

Жауабы: $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}ab$; $\frac{\pi}{3}a^2b$.

26. Шардың радиусы 2. Оған тең қабырғалы конус іштей салынған. Конустың толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 9π.

27. Берілген пирамиданың барлық бүйір қырлары 9, ал оның биіктігі 5-ке тең. Сырттай сызылған шардың радиусын анықтаңыз.

Жауабы: 8,1.

28. Кубтың бетінің ауданы 72-ге тең болса, кубқа сырттай салынған шардың радиусын табыңыз.

Жауабы: 3.

29. Шарға дұрыс төртбұрышты призма іштей салынған. Шардың радиусы 5, ал призманың табанының қабырғасы 6 болса, призманың биіктігін табыңыз.

Жауабы: $2\sqrt{7}$.

30. Дұрыс үшбұрышты пирамиданың бүйір қырларының ұзындығы $\sqrt{3}$ -ке тең. Бүйір қыры табан жазықтығымен 60° бұрыш жасайды. Пирамидаға сырттай салынған шардың радиусын табыңыз.

Жауабы: 1.

 www.nismath.org

31. Шарға тең қабырғалы конус іштей салынған. Шардың көлемінің конустың көлеміне қатынасын табыңыз.

Жауабы: $\frac{32}{9}$.

32. Шарға тең қабырғалы цилиндр іштей салынған. Шардың көлемінің цилиндрдің көлеміне қатынасын табыңыз.

Жауабы: $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

33. Дұрыс тетраэдрдың бетінің ауданы $12\sqrt{3}$-ке тең. Осы тетраэдрға іштей сызылған конустың бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: 4π.

34. Дұрыс төртбұрышты пирамидаға куб іштей салынған. Пирамиданың биіктігі $6\sqrt{2}$, ал пирамиданың табанының қабырғасы $4\sqrt{2}$ болса, кубтың қырын табыңыз.

Жауабы: $2,4\sqrt{2}$.

35. Радиусы 14-ке тең шарға дұрыс үшбұрышты призма іштей салынған; оның бүйір жағының диагоналі 26. Призманың табанының қабырғасын табыңыз.

Жауабы: 18.

36. Дұрыс төртбұрышты қиық пирамиданың табандарының қабырғалары 7 және 1-ге тең. Бүйір қыры табанымен 45° бұрыш жасайды. Сырттай сызылған шардың радиусын табыңыз.

Жауабы: 5.

37. Қиық конустың табандарының радиустары 3 және 4; ал биіктігі 7. Сырттай сызылған шардың радиусын табыңыз.

Жауабы: 5.

38. Радиусы 6-ға тең шарға жасаушысы 13 болатын қиық конус сырттай сызылған. Қиық конустың көлемін табыңыз.

Жауабы: 532π.

39. Дұрыс төртбұрышты пирамиданың биіктігі 8, ал бүйір қыры 12-ге тең. Сырттай сызылған шардың көлемін табыңыз.

Жауабы: 972π.

www.nismath.org

40. Табаны қабырғасы a-ға тең тең қабырғалы үшбұрыш болатын үшбұрышты тік призмаға іштей шар салынған. Сфераның ауданын табыңыз.

Жауабы: $\frac{a^2}{3}\pi$.

41. Пирамиданың табаны дұрыс үшбұрыш, оның қабырғасы 3-ке тең. Бүйір қырларының бірі 2-ге тең және ол табанға перпендикуляр. Сырттай сызылған шардың радиусын табыңыз.

Жауабы: 2.

42. Кубқа іштей сызылған цилиндрдің көлемі 2π-ге тең. Осы кубқа сырттай сызылған сфераның бетінің ауданы қандай?

Жауабы: 12π.

43. Тең қабырғалы цилиндр формалы ағаштан ең үлкен көлемді шар жасалған. Материалдың қандай пайызы қалдыққа кетті?

Жауабы: $33\frac{1}{3}\%$.

44. Кубты бір төбесінен шығатын үш қырының орталары арқылы өтетін жазықтық қиып өтеді. Қиманың ауданы $16\sqrt{3}$-ке тең. Осы кубқа іштей сызылған шардың бетінің ауданы қандай?

Жауабы: 128π.

45. Тең қабырғалы конусқа сырттай шар салынған және оған іштей шар салынған. Іштей салынған шардың көлемі, сырттай сызылған шардың көлемінің қанша пайызын құрайды?

Жауабы: 12,5%.

46. Дұрыс төртбұрышты қиық пирамиданың жоғарғы табанының ауданы 50, ал төменгі табанының ауданы 200-ге тең. Осы пирамидаға іштей сызылған сфераның бетінің ауданы қандай?

Жауабы: 100π.

47. Шарға іштей сызылған конус жасаушысы 8, ал шардың радиусы 5-ке тең. Конустың көлемін табыңыз.

Жауабы: $49{,}152\pi$.

www.nismath.org

48. Кубқа цилиндр сырттай сызылған. Кубтың бетінің ауданы S -ке тең болса, цилиндрдің толық бетінің ауданын табыңыз.

Жауабы: $\frac{\pi S}{6}\left(1+\sqrt{2}\right)$.

49. Конустан үлкен көлемді шар қиып алынды. Конустың осьтік қимасы тең қабырғалы үшбұрыш болса, қиылған бөліктің көлемінің шардың көлеміне қатынасын табыңыз.

Жауабы: $\frac{5}{4}$.

50. Конустың табанының ауданы конусқа іштей сызылған цилиндрдің табанының ауданынан 36 есе артық. Конустың биіктігі 30, ал цилиндрдің радиусы 3-ке тең болса, консутың көлемі цилиндрдің көлемінен қанша есе артық екендігін анықтаңыз.

Жауабы: 14,4 есе.

51. Дұрыс үшбұрышты пирамиданың биіктігі мен бүйір жағының арасындағы бұрыш $30°$ -қа тең. Пирамидаға іштей сызылған шардың радиусы 1-ге тең болса, табанының қабырғасының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 6.

52. Кубқа сырттай шар салынған және іштей шар салынған. Іштей салынған шардың көлемінен сырттай сызылған шардың көлемі қанша есе артық?

Жауабы: $3\sqrt{3}$.

53. Конустың осьтік қимасы қабырғасы 1-ге тең тең қабырғалы үшбұрыш. Конустың осімен, табаны мен бүйір бетімен жанасатын сфераның радиусын табыңыз.

Жауабы: $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$.

www.nismath.org

X ТАРАУ. АНАЛИТИКАЛЫҚ ГЕОМЕТРИЯНЫҢ ЖӘНЕ ВЕКТОРЛЫҚ АЛГЕБРАНЫҢ ЭЛЕМЕНТТЕРІ

10.1.1

§1. ДЕКАРТТЫҚ КООРДИНАТТАРЫ

1 – тобы. «Жазықтықтағы декарттық координаттар» тақырыбы бойынша есептерді шешіңіз:

А

1. $(-1;1)$ және $(3;5)$ нүктелерінен бірдей қашықтықта болатын ордината осіндегі нүктені табыңыз.

Жауабы: $(0;4)$.

2. $A(5;1)$, $B(6;5)$, $C(6;6)$, $D(-6;-2)$ нүктелерінің қайсысы $(x+2)^2+(y-5)^2=65$ шеңберінде жатады?

Жауабы: A, C және D.

3. $A(5;1)$, $B(6;5)$, $C(6;6)$, $D(-6;-2)$ нүктелерінің қайсысы $(x+2)^2+(y-5)^2=65$ шеңберінде жатады?

Жауабы: $(x-3)^2+(y-2)^2=32$.

4. Түзу $4x+3y-24=0$ теңдеуімен берілген. AB кесіндісінің ортасының координаттарын табыңыз, мұндағы A және B – түзудің координат осьтерімен қиылысу нүктелері.

Жауабы: $(3;4)$.

5. $A(2;-1)$, $B(-1;3)$, $C(-3;1)$ нүктелері төбелері болатындай ABC үшбұрышының AD медианасы жүргізілген. Осы медианаңың ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 5.

6. $A(2;-3)$, $B(-2;3)$ және $C(6;-3)$ нүктелері төбелері болатындай ABC үшбұрышының BC қабырғасына параллель B_1C_1 орта сызығы жүргізілген. B_1C_1 ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 5.

www.nismath.org

7. AB түзуінің теңдеуін құрыңыз, мұндағы $A(5;-3)$, $B(-1;-2)$.

Жауабы: $x+6y+13=0$.

8. $x+2y+3=0$, $4x+5y+6=0$ теңдеулерімен берілген түзулердің қиылысу нүктесін табыңыз.

Жауабы: $(1;-2)$.

9. $A(2;3)$ және $B(x;1)$ нүктелері арасындағы қашықтық 2-ге тең болса, x табыңыз.

Жауабы: 2.

10. ΔABC: $A(-1;2)$, $B(5;-10)$, $C(1;-2)$, $A_1B_1 \parallel AB$ орта сызығы жүргізілген. Орта сызық арқылы өтетін түзудің теңдеуін құрыңыз.

Жауабы: $2x+y=0$.

11. Центрі O нүктесі мен $O(-1;2)$; $A(0;5)$ шеңберге тиісті A нүктесі берілсе, шеңбердің теңдеуін жазыңыз.

Жауабы: $(x+1)^2+(y-2)^2=10$.

12. $A(2;-3)$ нүктесі арқылы өтетін $y=2x-5$ түзуіне параллель түзудің теңдеуін жазыңыз.

Жауабы: $2x-y-7=0$.

13. $A(-3;-2)$, $B(1;4)$, $C(-5;0)$ берілген. ABC үшбұрышының түрін анықтаңыз.

Жауабы: тең бүйірлі.

14. $M(7{,}5;\ 8{,}5)$ нүктесі мен $x-y+1=0$, $x+y-8=0$ түзулерінің қиылысу нүктесі арқылы өтетін түзудің теңдеуін құрыңыз.

Жауабы: $x-y+1=0$.

15. $A(-8;-4)$ нүктесінен және координата басынан бірдей қашықтықта болатын Oy осіндегі нүктені табыңыз.

Жауабы: $(0;-10)$.

www.nismath.org

16. Ox осін координата бас нүктесінде, ал Oy осін $A(0;4)$ нүктесінде жанайтын шеңбердің теңдеуін құрыңыз.

Жауабы: $x^2+(y-2)^2=4$.

17. $A(-1;-1)$, $B(2;4)$ және $C(7;1)$ болса, $ABCD$ тік төртбұрышының төртінші төбесінің координаттарын табыңыз. Жауабында осы төбенің координаттарының қосындысын көрсетіңіз.

Жауабы: 0.

18. $A(-1;2)$, $B(1;5)$ болса, AB түзуінің бұрыштық коэффициентін табыңыз.

Жауабы: $\frac{3}{2}$.

19. $A(-2;3)$, $B(2;0)$, $C(-2;-3)$ нүктелері берілген. ABC үшбұрышының CM медианасы арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

Жауабы: $9x-4y+6=0$.

20. Координат осьтерімен $(-3;0)$ және $(0;-3)$ нүктелерінде жанасатын шеңбердің теңдеуін жазыңыз.

Жауабы: $(x+3)^2+(y+3)^2=9$.

21. $A(-2;-1)$ нүктесінен $2x+3y+1=0$ түзуіне дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: $\frac{6\sqrt{13}}{13}$.

22. Координаттық бұрышты $3x+4y-12=0$ түзуімен қиып өткенде пайда болған үшбұрыштың ауданын есептеңіз.

Жауабы: 6.

www.nismath.org

23. $(0;0)$, $(6;4)$, $(10;26)$ нүктелері үшбұрыштың төбелері. Оның медианаларының ұзындықтарын анықтаңыз.

Жауабы: 25, 17, $\sqrt{82}$.

24. $x^2+12x+y^2-18y=244$ шеңберінің центрін табыңыз.

Жауабы: $(-6;9)$.

25. Центрі $(3;5)$ нүктесі болатындай шеңбер абсцисса осімен жанасады. Осы шеңбер қандай нүктелерде ордината осін қиып өтеді?

Жауабы: $(0;1)$ және $(0;9)$.

26. $5x-12y-120=0$ түзуімен және координат осьтерімен шектелген үшбұрыштың периметрін табыңыз.

Жауабы: 60.

27. Егер $A(0;8)$, $B(-6;0)$, $C(2;-6)$, $D(8;2)$ болса, $ABCD$ төртбұрышының түрін анықтаңыз.

Жауабы: квадрат.

28. Координат басы мен $(6;0)$ және $(0;8)$ нүктелері арқылы өтетін шеңбердің теңдеуін құрыңыз.

Жауабы: $(x-3)^2+(y-4)^2=25$.

29. $x^2+y^2-8x-8y+7=0$ шеңберінің абсцисса осімен қиылысу нүктелерінің координаттарын табыңыз.

Жауабы: $(7;0)$ және $(1;0)$.

30. $ABCD$ трапециясының төбелерінің координаттары берілген: $A(-2;-2)$, $B(-3;1)$, $C(7;7)$ және $D(3;1)$. Трапецияның орта сызығы арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

Жауабы: $3x-5y+5=0$.

31. Координат осьтерімен және $x=-4$ түзуімен жанасатын шеңбердің теңдеуін құрыңыз.

Жауабы: $(x+2)^2+(y\pm 2)^2=4$.

www.nismath.org

32. $A(2;3)$, $B(-2;0)$, $C(2;-3)$ нүктелері берілген. ABC үшбұрышына сырттай сызылған теңдеуін жазыңыз.

Жауабы: $\left(x-\frac{9}{8}\right)^2+y^2=\left(\frac{25}{8}\right)^2$.

33. $3x+4y-24=0$ түзуі Ox және Oy осьтерін A және B нүктелерінде қиып өтеді. ΔOAB үшбұрышына іштей сызылған шеңбердің ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 4π.

34. Абсцисса осімен, $3x-4y=0$ және $15x+8y-168=0$ түзулерімен шектелген үшбұрыштың периметрін табыңыз.

Жауабы: 28.

35. $x^2-6x+y^2+2y+7=0$ және $x^2+4x+y^2+10y-1=0$ шеңберлері берілген. Осы шеңберлердің центрлері арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

Жауабы: $4x-5y-17=0$.

36. $A(1;1)$, $B(6;4)$, $C(8;2)$ нүктелері берілген. ΔABC үшбұрышының ауданын табыңыз.

Жауабы: 8.

37. $A(-2;1)$, $B(2;-1)$ және $C(4;3)$ төбелері болатындай үшбұрыш пішінді пластинканың ауырлық центрінің координаттарын табыңыз.

Жауабы: $\left(\frac{4}{3};1\right)$.

38. Егер $A(-2;3)$ және $B(1;-4)$ болса, AB кесіндісінің орта перпендикуляры арқылы өтетін теңдеуді табыңыз.

Жауабы: $3x-7y-2=0$.

39. Ординат осімен жанасатын центрі $2x+3y-13=0$, $x+y-5=0$ түзулерінің қиылысу нүктесінде болатын шеңбердің теңдеуін жазыңыз.

Жауабы: $(x-2)^2+(y-3)^2=4$.

www.nismath.org

40. $(-2;5)$ және $(0;1)$ нүктелерінен бірдей қашықтықта орналасқан $x+2y-1=0$ түзуіндегі нүктені табыңыз.

Жауабы: $(-3;2)$.

41. Центрі $O(6;7)$ және радиусы $r=5$ шеңбер берілген. $A(7;14)$ нүктесі арқылы шеңберге жанама жүргізілген. Оның ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 5.

42. k-ның қандай мәнінде $A(2;1)$, $B(3;-2)$, $C(0;k)$ нүктелері бір түзуде жатады?

Жауабы: $k=7$.

43. $x^2+y^2=5$ шеңберінің $C(1;-2)$ нүктесіндегі жанамасының теңдеуін жазыңыз.

Жауабы: $x-2y-5=0$.

44. $3x-5y-21=0$ түзуіне $M(-1;2)$ нүктесінен түсірілген перпендикулярдың табанының координаттарын есептеңіз.

Жауабы: $(2;-3)$.

45. $x^2+y^2+4x-6y=0$ шеңбері берілген. $2x-3y+13=0$ хордасына перпендикуляр диаметрдің теңдеуін жазыңыз.

Жауабы: $3x+2y=0$.

46. Ординат осімен $3x+5y-15=0$ түзуінің қиылысу нүктесінен осы түзуге перпендикуляр жүргізілген. Перпендикулярдың теңдеуін құрыңыз.

Жауабы: $5x-3y+9=0$.

47. ABC үшбұрышының MN – орта сызығы, $M\in AB$, $N\in BC$. Егер $A(-1;3)$, $M(3;4)$, $N(4;2)$ болса, B және C нүктелерінің координаттарын табыңыз.

Жауабы: $B(7;5)$ және $C(1;-1)$.

www.nismath.org

48. ABC үшбұрышының төбелері $A(1;2)$, $B(2;-2)$, $C(6;1)$. CD биіктігінің теңдеуін құрыңыз.

Жауабы: $x-4y-2=0$.

49. Қабырғалары $x=0$, $y=0$, $3x+4y-12=0$ түзулерінде жатқан үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің теңдеуін құрыңыз.

Жауабы: $(x-2)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$.

50. $A(2;-5)$, $B(5;-1)$, $C(-4;3)$ берілген ABC үшбұрышының AD биссектрисасының теңдеуін құрыңыз.

Жауабы: $x-2=0$.

51. Центрі $(1;-2)$ және радиусы $\sqrt{5}$ болатын шеңбердің $y+1=0$ түзуімен қиылысу нүктелерін табыңыз. Жауабында абсциссалардың кішісін көрсетіңіз.

Жауабы: -1.

52. $C(1;3)$ нүктесі арқылы өтетін $A(-1;7)$, $B(3;3)$ нүктелері арқылы өтетін түзуге параллель түзудің теңдеуін жазыңыз.

Жауабы: $x+y-4=0$.

53. $2x+3y-8=0$ және $5x-y-3=0$ түзулерінің қиылысу нүктесін, $4x-3y+3=0$ және $x+y-1=0$ түзулерінің қиылысу нүктесімен байланыстыратын түзудің теңдеуін жазыңыз.

Жауабы: $x-y+1=0$.

54. $x^2+y^2=10$ және $x^2+y^2-10x-10y+30=0$ екі шеңберлердің ортақ хордасының теңдеуін табыңыз.

Жауабы: $x+y-4=0$.

55. $A(1;2)$, $B(3;7)$, $C(5;-13)$ үшбұрышы берілген. A төбесінен жүргізілген, B төбесінен медианаға түсірілген, перпендикулярдың ұзындығын есептеңіз.

Жауабы: $\frac{25\sqrt{34}}{34}$.

10.1.2 www.nismath.org

2-тобы. «Кеңістіктегі декарттық координаттар» тақырыбы бойынша есептерді шешіңіз:

А

1. $A(3;-2;-4)$ нүктесінен Oy осіне және xOz жазықтығына дейінгі қашықтықтардың қосындысын табыңыз.

Жауабы: 7.

2. ABC үшбұрышының төбелерінің координаттары белгілі: $A(2;-1;-3)$, $B(-3;5;2)$, $C(-2;3;-5)$. Осы үшбұрышының BM медианасының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{61}$.

3. $A(4;-3;2)$, $B(-1;-5;4)$ нүктелері берілген Oy осінде жататын және A, B нүктелерінен бірдей қашықтықта болатын C нүктесінің координаттарының қосындысын табыңыз.

Жауабы: $-3,25$.

4. $A(3;1;-4)$. B нүктесі – xOy жазықтығына қарағанда A нүктесіне симметриялы, ал C нүктесі Oy осіне қарағанда B нүктесіне симметриялы. A және C нүктелері арасындағы қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 6.

5. $A(-3;4;6)$ нүктесінен Oz осіне AB перпендикуляры, ал xOy жазықтығына AC перпендикуляры жүргізілген. AB және AC қашықтықтарының қосындысын табыңыз.

Жауабы: 11.

6. AB кесіндісінің ортасы Ox осінде жатыр. Егер $A(-3;m;5)$, $B(2;-2;n)$ болса, m және n табыңыз.

Жауабы: $m=2$; $n=-5$.

7. $(1;2;-3)$ нүктесінен координаттардың бас нүктесіне дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{14}$.

8. $A(1;2;3)$ және $B(-2;1;3)$ нүктелерінен бірдей қашықтықта орналасқан, Ox осінің $C(x;0;0)$ нүктесін табыңыз.

Жауабы: $C(0;0;0)$.

www.nismath.org

9. AB кесіндісінің ортасы - $C(1;1;1)$ нүктесі. $A(2;3;-1)$ берілген болса, B нүктесінің координаталарын табыңыз.

Жауабы: $B(0;-1;3)$.

10. $B(-7;\ 4;-3)$ нүктесінен Ox осіне дейінгі және yOz жазықтығына дейінгі қашықтықтардың қосындысын табыңыз.

Жауабы: 12.

11. $B(-6;-3;\ 8)$ нүктесінен Oy осіне BC перпендикуляры, ал xOz жазықтығына BD перпендикуляры жүргізілген. BC және BD қашықтықтарының қосындысын табыңыз.

Жауабы: 13.

12. $B(-2;5;3)$. C нүктесі xOz жазықтығына қарағанда B нүктесіне симметриялы, ал D нүктесі Oz өсіне қарағанда C нүктесіне симметриялы. B және D нүктелері арасындағы қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 4.

13. Төбелері $A(2;3;1)$, $B(1;3;3)$ және $C(2;4;3)$ нүктелері болатын тең бүйірлі үшбұрыштың табанының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{2}$.

14. B нүктесі AC кесіндісін $4:1$ қатынасында бөледі. Егер $A(-1;3;2)$, $C(4;13;12)$ болса, B нүктесінің координаттарын табыңыз.

Жауабы: $(3;11;10)$.

15. $A(2;1;5)$, $B(-2;1;6)$ нүктелері берілген. Координаттардың бас нүктесіне ең жақын нүктені анықта.

Жауабы: A нүктесі.

16. $A(-1;2;-2)$ және $B(3;1;2)$ нүктелері берілген. Координаттардың бас нүктесінен AB кесіндісінің ортасына дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

www.nismath.org

17. $x^2+y^2+z^2-6y-16=0$ теңдеуімен берілген сфераның центрі мен радиусын табыңыз.

Жауабы: $(0;\ 3;\ 0)$ және $r=5$.

В

18. $C(-4;1;5)$, $D(-5;4;2)$, $E(3;-2;-1)$, $F(x;y;z)$ нүктелері $CDEF$ параллелограмының төбелері болса, F нүктесінің координаттарының қосындысын табыңыз.

Жауабы: 1.

19. $A(4;-3;7)$, $B(5;3;8)$ және $D(10;-4;6)$ нүктелері $ABCD$ ромбысының төбелері болып табылады. AC диагоналінің ұзындығын табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{74}$.

20. Центрі $A(-2;3;-1)$ нүктесі болатын сфера $B(0;0;z_1)$ және $C(0;0;z_2)$ нүктелерінде Oz осін қиып өтеді. Егер $z_1=3$ болса, z_2 табыңыз.

Жауабы: -5.

21. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$ сферасы $x=-3$ жазықтығымен қиылысуынан пайда болған шеңбердің центрі мен радиусын табыңыз.

Жауабы: $(-3;-2;3)$; $R=3$.

22. Егер $A(3;7;-4)$, $B(5;-3;2)$, $C(1;3;-10)$ болса, ABC үшбұрышының түрін анықтаңыз.

Жауабы: тік бұрышты.

23. $C(4;1;-1)$ және $D(0;5;5)$ нүктелері AB кесіндісін үш тең бөліктерге бөледі. AB кесіндісінің ұзындығын табыңыз.

Жауабы: $6\sqrt{17}$.

24. Егер $A(0;2;4)$, $B(3;1;2)$, $C(0;0;-3)$ болса, ABC үшбұрышының медианаларының қиылысу нүктесінен оның B төбесіне дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{5}$.

www.nismath.org

25. $M(-5;3;7)$ нүктесінен $x^2+y^2+z^2=16$ сферасына дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{83}-4$.

26. xOy жазықтығы мен $x^2+y^2+(z+4)^2=25$ сферасының қимасының ауданын табыңыз.

Жауабы: 9π.

27. AB кесіндісінің ортасы Ox осінде жатыр. Егер $A(0;m;n+1)$, $B(1;n;1-m)$ болса, m және n табыңыз.

Жауабы: $m=1$; $n=-1$.

28. Абсцисса осіне тиісті M нүктесінен координаттардың басына дейінгі қашықтық, M нүктесінен $N(3;-2;1)$ нүктесіне дейінгі қашықтықтан екі есе кем екендігі белгілі болса, M нүктесінің координаттарын табыңыз.

Жауабы: $\left(\frac{-3\pm\sqrt{51}}{3};0;0\right)$.

29. AB кесіндісі бес тең бөлікке бөлінген. Бөлінудің бірінші нүктесінің координаттары $(3;-5;7)$ және соңғысының координаттары $(-2;4;-8)$ болса, A нүктесінің координаттарын анықтаңыз.

Жауабы: $\left(\frac{14}{3};-8;12\right)$.

30. Қабырғасы 1-ге тең болатын $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубының D нүктесінен A_1C_1 кесіндісінің ортасына дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

10.2.1 www.nismath.org

§2. ЖАЗЫҚТЫҚТАҒЫ ЖӘНЕ КЕҢІСТІКТЕГІ ВЕКТОРЛАР

1-тобы. «Жазықтықтағы векторлар» тақырыбы бойынша есептерді шешіңіз:

А

1. Егер: $\bar{a}\left(3;\sqrt{6}\right)$, $\bar{b}\left(-2;-\sqrt{6}\right)$ болса, $\bar{a}-\bar{b}$ векторының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 7.

2. $A(0;0)$, $B(2;2)$, $C(5;-1)$ нүктелері берілген. $\overline{AC}\cdot\overline{CB}$ скаляр көбейтіндісін табыңыз.

Жауабы: -18.

3. $\overline{AB}$ және $\overline{CD}$ векторлары өзара тең. $A(-2;5)$, $B(0;3)$, $D(7;10)$ екендігі белгілі болса, C нүктесінің координаттарын табыңыз.

Жауабы: $C(5;12)$.

4. $\bar{a}(4;3)$ және $\bar{b}(1;7)$ векторлары арасындағы бұрышты анықтаңыз.

Жауабы: $45°$.

5. Егер $A(1;1)$, $B(3;1)$, $C(2;2)$ болса, $\overline{AB}$ және $\overline{AC}$ векторлары арасындағы бұрышты табыңыз.

Жауабы: $45°$.

6. $A(-2;0)$, $B(2;2)$, $C(4;-2)$, $D(0;-4)$ нүктелері берілген. $\bar{a}=\overline{AB}+3\,\overline{AD}-\frac{1}{2}\overline{CA}$ векторының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{290}$.

7. $\bar{c}=\bar{a}+\bar{b}$, $|\bar{a}|=5$, $|\bar{b}|=3$ екендігі белгілі. $\bar{a}$ және $\bar{b}$ векторлары арасындағы бұрыш $60°$ тең. $|\bar{c}|$ табыңыз.

Жауабы: 7.

www.nismath.org

8. $\bar{p}\left(-\sqrt{7};3\right)$ векторымен бірдей бағытталған, бір ғана вектордың координаттарын анықтаңыз.

Жауабы: $\left(-\frac{\sqrt{7}}{4};\frac{3}{4}\right)$.

9. Егер $A(0;1)$, $B\left(\sqrt{3};0\right)$, $C(0;3)$ болса, ABC үшбұрышының A бұрышын табыңыз.

Жауабы: $120°$.

10. $\bar{a}(4;3)$ және $\bar{b}(m;2)$ векторлары берілген. m-нің қандай мәнінде осы векторлар перпендикуляр болады?

Жауабы: $m=-1,5$.

11. $\left|\bar{a}\right|=2$, $\left|\bar{b}\right|=3$, ал олардың арасындағы бұрыш $135°$ тең. Векторлардың скалярлық көбейтіндісін есептеңіз.

Жауабы: $-3\sqrt{2}$.

12. $\bar{a}(5;m)$ векторының абсолюттік шамасы 13, ал $\bar{b}(n;24)$ векторының абсолюттік шамасы 25-ке тең. m және n табыңыз.

Жауабы: $m=\pm 12$; $n=\pm 7$.

13. $\bar{i}$ және $\bar{j}$ – координаттық векторлар болса, $\bar{a}=3\bar{i}-4\bar{j}$ векторының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 5.

14. Егер $\left|\bar{a}\right|=5$, $\left|\bar{b}\right|=8$, $\angle\left(\bar{a},\bar{b}\right)=60°$ болса, $\left|\bar{a}+\bar{b}\right|$ және $\left|\bar{a}-\bar{b}\right|$ есептеңіз.

Жауабы: $\sqrt{129}$; 7.

15. $\angle\left(\bar{a},\bar{c}\right)=\angle\left(\bar{b},\bar{c}\right)=60°$, $\left|\bar{a}\right|=1$, $\left|\bar{b}\right|=\left|\bar{c}\right|=2$ екендігі белгілі. $\left(\bar{a}+\bar{b}\right)\bar{c}$ есептеңіз.

Жауабы: 3.

www.nismath.org

16. $\bar{l}(3;-2)$, $\bar{p}(-4;1)$ векторлары берілген болса, $\bar{a}=3\bar{l}-2\bar{p}$ векторының координаттарын табыңыз.

Жауабы: $(17;-8)$.

17. $|\bar{a}|=2\sqrt{2}$, $|\bar{b}|=4$, $\angle(\bar{a},\bar{b})=135°$. $|\bar{a}+2\bar{b}|$ табыңыз.

Жауабы: $2\sqrt{10}$.

18. $\bar{a}(4;-3)$, $\bar{b}(m;-6)$. m қандай мәнінде $\bar{a}$ және $\bar{b}$ векторлары коллинеар болады?

Жауабы: $m=8$.

19. k қандай болғанда, $A(2;1)$, $B(3;-2)$, $C(0;k)$ нүктелері бір түзуде жатады?

Жауабы: $k=7$.

20. m-нің қандай мәнінде $\bar{a}(\sqrt{19};-m)$ векторының ұзындығы 10 тең?

Жауабы: ± 9.

21. $\bar{a}(2;3)$, $\bar{b}(7;-7)$ және $\bar{c}(4;-3)$ векторлары берілген. $(\bar{a}+\bar{c})$ және $\bar{b}$ векторлары арасындағы бұрышты табыңыз.

Жауабы: $45°$.

22. Координаттардың басынан айналдыру кезінде, $A(6;8)$ нүктесі $A_1(8;6)$ нүктесіне айналды. Айналу бұрышының косинусын табыңыз.

Жауабы: 0,96.

В

23. $\bar{a}(3;5)$ екендігі белгілі болса, $\bar{a}$ векторына перпендикуляр және модулі тең $\bar{b}$ векторын табыңыз.

Жауабы: $\bar{b}(5;-3)$ немесе $\bar{b}(-5;3)$.

www.nismath.org

24. $\bar{a}(1;4)$ және $\bar{b}(-3;2)$ векторлары берілген. $(\bar{a}+\lambda\cdot\bar{b})$ векторы $\bar{b}$ векторына перпендикуляр болатындай λ санын табыңыз.

Жауабы: $-\frac{5}{13}$.

25. Егер $|\bar{a}|=2$, $|\bar{b}|=5$ және $\angle(\bar{a},\bar{b})=120^\circ$ болса, x қандай мәнінде $\bar{p}=x\cdot\bar{a}+17\cdot\bar{b}$ және $\bar{q}=3\cdot\bar{a}-\bar{b}$ векторлары перпендикуляр болады?

Жауабы: 40.

26. M нүктесі $ABCD$ параллелограммының BC қабырғасында жатыр, мұндағы $BM:MC=3:1$. $\overline{AM}$ және $\overline{MD}$ векторларын $\bar{a}=\overline{AD}$ және $\bar{b}=\overline{AB}$ векторлары арқылы жіктеңіз.

Жауабы: $\overline{AM}=\frac{3}{4}\bar{a}+\bar{b}$; $\overline{MD}=\frac{1}{4}\bar{a}-\bar{b}$.

27. $|\bar{a}|=3$, $|\bar{b}|=4$, $\angle(\bar{a},\bar{b})=120^\circ$ берілген. $\bar{a}-2\bar{b}$ және $\bar{b}$ векторлары арасындағы бұрыштың косинусын табыңыз.

Жауабы: $-\frac{19}{2\sqrt{97}}$.

28. ABC: $A(1;3)$, $B(2;1)$, $C(9;3)$ үшбұрышының төбелерінің координаттары берілген. ctg $\angle ACB$ табыңыз.

Жауабы: 3,5.

29. Шеңбердің AC диаметрі мен AB хордасы жүргізілген. Шеңбердің ішінен M нүктесі таңдап алынды. Осы нүктеден $\overline{AB}$ және $\overline{AC}$ векторларына сәйкесінше болатын тең. $\overline{MN}$ және $\overline{MF}$ векторлары салынған. MNF бұрышы қаншаға тең?

Жауабы: 90°.

30. P бұрышы тік, PM және KH табандары болатын $PKHM$ трапециясының HP диагоналі жүргізілген. $\angle PHK=30^\circ$, $\angle PHM=90^\circ$, $PM=a$ болса, $|\overline{KP}+\overline{MK}-\overline{MH}|$ табыңыз.

Жауабы: $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

www.nismath.org

31. $\bar{a}(1;2)$, $\bar{b}(-3;2)$ векторлары қабырғалары болатын параллелограммның ауданын табыңыз.

Жауабы: 8.

32. ΔABC берілген. O – медианаларының қиылысу нүктесі. $\overline{AC}=\bar{a}$, $\overline{BC}=\bar{b}$ болса, $\bar{a}$ және $\bar{b}$ векторлары арқылы $\overline{AO}$ векторын жіктеңіз.

Жауабы: $\frac{1}{3}(2\bar{a}-\bar{b})$.

33. Төбелері $A(5;4)$, $B(0;3)$, $C(9;8)$, $D(4;7)$ болатын $ABCD$ параллелограммның ауданын табыңыз.

Жауабы: 16.

34. $\bar{a}(1;-2)$ және $\bar{b}(3;4)$ векторлары арасындағы бұрыштың тангенсін табыңыз.

Жауабы: -2.

35. Егер $|\bar{a}+\bar{b}|=19$, $|\bar{a}-\bar{b}|=17$ және $|\bar{b}|=10$ болса, $|\bar{a}|+|\bar{b}|$ табыңыз.

Жауабы: 25.

36. Егер $|\bar{a}|=\sqrt{137}$, $|\bar{a}+\bar{b}|=20$ және $|\bar{a}-\bar{b}|=18$ болса, $|\bar{b}|$ табыңыз.

Жауабы: 15.

37. Егер $|\bar{a}|=17$, $|\bar{a}+\bar{b}|=28$ және $|\bar{b}|=21$ болса, $|\bar{a}-\bar{b}|$ табыңыз.

Жауабы: 26.

38. Егер $\bar{a}(5;4)$, $\bar{b}(-3;0)$, $\bar{c}(19;8)$ болса, $\bar{c}$ векторын $\bar{a}$ және $\bar{b}$ векторлары арқылы жіктеңіз.

Жауабы: $\bar{c}=2\bar{a}-3\bar{b}$.

39. Егер $\bar{a}(-6;2)$, $\bar{b}(4;7)$, $\bar{c}(9;-3)$ болса, $\bar{a}$ және $\bar{b}$ векторлары арқылы $\bar{c}$ векторын көрсетіңіз.

Жауабы: $\bar{c}=-\frac{3}{2}\bar{a}$.

www.nismath.org

40. CM кесіндісі – ABC тең бүйірлі үшбұрышының тік бұрышының төбесінен жүргізілген медиана. Егер $AB=10$ болса, $\left|\overline{AB}-\overline{AC}+\overline{BM}\right|$ табыңыз.

Жауабы: 5.

10.2.2

2-тобы. «Кеңістіктегі векторлар» тақырыбы бойынша есептерді шешіңіз:

А

1. $A(-3;2;-1)$, $B(2;-1;-3)$, $C(1;-4;3)$, $D(-1;2;-2)$ нүктелері берілген. $\left|2\overline{AB}+3\overline{CD}\right|$ табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{521}$.

2. $C(3;-2;1)$, $D(-1;2;1)$, $M(2;-3;3)$, $N(-1;1;-2)$ нүктелерінің координаттары берілген. $\overline{CD}$ және $\overline{MN}$ векторлары арасындағы бұрыштың косинусын табыңыз.

Жауабы: 0,7.

3. $\bar{a}(2;-2;0)$ және $\bar{b}(3;0;-3)$ векторлары арасындағы бұрышты есептеңіз.

Жауабы: $60°$.

4. n-нің қандай мәнінде осы $\bar{a}(2;-1;3)$ және $\bar{b}(1;3;n)$ векторлары перпендикуляр болады?

Жауабы: $\frac{1}{3}$.

5. $\bar{a}(3;1;1)$, $\bar{b}(-2;0;2)$, $\bar{c}(1;-1;0)$ векторларының координаттары бойынша, $\left(2\bar{a}+3\bar{b}+\bar{c}\right)$ векторының координаттарын есептеңіз.

Жауабы: $(1;\ 1;\ 8)$.

www.nismath.org

6. $\bar{a}(2;k;-1)$ және $\bar{b}(3;-1;2k)$ векторларының скалярлық көбейтіндісі (-5)-ке тең болатын, k мәнін есептеңіз.

Жауабы: $\frac{11}{3}$.

7. $\bar{a}(-3;-1;2)$, $\bar{c}(5;-2;7)$ векторлары берілген. $3\bar{c}-\bar{a}$ векторының координаттарын табыңыз.

Жауабы: $(18;-5;19)$.

8. x және y-тің қандай мәндерінде $\bar{a}(x;-2;5)$ және $\bar{b}(1;y;-3)$ векторлары коллинеар болады?

Жауабы: $x=-\frac{5}{3}$; $y=\frac{6}{5}$.

9. Егер $\bar{a}(3;1;0)$, $\bar{b}(0;1;-1)$ болса, $2\bar{a}+3\bar{b}$ векторының ұзындығын есептеңіз.

Жауабы: $\sqrt{70}$.

10. $A(2;-1;3)$, $B(1;0;4)$ нүктелері және $\bar{a}(4;-2;-3)$ векторы берілген. $3\overline{AB}+5\bar{a}$ векторының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{482}$.

11. $A(2;0;1)$, $B(4;-1;3)$, $C(1;1;2)$ нүктелері берілген. ABC үшбұрышының B төбесінің ішкі бұрышының косинусын табыңыз.

Жауабы: $\frac{5\sqrt{14}}{21}$.

12. $\bar{a}(m+1;\ 1;\ -1)$ және $\bar{b}(m;\ -m;\ -2m+3)$ векторлары перпендикуляр болатын, m барлық мәндерінің қосындысын табыңыз.

Жауабы: -2.

13. $\bar{a}(3;-3;-2)$ және $\bar{b}(1;2;-1)$ векторлары қабырғалары болатын құрылған параллелограмның үлкен диагоналінің ұзындығын табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{30}$.

www.nismath.org

14. $\bar{a}\left(1;1;\sqrt{6}\right)$ векторы мен Oz осі арасындағы бұрышты табыңыз.

Жауабы: $30°$.

15. $\bar{a}(-1;1;1)$, $\bar{b}(0;2;-2)$ векторлары берілген. $\bar{c}=\left(2\bar{a}+3\bar{b}\right)-\left(\bar{a}-2\bar{b}\right)+2\left(\bar{a}-\bar{b}\right)$ векторының координаттарын табыңыз.

Жауабы: $(-3;9;-3)$.

16. $\bar{a}(15;m;1)$ және $\bar{b}(18;12;n)$ векторлары коллинеар болатындай, m және n мәндерін табыңыз.

Жауабы: $m=10$; $n=1{,}2$.

17. $\bar{a}=m\cdot\bar{i}+3\bar{j}+4\bar{k}$ және $\bar{b}=4\bar{i}+m\cdot\bar{j}-7\bar{k}$ векторлары берілген. m-нің қандай мәнінде $\bar{a}$ және $\bar{b}$ векторлары ортогональ болып табылады?

Жауабы: 4.

18. $\bar{a}(-1;2;3)$ және $\bar{b}(5;x;-1)$ векторлары берілген. x-тің қандай мәнінде $\bar{a}\cdot\bar{b}=3$ шарты орындалады?

Жауабы: 5,5.

19. ABC үшбұрышының төбелері $A(-2;0;1)$, $B(-1;2;3)$ және $C(8;-4;9)$ берілген. Егер BM – ABC үшбұрышының медианасы болса, $\overline{BM}$ векторының координаттарны табыңыз.

Жауабы: $(4;-4;2)$.

20. Үшбұрыштың $A(-1;-2;4)$, $B(-4;-2;0)$ және $C(3;-2;1)$ төбелері берілген. A төбесіндегі үшбұрыштың бұрышын табыңыз.

Жауабы: $90°$.

21. Егер $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}=0$ және $|\bar{a}|=|\bar{b}|=|\bar{c}|=1$ болса, $\bar{a}\cdot\bar{b}+\bar{b}\cdot\bar{c}+\bar{c}\cdot\bar{a}$ есептеңіз.

Жауабы: $-1{,}5$.

www.nismath.org

22. $\bar{b}=2\bar{i}+\bar{j}-3\bar{k}$ векторының ұзындығын есептеңіз.

Жауабы: $\sqrt{14}$.

23. Егер $\bar{a}(1;2;1)$ және $\bar{b}(2;-1;0)$ болса, $\bar{a}-\bar{b}$ және $\bar{a}+\bar{b}$ векторларының арасындағы бұрыштың косинусын табыңыз.

Жауабы: $\frac{1}{11}$.

24. Егер $|\bar{a}|=1$, $|\bar{b}|=2$, $|\bar{a}+\bar{b}|=3$ болса, $\bar{a}$ және $\bar{b}$ векторларының скалярлық көбейтіндісін табыңыз.

Жауабы: 2.

25. Егер $\bar{a}=\bar{i}-\bar{j}+2\bar{k}$ және $\bar{b}=2\bar{i}+2\bar{j}$ болса, $\bar{p}=2\bar{a}+3\bar{b}$ және $\bar{q}=2\bar{a}-3\bar{b}$ векторларының арасындағы бұрышты табыңыз.

Жауабы: $120°$.

26. $ABCD$ параллелограммында $\overline{AB}(-4;-4;-2)$, $\overline{CB}(-3;-6;1)$ және $A(3;8;-5)$ берілген. Диагональдардың қиылысу нүктесінің координаттарының қосындысын табыңыз.

Жауабы: 5.

27. $\bar{a}(x;y;z)$ векторының ұзындығы 5 тең. Егер $x=2$, $z=-\sqrt{5}$ болса, $\bar{a}$ векторының ординатасын табыңыз.

Жауабы: ± 4.

28. $A(1;0;1)$, $B(-1;1;2)$ және $C(0;2;-1)$ нүктелері берілген. Егер $\overline{AB}$ және $\overline{CD}$ векторлары тең болса, $D(x;y;z)$ нүктесін табыңыз.

Жауабы: $D(-2;3;0)$.

www.nismath.org

29. k-нің қандай мәнінде $\bar{a}(6-k;\ k;\ 2)$ және $\bar{b}(-3;\ 5+5k;\ -9)$ векторлары перпендикуляр болады?

Жауабы: $2;\ -3,6$.

30. Егер $A(-2;-1;2)$, $B(4;-3;6)$, $C(-1;\ a-1;\ 1)$, $D(-4;-1;a)$ болса, a-ның қандай мәнінде $\overline{AB}$ және $\overline{CD}$ векторлары коллинеар болады?

Жауабы: -1.

31. Берілгені: $|\bar{a}|=4$, $|\bar{b}|=1$, $\angle(\bar{a},\bar{b})=60°$. $\cos\alpha$ табыңыз, мұндағы α $\bar{a}-\bar{b}$ және $\bar{b}$ векторлары арасындағы бұрыш.

Жауабы: $\frac{1}{\sqrt{13}}$.

32. Егер $|\bar{a}|=1$, $|\bar{b}|=2$; $|\bar{c}|=3$, $\angle(\bar{a},\bar{b})=90°$, $\angle(\bar{b},\bar{c})=60°$, $\angle(\bar{a},\bar{c})=120°$ болса, $\bar{a}+\bar{b}-\bar{c}$ векторының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{11}$.

33. $ABCD$ параллелограммында $\overline{CD}(-3;\ 4;\ 2)$, $\overline{CB}(5;-2;4)$ және $A(5;\ 8;\ 0)$ берілген. C нүктесінен координаттардың басына дейінгі қашықтықты табыңыз.

Жауабы: 9.

34. $A(14;-8;-1)$, $B(7;3;-1)$, $C(-6;4;-1)$, $D(1;-7;-1)$ нүктелері $ABCD$ ромбысының төбелері болып табылады. Ромбының сүйір бұрышын табыңыз.

Жауабы: $\arccos\frac{3}{5}$.

35. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ параллелепипеді берілген. $\overline{AB}+\overline{B_1C_1}+\overline{DD_1}+\overline{CD}$ қосындысына тең болатын, векторды табыңыз.

Жауабы: $\overline{AD_1}$.

www.nismath.org

36. $A(3;-2;1)$, $B(3;0;2)$, $C(1;2;5)$ нүктелері төбелері болатын үшбұрыш берілген. BD медианасы мен AC табаны арасындағы бұрышты табыңыз.

Жауабы: $45°$.

37. Қабырғасы a-ға тең $DABC$ дұрыс тетраэдрі берілген. O нүктесі – ABC үшбұрышының центрі болса, $\left|\overline{DA}+\overline{AC}-\overline{OC}\right|$ табыңыз.

Жауабы: $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

38. $A(1;0;1)$, $B(-1;1;2)$, $C(0;2;-1)$ нүктелері берілген. $\overline{AB}$ және $\overline{CD}$ векторлары перпендикуляр болатындай Oz осінің $D(0;0;c)$ нүктесін табыңыз.

Жауабы: $c=1$.

39. $DABC$ тетраэдрінде $DA=DB=DC$, $\angle ADB=45°$, $\angle BDC=60°$. Векторлар арасындағы бұрышты есептеңіз:

1) $\overline{DA}$ және $\overline{BD}$; 2) $\overline{DB}$ және $\overline{CB}$.

Жауабы: 1) $135°$; 2) $60°$.

40. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб. $\overline{AA_1}-\overline{DC_1}+\overline{BC}$ тең векторды табыңыз.

Жауабы: $\overline{BD}$.

41. a-ның қандай мәнінде $A(2;a;3)$, $B(3;1;6)$, $C(4;3;9)$ нүктелері бір түзуде жатады?

Жауабы: $a=-1$.

42. $\bar{p}(-1;\ 2x;\ x^2)$ және $\bar{q}(5;\ a;\ a)$ векторлары x-тің кез келген мәнінде доғал бұрыш жасайтын болса, a параметрі мәндерінің интервалының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 5.

www.nismath.org

43. Егер $|\bar{a}|=2$, $|\bar{b}|=3$, $|\bar{c}|=4$ болса, $\bar{a}$ және $\bar{b}$ арасындағы бұрыш $60°$, $\bar{b}$ және $\bar{c}$ арасындағы бұрыш $90°$, $\bar{a}$ және $\bar{c}$ арасындағы бұрыш $120°$ тең болса, $\bar{a}-\bar{b}-\bar{c}$ векторының ұзындығын табыңыз.

Жауабы: $\sqrt{31}$.

44. $\bar{a}$ және $\bar{b}$ векторлары өзара перпендикуляр, $\bar{c}$ векторы $\bar{a}$, $\bar{b}$ векторларымен $\frac{\pi}{3}$ бұрышын жасайды. $|\bar{a}|=3$, $|\bar{b}|=5$ және $|\bar{c}|=8$ екендігі белгілі болса, $(3\bar{a}-2\bar{b})\cdot(\bar{b}+3\bar{c})$ скалярлық көбейтіндіні есептеңіз.

Жауабы: -62.

45. Төбелері $A(3;0;1)$, $B(-1;4;1)$, $C(5;2;3)$ және $D(0;-5;4)$ болатын үшбұрышты пирамида берілген. Егер $O-BCD$ үшбұрышының медианаларының қиылысу нүктесі болса, $\overline{AO}$ векторының ұзындығын есептеңіз.

Жауабы: $\frac{\sqrt{51}}{3}$.

46. $|\bar{a}|=2$, $|\bar{b}|=3$, $\angle(\bar{a},\bar{b})=120°$. $\bar{a}$ және $\bar{a}+\bar{b}$ векторлары арасындағы бұрыштың косинусын табыңыз.

Жауабы: $\frac{\sqrt{7}}{14}$.

47. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – параллелепипеді берілген. K, M нүктелері сәйкесінше AD, CC_1 қырларын ортасы болса, $\overline{MK}$ векторын $\overline{AD}=\bar{a}$, $\overline{AB}=\bar{b}$, $\overline{AA_1}=\bar{c}$ векторлары арқылы жіктеңіз.

Жауабы: $-\frac{1}{2}\bar{a}-\bar{b}-\frac{1}{2}\bar{c}$.

48. Үшбұрыш өзінің $A(1;1;2)$, $B(3;4;2)$ және $C(5;6;4)$ төбелерінің координаттарымен берілген. Үшбұрыштың B төбесіндегі сыртқы бұрышының шамасын табыңыз.

Жауабы: $\arccos\left(\frac{5}{\sqrt{39}}\right)$.

www.nismath.org

49. ABC үшбұрышында M және N нүктелері – сәйкесінше AB және BC қабырғаларының орталары болып табылады. $\overline{AB}(3;-5;6)$, $\overline{MN}(-2;1;7)$ екендігі белгілі. $\overline{BC}$ векторының координаттарының қосындысын табыңыз.

Жауабы: 8.

50. $\bar{p}\left(x^2;\ x;\ 16\right)$ және $\bar{q}\left(1;\ b;\ -\frac{1}{b}\right)$ векторлары, x-тің кез келген мәнінде сүйір бұрыш жасайтын болса, b параметрінің бүтін мәндерінің қосындысын табыңыз.

Жауабы: –6.

11.1
www.nismath.org

1-тобы. Логикалық есептерді шешіңіз:

1. 1-ден, 12-ге дейін бүтін сағаттардың сандарын ғана көрсететін болса, бір тәуліктің ішінде сағат қанша рет соғады?

Жауабы: 156.

2. Түзуде 7 нүкте алынды. Осы нүктелер олардың ұштары болып табылатын барлығы қанша кесінділер пайда болды?

Жауабы: 21.

3. 999^2 есептеңіз.

Жауабы: 998 001.

4. Дөңес он екі бұрыштың қанша диагональдары бар?

Жауабы: 54.

5. $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{99\cdot 100}$ есептеңіз.

Жауабы: $\frac{99}{100}$.

6. $\frac{n^3-4n^2-12}{n}$ $(n\in\mathbb{N})$ бөлшегінің барлық мүмкін натурал мәндерінің қосындысын табыңыз.

Жауабы: 105.

7. $7{,}352^2+52{,}96-2{,}648^2$ есептеңіз.

Жауабы: 100.

8. Призманың барлығы 60 қыры бар. Оның қанша бүйір жақтары бар?

Жауабы: 22.

9. 1 бастап, 50 дейінгі барлық бүтін сандардың көбейтіндісі қанша нөлдермен аяқталады?

Жауабы: 12.

www.nismath.org

10. 752 санының оң жағына қандай цифрды тіркеп жазсаң, шыққан сан 36-ға қалдықсыз бөлінеді?

Жауабы: 4.

11. Бірнеше натурал сандар берілген, олардың қосындысы 75 тең. Егер осы сандардың әрқайсысын 2 азайтсақ, онда жаңа сандардың қосындысы 61 тең болады. Қанша сан берілген болатын?

Жауабы: 7.

12. 7 нүкте берілген. Олардың кез келген үшеуі бір түзуде жатпайды. Осы 7 нүкте арқылы барлығы қанша әртүрлі түзулер жүргізуге болады?

Жауабы: 21.

13. $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{100^2}\right)$ есептеңіз.

Жауабы: $\frac{101}{200}$.

14. Ануарға торсықтағы су 20 күнге, ал оның ағасына 60 күнге жетеді. Тура сол торсықтағы су ағасымен екеуіне қанаша күнге жетеді?

Жауабы: 15.

15. 8^{99} санының соңғы цифрын табыңыз.

Жауабы: 2.

16. 31323334...7980 санының цифрларының қосындысын табыңыз.

Жауабы: 480.

17. 7^{100} санының соңғы цифрын табыңыз.

Жауабы: 1.

18. Ұзындығы 400 м болатын пойыз, 1 мин ішінде ұзындығы 800 м туннельді өтті. Пойыздың ұзындығын табыңыз.

Жауабы: 20 м/с.

www.nismath.org

19. 9 минут ішінде сағаттардың минуттық тілі қанша градусқа бұрылады?

Жауабы: 54°.

20. n қандай цифрлары кезінде, $7851n$ саны 9 бөлінеді?

Жауабы: 6.

21. $100^2-97^2+96^2-93^2+92^2-89^2+\ldots+4^2-1$ есептеңіз.

Жауабы: 7 575.

22. 3, 6, 7 және 9 цифрларының ішінен, оларды қайталамастан, алуан түрлі төрт таңбалы сандар құрылған. 4-ке бүтіндей қалдықсыз бөлінетін, олардың арасында қанша сандар бар?

Жауабы: 6.

23. $\frac{2}{5\cdot7}+\frac{2}{7\cdot9}+\frac{2}{9\cdot11}+\ldots+\frac{2}{73\cdot75}$ қосындысын табыңыз.

Жауабы: $\frac{14}{75}$.

24. Егер әр қосылғыштың екінші көбейткішін бірлікке азайтсақ, $1\cdot4+2\cdot8+3\cdot12+\ldots+20\cdot80$ қосындысы қаншаға азаяды?

Жауабы: 210.

25. 45-ке қалдықсыз бөлінетін сан шығуы үшін, $3*470$ жазбасындағы жұлдызшаны қандай цифрмен алмастыруға болады?

Жауабы: 4.

26. Келесі сандардың қайсысына, 7^6-27 саны қалдықсыз бөлінеді: 51; 49; 45; 23; 13.

Жауабы: 23.

27. $2\,001\cdot2\,004-2\,002\cdot2\,003$ есептеңіз.

Жауабы: –2.

www.nismath.org

28. Өлшемдері 8 және 20 болатын тік төртбұрыштадан квадрат құрау үшін, ең кем дегенде неше тік төртбұрыш алу қажет?

Жауабы: 10.

29. Түс кезінде минуттық және сағаттық тілдер сәйкес келді. Келесі жолы олар қашан сәйкес келеді?

Жауабы: 13 сағ $5\frac{5}{11}$ мин.

30. Гараждың штатында 54 жүргізуші бар. Егер бар 60 автокөліктің күнделікті 25% гаражда профилактикалық жөндеуден өтуге қалатын болса, айына (30 күн) әр жүргізушіде мүмкін болатын бос күндердің санын табыңыз.

Жауабы: 5 күн.

31. Дөңес көпбұрыштың әр төбесі арқылы 5 диагональ өтеді. Көпбұрыштың қабырғаларының санын табыңыз.

Жауабы: 8.

32. Пайда болған сан, 2, 3, 6, 9 сандарына қалдықсыз бөлінуі үшін, 46* үш таңбалы санының жазбасындағы жұлдызшаның орнына қандай цифрды қоюға болады?

Жауабы: 8.

33. Жанұяда төрт бала бар. Олардың үшеуі сәйкесінше ең кішісінен 2, 6, 8 жасқа үлкен және әр баланың жасы жай санмен өрнектеледі. Үлкені қанша жаста?

A) 7 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

Жауабы: C.

34. 13^5+11^5 қосындысы қандай цифрмен аяқталады?

Жауабы: 4.

35. Сандардың ішінен ең үлкенін табыңыз:

A) $\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{5}\left(3+\sqrt{7}\right)}$ B) $\frac{116}{231}$ C) $\frac{338}{675}$ D) $\frac{12}{23}$ E) $\frac{112}{223}$

Жауабы: D.

www.nismath.org

36. Қоранта 10 қызыл, 8 көк, 8 жасыл және 4 сары қарындаш бар. Олардың арасында міндетті түрде бір түсті 4 қарындаш болуы үшін, ең кем дегенде қораптан қанша қарындаш алу қажет?

Жауабы: 13 қарындаш.

37. Алаңда ойнаған 11 футболшылардың орта жасы 22 жасқа тең. Бір ойыншыны шығарып тастаған соң, қалған ойыншылардың орта жасы 21 жас болды. Шығарылған ойыншының жасы қаншада?

Жауабы: 32 жас.

38. Қабырғасы 3 см болатын боялған ағаш кубты, кубтық сантиметрлерге бөлді. Олардың ішінде, үш жағынан боялған қанша кубиктер бар?

Жауабы: 8.

39. Егер түзудің бойына арақашықтықтары тең болатын 10 нүкте қойсаң, онда кесінділерінің ұзындығы l-ге тең, ал 100 нүкте қойсаң, кесінділерінің ұзындығы k-ға тең болса, k l-ден қанша есе артық?

Жауабы: 11 есе.

40. Теміржол станциясы арқылы үш әскери пойызы өтті. Біріншіде 462, екіншіде – 546 және үшіншісінде – 630 жауынгер болды. Егер әр вагонда жауынгерлердің саны бірдей болғандығы және осы сан барлық мүмкін сандардың үлкені болғандығы белгілі болса, әр пойызда қанша вагондар болған?

Жауабы: 11; 13; 15.

41. 6 сағ 10 мин. сағаттық және минуттық тілдер құрайтын, бұрыштардың ішінен ең кішісін анықтаңыз.

Жауабы: $\frac{25\pi}{36}$.

www.nismath.org

МАЗМҰНЫ

Алғы сөз		3
I тарау.	**Рационал фукциялар**	4
	§1. Сандық өрнектерді тепе-тең түрлендіру	4
	§ 2. Рационал алгебралық өрнектерді теңбе-тең түрлендіру	19
	§ 3. Рационал алгебралық теңдеулерді шешу	32
	§4. Алгебралық теңдеулер жүйесін шешу	45
	§ 5. Рационал теңсіздіктерді шешу	59
	§6. Модуль белгісінің астында айнымалысы бар теңдеулерді шешу	75
	§ 7. Модуль белгісінің астында айнымалысы бар теңсіздіктерді шешу	82
II тарау.	**Иррационал функциялар**	90
	§1. Алгебралық иррационал өрнектердің тепе-тең түрлендірулері	90
	§2. Иррационал теңдеулерді шешу	104
	§ 3. Иррационал теңдеулер жүйесін шешу	113
	§ 4. Иррационал теңсіздіктерді шешу	121
III тарау.	**Көрсеткіштік және логарифмдік функциялар**	130
	§ 1. Көрсеткіштік теңдеулерді шешу	130
	§ 2. Көрсеткіштік теңсіздіктерді шешу	140
	§ 3. Логарифмдік өрнектердің тепе-тең түрлендірілуі	151
	§ 4. Логарифмдік теңдеулерді шешу	164
	§ 5. Логарифмдік теңсіздіктерді шешу	178
	§ 6. Көрсеткіштік және логарифмдік теңдеулер жүйесін шешу	193
IV тарау.	**Тригонометриялық функциялар**	208
	§1. Тригонометриялық түрлендірулер	208
	§ 2. Тригонометриялық теңдеулерді шешу	229
	§ 3. Тригонометриялық теңсіздіктерді шешу	241

www.nismath.org

V тарау.	**Прогрессияға байланысты есептерді шығару**	**250**
	§1. Арифметикалық прогрессия	250
	§2. Геометриялық прогрессия	262
VI тарау.	**Мәтіндік мәселе есептерді шешу**	**279**
VII тарау.	**Анализ бастамалары**	**306**
	§ 1. Функция және оның қасиеттері	306
	§ 2. Функцияларды дифференциялдау	319
	§ 3. Туындыны қолданып. Функцияларды зерттеу	337
	§ 4. Функцияның туындысы және жанаманың теңдеуі	349
	§ 5. Алғашқы функция және оны есептеу. Анықталған интегралдың қолданылуы	354
VIII тарау.	**Планиметрия**	**365**
	§1. Үшбұрыштар	365
	§2. Төртбұрыштар	386
	§3. Шеңбер және дөңгелек	404
IX тарау.	**Стереометрия**	**410**
	§ 1. Кеңістіктегі қашықтықтар мен бұрыштарды есептеу	410
	§ 2. Көпжақтар	422
	§ 3. Айналу денесі	434
X тарау.	**Аналитикалық геометрияның және векторлық алгебраның элементтері**	**459**
	§1. Декарттық координаттары	459
	§2. Жазықтықтағы және кеңістіктегі векторлар	470
XI тарау.	**Логикалық есептер**	**483**

www.nismath.org

Кітаптарды көтерме бағамен алу мәселелері бойынша келесі телефондар бойынша хабарласыңыздар:

+7 (727) 375 - 56 - 12

+7 - 777 - 496 - 25 - 14

+7 - 707 - 315 - 56 - 05

+7 (727) 248 - 24 - 23

+7 - 777 - 319 - 25 - 61

ИРИНА ПАВЛОВНА РУСТЮМОВА
СВЕТЛАНА ТЮЛЮГОНОВНА РУСТЮМОВА

Математикадан бірыңғай ұлттық тестілеуге (БҰТ) дайындалуға арналған тренажер

Бірінші басылым

Басуға 20.11.2013 ж. қол қойылды. Офсеттік басылыс.

Бас. пішімі 60x84/16

Б. шар. бас. көлемі 25. Таралымы 2000 дана.

«ИП Волкова» баспаханасында басып шығарылды

Райымбек 212/1, 319 кеңсе

Тел.: 8(727)330-03-12, 8(727)330-03-13